III 92

Otto Moritz von Thielau
1721.

Ma.
O. 7
7

Bip.

iure donationis prof. Moser

Friederich Wagners

Gründliche und voll-
ſtändige

Anweiſung

zur

ARITHMETIC,

Darin ſo wohl

Die gemeine als practiſche Art

alſo abgehandelt iſt/ daß nicht allein
Regeln und Exempel gegeben/ ſondern
auch von allem der rechte Grund
und raiſon gezeiget worden,

C. H. v. Thielau 1727

Nebſt einer Vorrede

Von der Gelegenheit und Abſicht/ und von
dem rechten Gebrauch dieſes Buchs,

Zum

Gemeinen Nutzen/

Sonderlich angehender Lehrer, und derer, ſo
die Arithmetic lieber mit Verſtand begreifen, als ohne
Verſtand memoriren wollen.

HALLE,

Zu finden im Wäyſenhauſe. 1721.

Staats-
Bibliothek
Bamberg

Vorrede.

Geneigter Leſer /

§. 1.

Ich überreiche hiemit zum gemeinen Nutzen eine Anweiſung zur *Arithmetic*, darin ich eine andere Methode beliebet als in den gemeinen Rechen-Büchern gewöhnlich iſt. Ich gebe nicht allein *ſpecielle* Exempel, ſondern auch allgemeine Regeln, und nicht allein allgemeine Regeln, ſondern auch gnugſame Exempel. Ich habe nicht allein Regeln und Exempel, ſondern bemühe mich auch vornehmlich durch und durch von allem den Grund zu zeigen und raiſon zu geben, warum man ſo und nicht anders operire, und warum vermöge einer ſolchen Operation das, was man verlanget, nothwendig heraus kommen müſſe. Und zu ſolchem Ende habe ich auch unumgänglich nöthig gefunden, von allen in der Arithmetic vorkommenden Sachen einen deutlichen Begriff zu machen, und daher ferner allerley Kunſtwörter, (termi-

nos) Erklärungen (definitiones) und Grund-Sätze (axiomata) ꝛc. beyzubringen.

Anmerckungen.

1. Manche haben nur lauter beſondere Exempel und keine Regeln. Dadurch aber führt man Lernende ins weite Feld. Denn unter zehnen iſt kaum einer capable, ſich aus vielen Special-Exempeln ohne Confuſion ſelbſt allgemeine Regeln zu formiren, ohne welche man doch nicht fortkommen kan.

2. Manche haben Regeln und wenig Exempel, aber dabey ſind die Regeln meiſtens ſchwerer zu verſtehen, und man kommt zu keiner gnugſamen Fertigkeit / weil es an der Ubung fehlt.

3. Die meiſten haben Regeln und Exempel, zeigen aber keinen Grund und geben keine *raiſon*. Allein dabey muß man blindlings auswendig lernen, und man kan ſich nicht wieder helfen, wenn man die Regeln vergeſſen hat.

§. 2. Ob ich nun gleich andere Rechen-Bücher nicht verachte, ſondern dieſelbe in ihrer Maß und Abſicht gut ſeyn laſſe: ſo hat mich doch die Erfahrung, welche ich an mir ſelbſt und an andern habe, völlig überzeuget, daß dieſe Methode die beſte ſey, und die Vernunft gibts, daß es nicht anders ſeyn könne. Man kommt dadurch ſo wol zur Fertigkeit, als zur Gewißheit. Man lernet alles mit Verſtand, und folglich auch mit Vergnügen. Man imprimirt ſich die Sache viel lebhafter ins Gedächtniß, und kan ſich allezeit wieder helfen, wenn man etwas vergeſſen ſolte. Wenn man das vorhergehende einmal deutlich begriffen hat: ſo iſt man fähig, das folgende von ſelbſt zu finden, oder doch mit leichter Mühe zu

faſſen.

faſſen. Man übet ſich im Nachdencken, und wird dadurch geſchickt, auch andere Diſciplinen deſto leichter zu begreiffen. ꝛc. Welches alles aber bey andern Methoden fehlet, wo ſich der Lernende nicht ſelbſt durch mühſames und ſcharfes Nachdencken bis auf den Grund durcharbeitet, dazu es aber den meiſten am Vermögen oder doch an Geduld mangelt.

§. 3. Es ſind mir zwar die unterſchiedenen Neigungen und Meynungen der Menſchen, ingleichen ihre ungleiche Fähigkeit nicht unbekant, und weiß daher zum voraus, daß nicht alle mit mir eines Sinnes ſeyn und meine Arbeit approbiren werden: Indeß bin ich doch verſichert, daß ich wenigſtens einigen damit einen Dienſt thue, nemlich ſolchē, welche bisher ſchon einige Zeit die Arithmetic dociren müſſen, und dabey nebſt der Treue ſelbſt von gutem Nachdencken ſind, auch Scholaren von einiger Fähigkeit vor ſich haben. Denn ich weiß aus eigener Erfahrung und anderer Geſtändniß, wie es ſolchen gehet. Sie wollen die Sache denen Lernenden gerne leicht und begreiflich machen: und finden doch ſolche Knoten vor ſich, die ihnen unauflöslich ſcheinen. Die Scholaren machen ihnen allerley Zweifel und Einwürfe, und ſie wiſſen ſolche nicht mit völliger Satisfaction aus einander zu ſetzen. Die Scholaren haben einen Einfall, ob man nicht auch ſo oder ſo operiren könne, und ſie können ihnen nicht ſagen, ob es angehe oder nicht, oder warum es angehe oder nicht angehe: und der-

gleichen. Sie werden ſich aber bey den gewöhnlichen Arithmeticis oft vergebens Raths erhohlen. Und daher bin ich verſichert, daß ihnen mit einer ſolchen Anweiſung gedienet ſey, wie mir denn bereits manche theils ihr Verlangen, theils ihr Vergnügen darüber eröffnet haben.

Anm. Leuten, die von ſchlechtem Nachdencken ſind, kommt alles leicht vor, was ſich nur leicht memoriren läßt: ſie finden in den ſchwereſten Dingen keine oder wenig Scrupel. Solche werden dergleichen gründliche Anweiſung für unnöthig halten, und nicht zu gebrauchen wiſſen.

§. 4. Und um deßwillen iſt auch dieſe Anweiſung, laut des Tituls, eigentlich **nachdenckenden Lehrern und Lernenden** gewidmet. Ich hoffe aber, es werden doch ſolche Gemüther, die lieber blindlings etwas auswendig lernen, als mit Verſtand und Nachdencken faſſen wollen, es wenigſtens denen andern, welchen es eine Marter iſt, etwas zu lernen, das ſie nicht recht verſtehen, nicht mißgönnen, daß man ihnen den Weg zu einer ſo nützlichen Wiſſenſchaft leicht zu machen bemühet geweſen. Und damit würde ich mich endlich auch vergnügen können. Solte aber dieſe Arbeit zugleich auch bey jenen den guten Effect haben, daß ſie ihre Schwäche erkennen lernten, indem ſie viele Dinge für leicht und ausgemacht anſehen, die doch in der That ſchwer ſind und widerſinniſch ſcheinen, und daher zu mehrerm Nachdencken angeſpornet würden; ſo würde ich noch mehr erhalten, was ich wünſche und intendire.

§. 5.

§. 5. Ich weiß zwar wohl, daß ich ſo wenig, als andere, in ſolchen unſchuldigen Dingen jemand anders, als GOtt und meinem Gewiſſen, Red und Antwort zu geben habe, warum ich geſchrieben, und warum ich ſo oder ſo geſchrieben; und alſo auch alles unzeitige, unbefugte und ungegründete Urtheilen wenig zu achten habe. Damit aber doch ein jeder, dem daran gelegen iſt, meine eigentliche Abſicht erkenne, und daher von dem gantzen Buch deſto beſſer urtheilen, am allermeiſten aber ſich deſſelben deſto nützlicher gebrauchen könne: ſo will ich in folgenden noch mit wenigen berühren, was die Gelegenheit und Abſicht ſey, und wie man ſich dieſes Wercks eigentlich zu gebrauchen habe.

§. 6. Was die Gelegenheit betrifft: ſo beſtehet ſie kürtzlich darin. Ich hatte vor einigen Jahren Gelegenheit, eine theils adliche, theils bürgerliche Jugend in der Arithmetic zu unterweiſen. Anfangs und ſo lang ich ſie nach der gemeinen und in den üblichſten Rechen-Büchern befindlichen Ordnung und Methode informirte, ſo, daß das meiſte aufs Memoriren und auf die Elaboration vieler Exempel ankam, hatte keiner faſt die geringſte Luſt dazu, und ich konte mit ihnen zu nichts kommen. Die Urſach war ihrem Vorgeben nach dieſe, daß ſie nicht abſähen, was ihnen das Rechnen nutzen ſolte, weil ſie keine Schreiber oder Kaufleute zu werden gedächten. Ich merckte aber bald, daß noch eine andere dahinter ſteckte, die ſie ſelbſt nicht wuſten:

nemlich, weil ſie theils von aufgewecktem Verſtande waren, theils auch ſchon in andern Diſciplinen etwas mit Verſtand begriffen hatten: ſo war es ihnen unerträglich, gantze Stunden mit mühſeligem calculiren zuzubringen, davon ſie keinen rechten Grund und raiſon wuſten. Dazu kam, daß ſie über die vielen Exempel und Unterſcheide, davon ſie keinen allgemeinen Begriff und Regel hatten, gantz confus wurden. Weil ich ſie aber doch informiren muſte, auch von dem Nutzen der Arithmetic eine gantz andere Impreſſion, als ſie, hatte, und die Zeit nicht vergebens mit ihnen zubringen wolte: ſo griff ich die Sache anders an. Ich ſtellte ihnen vor, daß die Arithmetic nicht allein Schreibern und Kaufleuten nöthig ſey, ſondern auch ſtudierenden einen unvergleichlichen Vortheil gäbe, indem ſie dadurch die ſchönſte Gelegenheit zum Meditiren und eine gute Vorbereitung oder Ubung bey der Logic hätten, und zeigte ihnen ſolches in deutlichen Exempeln: Ich brachte ihnen jedesmal von der vorhabenden Sache einen deutlichen Begriff bey: Ich ließ ſie ſelber nachdencken, wie ſie vermöge des deutlichen Begriffs dis oder jenes heraus bringen wolten: Ich gab ihnen daraus raiſon von der gantzen Operation: Ich machte ihnen dubia &c. Da fand ſich in kurtzer Zeit eine groſſe Luſt zur Arithmetic; Man lernte ſie mit Vergnügen und proficirte augenſcheinlich. Die Luſt und Attention brachte ſie auf allerley Einfälle und inventionen, darüber ſie ſich ſelbſt vergnügten.

Sie ſuchten bey allem die raiſon, ſie proponirten dubia &c. Summa ich ſahe in der Erfahrung, daß das die beſte Methode ſey. (§. 2.)

§. 7. Ich fand aber dabey ſelbſt hin und wieder wichtige Knoten, die mir gnug zu ſchaffen machten. In den gewöhnlichen Rechen-Büchern ſuchte ich meiſt vergebens Rath. Ich muſte mich alſo an denen erſten und allgemeinen principiis, die ich aus der Matheſi gelernet hatte, begnügen laſſen, und durch eigenes Nachdencken den ſehr verborgenen Grund vieler Special-Regeln und Vortheile zu entdecken trachten. Was ich fand, notirte ich zu meiner Nachricht auf: ward aber bald von guten Freunden, die den guten ſucceſſ dieſer Methode bemerckten, encouragiret, meine Gedancken in Ordnung zu bringen, damit ſie mit der Zeit zum gemeinen Beſten könten gedruckt werden. Und dazu war ich um ſo viel williger, weil ich nach und nach bemerckte, daß andere mit mir den Mangel einer ſolchen Anweiſung beklagten und dergleichen im Druck zu haben wünſchten.

§. 8. Weil ich aber nach der Zeit aus der Schul-Arbeit in andere Umſtände geſetzt wurde, da ich in der Arithmetic keine weitere Ubung haben konte, auch wichtigere Geſchäffte bekam: ſo hätte ich an meinem Theil es gerne liegen laſſen, und meine Zeit lieber allein mit ſolchen ſtudiis zubringen wollen, die eine nähere Connexion mit meinem Amte haben. Indeſſen ward ich durch viele Vorſtellungen werther Gönner und Freun-

de endlich dahin vermocht, daß ich meinen ehemaligen Entwurf wieder hervor ſuchte, ihn, ſo gut ſichs bey ſo vielen Hinderniſſen und Interruptionen und ohne Verſäumniß meiner übrigen Geſchäffte thun laſſen wolte, in Ordnung brachte, und zum gemeinen Beſten dem Druck übergab, wie er nun vor Augen liegt.

§. 9. Mein Vorſatz war, beyde Bücher hinter einander mit eins darzuſtellen. Weil ſich aber bey dieſem erſten Buch ſchon oft unvermeidliche Hinderniſſe gefunden, daß man mit dem Druck einhalten müſſen; und ich noch nicht abſehe, wenn ich mit dem andern Buch zu Stande kommen möchte: ſo wird ſich der geneigte Leſer an dieſem erſten Buch ſo lange allein vergnügen, bis das andere auch erfolgen kan, welches mit GOttes Hülfe gewiß und zwar je eher, je lieber, geſchehen ſoll. Und in der Hoffnung wird auch dieſe Vorrede auf beyde zugleich eingerichtet.

Anm. Ju dem andern Buch hat man nebſt der regula de tri inverſa, regula dupla, Progreſſions-Rechnung, ſonderlich noch die im Handel und Wandel nöthige und übliche Rechnungen (z. E. die Thara-Fuſti-Zins-Wechſel-Pary-Rechnung und dergleichen) zu gewarten, und zwar nach eben der Methode Es wird aber nicht über ein halb Alphabet, und alſo mit dieſem zuſammen 3. Alphabet ausmachen.

§. 10. Meine Abſicht gehet überhaupt nur auf die Arithmetic, ſo fern ſie im gemeinen Leben oder im Handel und Wandel nützlich, nöthig und üblich iſt: und werde mich in die pur mathematiſche Rechnungen nicht einlaſſen. Denn in dieſen

ſen fehlet es bey Mathematicis nicht an gründlichem Unterricht.

§. 11. Ich habe mich bemühet (von denen im gemeinen Leben üblichen Rechnungen) eine vollſtändige Anweiſung zu geben, und daher nicht allein keine nützliche Art zu vergeſſen, ſondern auch bey einer jeden alle mögliche Fälle zu berühren: damit man auf alle Fälle parat ſey und auch alle übrige Arithmeticos mit Verſtand und Nutzen zu gebrauchen fähig werde. Sie iſt in gewiſſer Maſſe Gelehrten und Ungelehrten, Anfängern und Fortgängern gewidmet.

Anm. Die unterſchiedenen möglichen Fälle habe aus der Natur der Sache geſchloſſen, weil es per inductionem omnium exemplorum nicht geſchehen können.

§. 12. Ich bin bemühet geweſen, eine gründliche Anweiſung zu geben, dadurch man in die erſten Brunnquellen dieſer Wiſſenſchaft geleitet würde, und daraus von allem, was man vornimmt, den eigentlichen Grund erkenne und raiſon zu geben wiſſe. Ich trage alles in einer ſolchen Ordnung und Zuſammenhang vor, wie die erſten Erfinder von einem auf das andere haben kommen können, und daraus führe ich hernach bey einer jeden Aufgabe den Erweis. Ich glaube auch, daß man nicht beſſer hinter das Geheimniß kommen könne, als wenn man der Spur nachgehet, darauf andere ſo glücklich geweſen ſind.

Anm. An die eigentlich ſo genannte mathematiſche Methode habe ich mich zu binden Bedencken getragen, weil ſie

zwar

zwar an ſich ſelbſt vortreflich, aber doch zu kurtz und abrupt, und daher nicht für alle iſt. Auch treibe ich nicht alles auf die äuſſerſte Schärfe, ſondern nehme oft unerwieſen an, was nicht leicht jemand leugnen wird: bisweilen aber thue ichs, damit man ſehe, warum man einer leichten Sache ſo gewiß ſey.

§. 13. Bey dem allen aber iſt meine Sorge geweſen, ordentlich und deutlich zu ſeyn, damit es jedermann faßlich werde, der nachdencken will und kan. Ich fange von ſimplen, leichten und bekanten Dingen an, und ſchlieſſe daraus von Stuffen zu Stuffen auf ſchwerere und verwirrtere fort (a facili ad difficile, a ſimplici ad compoſitum): damit dieſes durch jenes begreiflich werde. Es wird hinten nichts geſagt, das vorne nicht bereits an ſeinem Ort erkläret wäre. Ich bemühe mich, von jeder Sache einen aufgeklärten Begriff zu geben. Ich ſuche verwirrte Sachen zu zergliedern und aus einander zu ſetzen. Ich füge hin und wieder Anmerckungen bey, wodurch Schwierigkeiten erläutert, Confuſion verhindert und Einwürfe gehoben werden. Ich kan aber dat[illegible] nicht, wenn nichts deſto weniger manches noch [illegible]erer zu begreifen werden ſolte, weil die Sache an ſich ſelbſt ſchwer und intricat iſt: genug, daß es endlich Sonnen-klar werden kan, wenn man nur Gedult hat, alles recht zu erwägen.

Anm. Ich verſtehe eine Deutlichkeit, wie ſie ſich für eine Real-Diſciplin ſchickt. Da kan man nicht prætendiren, daß man ſie wie eine Zeitung einmal obenhin durchlauffen und dann wieder bey Seite legen könne: ſondern

man

man tractirt ſie nach und nach von Capitel zu Capitel, ja von paragrapho zu paragrapho mit Bedacht durch, und lernet ſo eins nach dem andern und eins aus dem andern verſtehen. Und dazu wird man hier Satisfaction finden. Summa, ich verſtehe eine gründliche Deutlichkeit und eine deutliche Gründlichkeit.

§. 14. Solte etwa jemand einwenden, man habe ſich bey manchen leichten Dingen aufgehalten, die ein jeder ohnedem wiſſe: ſo frage ich ihn, ob nicht auch viele ſchwerere und unbekante Dinge vorkommen, die ihm gnug zu ſchaffen machen, und die er doch als unentbehrlich anſehen muß? Und gebe ihm dieſen Beſcheid: Hätte ich das leichte nicht mit berühret, ſo hätte man das ſchwere auch nicht verſtehen können.

Anm. Manche Leute ſind ſo ungeduldig, daß ſie leichte und bekante Dinge nicht bedencken wollen, und hernach können ſie auch ſchwere nicht begreifen, die aus jenen flieſſen. Leichte und bekante Sachen begreifen wir meiſtens nur gantz confus, und daher können uns auch ſchwere dadurch nicht distinct und begreiflich werden. Wenn wir werden anfangen, über leichte Dinge mehr und recht zu reflectiren, denn werden wir auch in ſchwerern glücklicher fortkommen. Sonſt bleibt uns eins mit dem andern verſchloſſen.

§. 15. Vielleicht wird manchem im Anfang, ſonderlich im erſten Theil des erſten Buchs, vieles unnöthig, überflüßig und als eine unnütze Subtilität vorkommen. Demſelben aber weiß ich nicht beſſer zu rathen, als daß er etwa das hinterſte, ſonderlich den andern Theil des erſten Buchs, zuerſt durchleſe: ſo wird er finden, daß man in den wichtigſten Dingen weder hinter ſich

noch

noch vor ſich kommen würde, wenn man das vorderſte weggelaſſen hätte. Ich habe eine jede Sache dahin ſetzen müſſen, wo ſie aus dem nächſt vorhergehenden von ſelbſt flieſſet, ob ſich gleich ihr Nutzen bisweilen allererſt hinten zeiget.

§. 16. Es kan ſeyn, daß manche es für Pedanterey halten, daß man allerley Kunſtwörter gebraucht, Definitiones gibt, Grundſätze und Erweiſe beybringet ꝛc. weil man ſolche etwa in praxi nicht eben nöthig hat. Solche aber wollen bedencken, daß wir eine mathematiſche Diſciplin vor uns haben, und daß man in der Theorie, oder da man eine Diſciplin erſt lernet, vieles nöthig habe, daran man in der praxi nicht mehr dencken darf. Wer eine neue Kunſt oder Diſciplin lernen will, kan ſich nicht befremden laſſen, daß er neue Kunſtwörter lernen muß, weil ſich der Lehrer und Lehrling ſonſt nicht recht und kurtz bedeuten und verſtehen können. Und ob man gleich in praxi eine Fertigkeit ſupponirt und an keine Regeln, Grundſätze und Erweiſe mehr gedenckt: ſo wäre man doch ohne dieſelbe zu keiner Gewißheit und zu ſolcher Fertigkeit nicht gekommen. Ich habe es bey der Information erfahren und bey Verfertigung dieſes Buchs geſehen, daß man ohne dieſe Dinge die Arithmetic nicht deutlich und gründlich vortragen u. erlernen könne. Iſt jemand anderer Meynung, ſo laſſe er das vorbey, und halte ſich bloß an die Aufgaben: ſo wird er doch wenigſtens eben die Gelegen-

genheit zur Ubung und Fertigkeit antreffen, als er ſie in andern findet.

Anm. Es iſt zu bedauren, daß man ſich in dieſem Punct ſo oft im Urtheil übereilet, und keinen gehörigen Unterſcheid hält, oder, daß ich recht ſage, daß einer den andern nach ſich ſelber richtet, und das verachtet, was er ſelbſt nicht hat oder liebet. Leute, die von galanten Studiis Profeſſion machen / dabey ſie weiter nichts als eine gute memorie nöthig haben, halten Real-Studia, dabey man ein tieffes Nachſinnen brauchet, für Pedanterey und Grillenfängerey: und bedencken nicht, daß dieſe zum gemeinen Beſten ſo nöthig ſeyn, als jene. Diejenigen, ſo in praxi (diſciplinarum) ſtehen, halten die Theorie für Pedanterey: und beſinnen ſich nicht, daß ſie ohne die Theorie nicht ſolche geübte practici worden wären. Wer in affairen ſteht und das iudicium practicum übet, dabey er mit lauter factis zu thun hat, und keine definitiones oder tieffe axiomata und Erweiſe ꝛc. bedarf; pfleget ſtudia ſpeculativa, dabey ein iudicium theoreticum erfordert wird, für Pedanterey zu achten: da doch eins ſo wohl ſeyn muß als das andere. Man ſolte aber bedencken, daß in der menſchlichen Societät allerley Leute nöthig ſeyn: und daß ein jeder ſein Talent gebrauchen müſſe und keiner den andern verachten ſolle.

§. 17. Ich will nicht hoffen, daß man ſich beſchweren werde, es ſey das Buch zu weitläuftig. Denn ein jeder wird von ſelbſt erkennen, daß es nach meinem Zweck nicht habe anders ſeyn können, wenn es eine gründliche und vollſtändige Anweiſung ſeyn ſolte: und daß es ja Rechen-Bücher gebe, die noch weitläuftiger ſind, darin doch weiter nichts als Regeln und Exempel gegeben werden. Mit Fleiß hat man es nicht gethan und die Blätter nicht mit weitläuftigen

Exem-

Exempeln angefüllet: ſondern alles in die Enge gezogen, wie der Augenſchein ausweiſet. Die Sache ſelbſt aber hat es nach meinem Zweck nicht anders geſtatten wollen.

§. 18. Jedoch möchten inſonderheit 2. Capitel ihrer Weitläuftigkeit wegen anſtößig ſcheinen; nemlich 1) das von unterſchiedenen Sorten pag. 195. ſeqq. und 2) das von der Verhältniß der Zahlen pag. 300. ſqq. Daher ich mit wenigen die Urſach melden will, warum es geſchehen. Und zwar, was das erſte betrifft: ſo iſt bekant, daß die unterſchiedene Sorten in praxi die meiſte Schwierigkeit machen, und einige daher meynen, man müſſe oder könne ſo viel Practicken haben, als Länder und die Sorten darinnen unterſchieden ſind; z. E. eine Böhmiſche, Schleſiſche, Wendiſche, Ungerſche, Engliſche, Holländiſche ꝛc. S. Peſcheck in ſeiner Welſchen Practic p. 3. ſeq. Das kömmt aber daher, weil man gemeiniglich die practiſchen Regeln auf lauter Special-Sorten einrichtet: z. E. auf Groſchen allein, auf Groſchen und Thaler zugleich ꝛc. Und daher kommt ferner, daß man in jedem Lande faſt beſondere Rechen-Bücher nöthig hat. Dem nun abzuhelfen, habe ich mich bemühet, die Lehre von unterſchiedenen Sorten in ſolche allgemeine Begriffe, Sätze und Regeln zu faſſen, die ſich auf alle Sorten aller Länder und Königreiche müſſen appliciren laſſen: daß man in andern Ländern ohne Anſtoß nach gemeiner und practiſcher Art rechnen könne, ſo bald man nur

den Werth einer jeden Sorte erfahren hat. Was das andere anlanget, ſo iſt die Lehre von der Verhältniß der Zahlen von ſolcher Wichtigkeit und Nutzbarkeit, daß man ohne dieſelbe nirgends gründlich fortkommen kan, wie der Augenſchein in dieſem Buche ausweiſet. Und gleichwol iſt dieſe Materie in den meiſten arithmetiſchen Schriften gar nicht, in andern aber ſehr unvollkommen, verwirrt und verſtümmelt abgehandelt worden. Ich hoffe aber ſie alſo erläutert zu haben, daß ſie bey Verſtändigen Approbation finden werde.

Anm. Es hat mir das Capitel von unterſchiedenen Sorten viel Mühe gekoſtet, ehe ich das nothwendige und willkührliche, ſo ſich dabey findet, aus einander ſetzen und alles unter allgemeine Begriffe bringen können; mehr als mancher dencken wird, nachdem es klar vor Augen liegt. So weiß ich auch am beſten, was ich in dem Capitel von der Verhältniß der Zahlen für Schwierigkeiten gefunden habe.

§. 19. Wenn man die Deductiones und Erweiſe zum erſten mal und in der Stille durchlieſet, wird einem etwa vieles ſteril und abſtract ſcheinen, welches man der Jugend unmüglich begreiflich machen könne. Nun hat es auch die Meynung nicht, daß man der Jugend auf einmal alles, und allen gleich viel ohne Unterſcheid proponiren und beybringen ſolle: ſondern es kommt dar[illegible]uf die Geſchicklichkeit des Lehrers an, daß er [illegible]ch der unterſchiedenen Fähigkeit ſeiner S[illegible]en zu richten wiſſe, und einem jeden das beybringe, was ihm nöthig und faß-

lich iſt. Indeſſen hat ſichs doch in einer gedruckten Anweiſung, die für alle ſeyn ſoll, nicht anders thun laſſen, als daß man alles, was zur Sache dienet, in einer Suite hinter einander herſetze: damit ein jeder nehme, was ihm nöthig iſt; und den andern gönne, was er nicht bedarf. Uberdem bin ich auch aus gnugſamer Erfahrung verſichert, daß man das, was in Schriften steril ſcheinet, durch den mündlichen Vortrag (per vivam vocem) leicht, lebhaft und angenehm machen könne. In Schriften muß man eine jede Sache mit wenig Worten in bloſſen Sätzen vortragen: beym mündlichen Vortrag aber kan man ſich bey einem jeden Wort oder Satz aufhalten und ihn nach Befinden erweiſen, erläutern und zergliedern, bis ihn der Lernende mit gnugſamer impreſſion faſſet. Es kömmt bloß auf die Geſchicklichkeit des Lehrers an, daß er der Schwachheit des Scholaren recht zu Hülfe zu kommen wiſſe, und die Kunſt verſtehe, den Lernenden auch in steril ſcheinenden Dingen Luſt und Attention beyzubringen.

§. 20. Meine Sorge iſt geweſen, keine einige Sache, dabey ich einige Schwierigkeit vermerket, unausgewickelt vorbey zu laſſen, und ich weiß am beſten, was mir mancher Punct für Zeit und Nachſinnen gekoſtet habe: welches keiner beſſer begreifen und glau[illegible]d, als diejenigen, ſo etwa bisher ſelb[illegible]n manchem Knoten gearbeitet haben. [illegible] daurt mich meine Mühe nicht, weil ich hoffe, daß vielen damit

mit gedienet ſey, und ich ſelbſt dabey eine trefliche Ubung im Meditiren gehabt habe. Wolte jemand, nebſt dem übrigen Nutzen der Arithmetic, den ſie ihm im gemeinen Leben gibt, auch gerne zugleich dieſen mit genieſſen, daß er ſich recht im Meditiren übte: ſo gebe ich ihm dieſen guten Rath, daß er allemal, ehe er ein Capitel anfängt, oder einen Paragraphum und Erweis durchlieſet, ſelbſt nachdencke und ſeine Kräfte anſtrenge, ob er das, was verlanget wird, heraus bringen könne, und hernach meine Gedancken mit ſeinen conferire. Trifft ers nicht, ſo kan er ſehen, woran es fehlt: trifft er etwas, ſo wird er das übrige auch deſto leichter und beſſer penetriren: trifft ers beſſer, ſo hat er die Freude, daß er weiter geſehen, als andere.

§. 21. Ich ſtehe keines weges in den Gedancken, als hätte ich alles ſchon zur höchſten Vollkommenheit gebracht, und ſtünde nichts zu verbeſſern. Denn eine ſolche genaue Ausarbeitung haben meine Zeit und Umſtände nicht verſtattet. Vielmehr habe ich hinten ſelbſt manches tieffer eingeſehen, als ichs vorne penetriret. Ich will mich freuen, wenn andere noch weiter durchdringen: ich werde auch ſelbſt dann und wann noch auf eine Verbeſſerung dencken. Jetzo theile ich mit, was meine bisherige Umſtände vergönnet haben.

§. 22. Ich habe die beſten und gewöhnlichſten arithmetiſchen Schriften zu Rathe gezogen, und mir ihre Arbeit, ſo viel möglich, zu Nutze ge-

macht: ob ich ſie wol allemal zu citiren für unnöthig geachtet. Sie haben mir aber zu meinem Hauptzweck wenig dienen können: weil ihr Verhaben bekanter maſſen nicht geweſen iſt, das Fundament zu zeigen, ſondern nur Regeln und Exempel zu geben. Die General - principia der mathematicorum aber ſind mir am meiſten zu ſtatten kommen. Habe ich etwas, das man auch bey andern findet: ſo bin ich wohl zufrieden, daß man andern das Lob der Erfindung gebe, (ob ich wol auf das meiſte in eigener Meditation eher gekommen bin, als ich es bey andern geſehen habe,) es wird ſchon noch etwas übrig bleiben, das man mir als eigen überlaſſen muß. Uberhaupt aber wird man hoffentlich finden, daß alles, ſo wohl das bekante als unbekante, durch meine eigene Meditation gegangen ſey. Ich habe mich weder an eines andern Sachen noch Ordnung gebunden; ſondern ſie, nachdem ich es in der Meditation gefunden, bald behalten, bald geändert, bald verworfen.

Anm. Die arithmetiſchen Schriften, ſo ich gebraucht, ſind hauptſächlich Hn. Peſchecks, Stuntzen, Grafen, Starcken, Habelii &c. Unter den mathematiſchen aber inſonderheit des Herrn Hofrath Wolfen teutſche und lateiniſche Schriften.

§. 23. Bisweilen habe ich in den Exempeln zur Ubung einige aus andern entlehnet, wenn mir die Zeit gefehlet, ſolche ſelbſt erſt zu elaboriren: und geglaubet, es werde mir ſolche Freyheit ſo wenig als andern können verarget wer-

werden. Meiſtens aber iſt mirs leichter geweſen, ſie ſelbſt zu machen, als aus andern zuſammen zu ſuchen. Denn weil ich eine andere Ordnung in den Aufgaben und ſie genauer determiniret habe: ſo iſt mirs ſchwer worden, recht accommodate Exempel bey andern zu finden.

§. 24. Sonſt iſt noch bey den Exempeln zur Ubung zweyerley zu erinnnern. 1. Es iſt dabey das bloſſe Facit, ohne den Proceſſ der Operation, angemercket: damit die Lernenden es nicht abſehen können, ſondern ſich ſchlechterdings an der Regel halten müſſen. 2. Ich habe ſie der Kürtze wegen nicht mit ſo vielen und weitläuftigen Umſtänden vorgetragen, als ich bey andern angemerckt: weil ich ſolche theils für überflüßig halte; theils aber glaube, daß ſie ein Lehrer leicht dazu fingiren und suppliren könne, wo es die Noth erfordern ſolte.

§. 25. Wenn ſich in den calculis hie und da ein Irrthum finden ſolte: ſo wolle man bedencken, wie leicht es ſey, daß ſich bey einer ſolchen Menge Zahlen, aller Sorgfalt ungeachtet, bald im Elaboriren, bald im Abſchreiben, bald im Drucken, bald im Corrigiren ein Fehler einſchleichen können. Man halte ſich überall nur feſt an den Regeln. Will darnach das geſetzte Facit nicht heraus kommen, ſo ändere man es. Es wird zugleich (per ac-

cidens) auch dazu dienen, daß man ſich deſto feſter an den Regeln halten lernet.

Anm. Es wird aber gut ſeyn, wenn man die hinten angemerckte Druckfehler einmal für allemal durchcorrigiret.

§. 26. Man wird befinden, daß ich von Anfang bis zu Ende gleichen Fleiß bewieſen, und mich nicht, wie es meiſtens geſchicht, zuletzt durch die Länge der Zeit ermüden laſſen. Es hat nicht ſeyn können, daß ich das Buch völlig ausgearbeitet hätte, ehe es zum Druck gegeben: ſondern ich habe mich mit einem generalen Entwurf müſſen begnügen laſſen, und denn ein Stück nach dem andern ausgearbeitet und in den Druck geliefert. Ich hätte es wol anders gewünſcht: aber es iſt nicht zu ändern geweſen, wo nicht die gantze Sache zurück bleiben ſollen. In der Haupt-Sache iſt aber dadurch nichts abgegangen, ob gleich etwa ein und anderer Paragraphus hätte mögen anders eingerichtet werden.

§. 27. Die Correctur habe ich ſelbſt übernommen, bisweilen aber doch andern anvertrauen müſſen, daher ich mir nicht alle eingeſchlichene Fehler zu imputiren bitte. Es ſind Teutſche und Lateiniſche Termini gebraucht, damit ein jeder nehme, was ihm am bekanteſten iſt: die letzten aber inſonderheit, damit man auch andere ſonderlich Lateiniſche Schriften

ten leſen und ſie hiemit vergleichen könne. Das Lateiniſche iſt ordinair in eine parentheſin eingeſchloſſen, zum Zeichen, daß ungelehrte ſolche ohne Schaden übergehen und doch den völligen Verſtand der Rede bekommen können.

§. 28. Was vorne einmal erwieſen und ausgemacht iſt, das habe ich im folgenden nicht wiederholet, ſondern nur allemal den Ort kürtzlich citiret, damit ein jeder, dem das vorige wieder entfallen ſeyn mögte, ohne vieles Suchen nachſchlagen und ſich wieder helfen könne. Es ſind alſo die vielen citationes nicht aus einer Caprice und ohne Noth geſetzet worden. Am beſten aber iſts, wenn man eher nicht weiter und zum folgenden geht, ehe man das vorhergehende vollkommen begriffen hat: damit man ſich ohne vieles verdrießliches Nachſchlagen gleich wieder darauf beſinnen könne. Von den Citationibus ſelbſt aber iſt zu merken: Wo kein paragraphus, ſondern nur ein numerus oder eine Anmerckung ꝛc. citirt wird, da iſt es allemal von dem vorhabenden paragrapho ſelbſt zu verſtehen.

§. 29. Nun will ich noch mit wenigen berühren, wie man ſich dieſes Buchs mit rechtem Nutzen bedienen ſolle. So iſt denn zuvorderſt die Meynung eigentlich nicht, daß einer, der von der Arithmetic noch nichts gelernet hat, ſich daraus allein ohne Lehr-Meiſter zurechte helfen ſolle: ſondern daß es angehenden Leh-

rern zum gründlichen Unterricht diene und durch deren Beyhülfe auch denen Lernenden nützlich werde. Denn mit den vermeynten ſelbſtlehrenden Rechenmeiſtern iſt es ohnedem meiſt eine vergebene Sache: und vielmehr zu rathen, daß man ſich, wenigſtens im Anfang, eines geſchickten Anführers bediene, wo man nicht viel Zeit verderben und bald verdrießlich werden will. Wer aber bereits von andern einige Anweiſung gehabt hat und zu mehrerm Verſtande kommen iſt, der wird ſich auch hieraus allerdings ſelbſt weiter helfen können. Ja wo einer von gutem Nachdencken iſt, und keinen Lehrer haben könte, ſondern ſich ſelbſt helfen müſte und wolte: ſo ſolte es ihm hoffentlich durch dieſe Anweiſung eben ſo gut, wo nicht eher, als durch eine andere, gelingen.

§. 30. Ferner iſt auch nicht die Meynung, daß ein Lehrer dieſes Buch allen und jeden Scholaren in die Hände geben oder auch mit ihnen (κατὰ πόδα) von Wort zu Wort, von paragrapho zu paragrapho, durchnehmen ſolle. Denn das erſte würde wol vielen zu koſtbar, und das letzte zu hoch und ſchwer ſeyn. Sondern die Meynung iſt, daß ein Lehrer es zuvorderſt für ſich ſelbſt mit Bedacht durchgehe und ſich bekant mache, hernach aber ſeinen Scholaren jedesmal ſo viel davon beybringe, als es ihre Fähigkeit zuläſſet: wie bereits §. 19. erinnert worden. Jedoch kan es nicht ſchaden, wenn

wenn ſolchen Scholaren, die bereits etwas in der Arithmetic gethan haben, das Buch ſelbſt vorgeleget und das nöthigſte daraus eingeſchärfet wird.

Anm. Vielleicht füget ſichs, daß man den erſten Anfängern zum Beſten einen kurtzen Auszug von etlichen Bogen verfertiget und ſich darin immer auf dieſes gröſſere Werck beziehet, wo man weiter nachleſen könne.

§. 31. Noch näher zum Zweck zu kommen, ſo will ich zeigen, was ein Lehrer vor der Lection und in der Lection zu thun habe. Vor der Lection ſind drey Stücke nothwendig.

1. Muß er das gantze Buch wenigſtens einmal curſorie durchgeleſen haben: damit er wiſſe, wie alles zuſammen hange, und wo es hinaus wolle. Hat er es mit rechtem Bedacht durchgehen können, ſo iſt es noch beſſer.

2. Nehme er dasjenige Capitel, welches er jedesmal mit ſeinen Scholaren zu tractiren hat, mit rechter Application durch, bis er alles völlig verſtehet und inne hat; damit er auf alle Scrupel und Einwürfe der Scholaren zu antworten fähig ſey.

3. Bedencke er die Fähigkeit ſeiner gegenwärtigen Scholaren: und bemercke ſich inſonderheit die Puncte, die er ihnen faßlich und unentbehrlich zu ſeyn erkennet.

§. 32. In der Lection ſelbſt kan er alſo verfahren:

 1. Pro-

1. Proponirt er ihnen von dem deutlichen Begriff des vorhabenden Capitels etwas weniges, ſo viel er ihnen unentbehrlich findet.

2. Hernach ſchreitet er ſofort zur praxi oder zu den Aufgaben, und zwar (a) zeigt er ihnen deutlich, was eine Aufgabe auf ſich habe, und erläutert es durch ein leichtes Exempel. (b) Läſſet er die Scholaren ſelbſt nachdencken, wie ſie das verlangte Facit herausbringen wolten, ehe er es ihnen vorſaget oder ſie die Regel anſehen läſſet. Treffen ſie es nicht oder nicht völlig, ſo zeige er ihnen den Ungrund und helfe ihnen zurechte. Treffen ſie es aber, ſo laſſe er ſich ihre Gedancken, die ſie dabey unvermerckt gehabt haben, deutlich (diſtincte) vortragen; und denn zeige er ihnen, wie ſie mit der gegebenen Regel übereinkommen oder nicht.

Anm. Es iſt das überhaupt ein gewöhnlicher aber groſſer Fehler in der Information, daß man den Lernenden alles gleich und ehe vorſaget, als ſie ſelbſt nachgedacht haben oder nachdencken können. Man macht dadurch aus allen Sachen bey den Lernenden lauter Memorien-Werck, verhindert die Verbeſſerung des Verſtandes, und thut dadurch aufgeweckten Köpfen eine rechte Marter an. Man laſſe die Scholaren allemal erſt ſelber nachdencken, ſo werden ſie hernach den Unterricht allezeit noch einmal ſo leicht verſtehen und behalten. Inſonderheit werden in dem vorhabenden Fall die Scholaren in zweyen wichtigen Dingen geübet, die zur Ausbeſſerung des Verſtandes dienen: als erſtlich, daß ſie auf ihre Gedancken Acht haben und ſie diſtinct vortragen lernen, daran es gewiß vielen fehlet; und zum andern, daß ſie

ſich aus Special-Exempeln allgemeine Regeln und Begriffe formiren lernen.

(c) Darnach läſſet er die gefundene und verſtandene Regel vor ſich nehmen und nach derſelben ein Exempel an der Tafel völlig ausarbeiten: und währender Zeit raiſonniret er mit ihnen über alle Umſtände, warum man es ſo und nicht anders mache. Dadurch wird er Gelegenheit bekommen, ja genöthiget werden, ihnen unvermerckt und ohne Mühe gleichſam ſpielend alle Haupt-Puncte aus dem deutlichen Begriff deſſelben Capitels beyzubringen.

3. Wenn ſie nun dadurch die allgemeine Regel völlig begriffen haben, ſo laſſe er ſie nach derſelben einige Exempel zur Ubung machen. Das dient erſtlich dazu, daß ſie allgemeine Regeln auf Special-Exempel appliciren lernen, welches abermals eine ſchöne Ubung zur Ausbeſſerung des Verſtandes iſt: und fürs andere, daß ſie durch die Ubung eine Fertigkeit bekommen.

Anm. 1. Es iſt nicht gut, wenn man die Scholaren gantz in der Stille für ſich wegarbeiten läſſet: ſondern man nimmt einen nach dem andern, ſonderlich die unfähigſten, an die Tafel, damit man ihnen einhelfen könne, wenn es nicht fort will.

Anm. 2. Es iſt nicht gut oder nöthig, daß man alle vorhandene Exempel zur Ubung durchelaboriren laſſe, ehe man zur folgenden Aufgabe geht; ſondern ſo bald ſie ſich einmal in die Regel zu ſchicken wiſſen, gehet man zur folgenden Aufgabe. Dagegen aber wiederholet man bey dem nachfolgenden das vorhergehende deſto öfter.

Es

Es bringt eine gröſſere Fertigkeit, wenn man eine Sache oft, aber doch per intervalla und ſo, daß etwas anders dazwiſchen gekommen, übet: als wenn man ſich über eine Sache in eins weg lange aufhält. (Actus frequenter per intervalla repetiti thun mehr, als die continui.) Sonſt kommt man nicht fort, und die Scholaren werden verdrießlich.

4. Wenn man einige Exempel zur Ubung aus dem Buche ſelbſt genommen hat, ſo läſſet man ſich die Scholaren ſelbſt unter einander Exempel nach der Aufgabe aufgeben. Das machet ihnen eine Luſt, und gibt zu erkennen, ob ſie die Aufgabe nach allen ihren determinirten Umſtänden recht begriffen haben, und künftig die Exempel unter ihre gehörige Aufgabe werden bringen können.

5. Beym Anfang oder Ende der Lection gebe man den Scholaren allerley Exempel auſſer der Ordnung, bald aus dieſem, bald aus jenem Capitel, welches ſie bereits gehabt haben, vor, und laſſe ſie dieſelbe ausarbeiten, damit ſie ihre Gedancken fein tummeln und das vorige mit Luſt repetiren mögen.

Anm. Man findet ſonſt, daß manche die unter den Aufgaben vorgeſchriebene Exempel wohl machen können. Gibt man ihnen aber andere und ſonderlich auſſer der Ordnung auf, ſo wiſſen ſie ſich nicht zu helfen. Dem wird nun durch n. 4. und 5. abgeholfen.

§. 33. Das erſte und letzte, was ich zu erinnern habe, iſt, daß die Arithmetic durch und durch, ſo wol in der Theorie als Praxi, (res iu-

dicii)

dicii) eine Sache ſey, dabey es auf den Verſtand und gutes Nachdencken ankommt. Wer das in der Information als die Haupt-Sache (und primum principium) nicht anſiehet, der wird gewiß ſeines Zwecks verfehlen. Was aber ſonſt noch einer Erinnerung bedarf, iſt bereits in dem Buche ſelbſt hie und da mit eingerücket worden: und alſo weiter nichts übrig, als daß ich wohlbedächtig bitte, das Buch ſelbſt erſt mit rechter Attention durchzugehen, ehe man davon in bonam oder malam partem urtheile; und von Hertzen wünſche, daß auch hiedurch etwas zum gemeinen Nutzen und alſo zur Ehre GOTTes beygetragen werden möge.

Berlin, den 1. Febr. 1721.

Vornehmſte Druckfehler des erſten Buchs,

die man vorher, ehe man das Buch ſelbſt durchnimmt, corrigiren wolle.

P. 72. lin. 18. für Anfang liß Anhang. p. 77. l. 7. it. l. 22. f. lincken l. rechten. p. 78. l. 5. f. lincken l. rechten. p. 82. l. 11. f. das übrige l. die Zehner. p. 95. l. 17. it. 22. f. n. 4. l. n. 3. p. 98. l. 4. f. etwas l. 1. l. 5. del. ſo viel du nöthig haſt. p. 139. l. 7. f. §. 6. l. Vorb. §. 6. p. 141. l. 12. f. Theils l. Abſchnitts. p. 170. l. 5. f. andern l. nächſtfolgenden. p. 171. l. 18. f. decidendi l. dividendi. p. 194. l. 12. nach dieſen ſetze: und den Reſt *addire* dazu. p. 199. l. 5. f. noch l. nach. p. 207. l. 20. f. noch l. nach. p. 247. l. 9. f. folgende l. vorhergehende. p. 281. l. 13. f. 189. l. 190. p. 284. l. 14. f. daraus l. darum. p. 349. l. 6. f. gedarfs l. bedarfs. p. 392. l. 20. f. unbekante l. unbenannte. p. 463. l. 8. f. 1 thl. 8 gl. l. 32. thl. p. 464. l. 5. del. 22. gl. p. 468. l. 14. del. die. p. 477. l. 6. nach Bruch ſetze: unter allen, die 1. zum Zähler haben. p. 548. l. 4. f. 6. pf. l. 9 pf. l. 5. f. 6 pf. l. 3 pf. p. 600. l. 9. f. lincken l. rechten. p. 634. l. 20. nach *dividire* ſetze: den. p. 689. l. 18. nach zerfällen ſetze: wiſſen. p. 761 l. 26. f. 2. thl. l. 224. l. 29. f. 1 thl. l. 32. thl. l. 31. f. 6 thl. l. 192. l. 32. f. 7. thl. l. 224. p. 784. l. 20. f. ſolche l. ſolcher. p. 802. l. 19. nach iſt l. klar. p. 812. l. 21. f. 567. l. 568. p. 870. nach 22. ſetze: Z. E. man nehme.

Die übrigen Kleinigkeiten, welche hie und da mit eingeſchlichen, wird der geneigte Leſer ſelbſt leicht überſehen oder corrigiren können.

Vorbereitung.

§. 1.

Die Arithmetic iſt eine Wiſſenſchaft, mit allen vorfallenden Zahlen richtig und fertig umzugehen, in ſo fern wir davon etwas zu wiſſen verlangen, daran uns geleget iſt.

Was die arithmetic ſey?

Anmerckung. Wir behalten mit Fleiß anfänglich dieſe Beſchreibung/ob gleich hernach auch eine andere folgen ſoll/ (§, 23. a.1.) (1.) weil ſie der Jugend faßlicher und doch auch hinlänglich iſt/ die arithmetic von allen andern Wiſſenſchaften und Künſten/ womit dieſelbe umzugehen pfleget/ zu unterſcheiden. (2.) Weil ſie zu unſerm Zweck hinreichet/ auch (3.) ſich auf arithmeticam taeoreticam und practicam ſchicket/ da die andre eigentlich auf die letzte gehet.

Warum man die Beſchreibung annimmt?

Was eine Zahl ſey?

§. 2. Zahlen ſind ſchriftliche Zeichen, damit man aufs kürtzeſte ausdrücket, wie viel einzele Dinge (Uniteten/ Einheiten) von einer Art ſich beyſammen finden. Z. E. es ſind drey Thaler oder drey Centner beyſammen.

Wie vielerley das Wort Zahl bedeute?

Anm. 1. Man pfleget das Wort Zahl auf zweyerley Weiſe zu nehmen. 1. Bedeutet es die Sachen / die gezählet werden/ und entſtehet in ſolchem Verſtande eine Zahl/ wenn zu einem einzelnen Dinge eines oder mehrere von gleicher Art geleget werden. Z. E. Zu einem Thaler lege noch einen oder mehrere/ſo entſtehet eine Zahl von Thalern. 2. Bedeutet es ein gewiſſes Zeichen / wodurch man anzeiget / wie viel einzele Dinge von einer Art ſich nun beyſammen finden. In dem erſtern Verſtande wird es genannt numerus numeratus (die gezählte Zahl oder Sache) in dem andern numerus numerans, (die zählende Zahl/) und in dieſem letztern Verſtande nehmen wir dismahl das Wort.

Wie vielerley die Zeichen?

Anm. 2. Die zählende Zahl kann wieder auf zweyerley Weiſe angeſehen werden. (1.) Wie man ſie mündlich oder

oder ſchriftlich mit gantzen Worten ausdrucket/ als eins/ zwey/ drey. Davon iſt aber hier nicht die Rede. Denn das erſte faſſet man/wenn man eine Sprache reden/ und das andere/ wenn man calligraphice und orthographice ſchreiben lernt, und wird hier beydes vorausgeſetzet. 2. Wie man ſie durch gewiſſe kurtze Zeichen vorſtellet/ und davon iſt es hier zu verſtehen/ und zwar ſo fern es ſchriftlich geſchiehet. Denn ob man ſich wohl bey ſolchen ſchriftlichen Zeichen gantze Worte gedencken muß: ſo würde es doch viel zu weitläufftig ſeyn / wenn man ſie gantz hinſchreiben ſollte. Und ob wir wohl in kleinen Summen mit gantzen Worten etwas im Gemüthe rechnen können: ſo werden wir doch leicht confus, wo wir nicht ſchreiben. Ja wir kommen zu jenem nicht leicht/ wo wir nicht durch das Schreiben vorher eine Fertigkeit erlanget haben.

Anm. 3. Nun kan es zwar ſchriftlich auch durch mancherley Zeichen geſchehen/ wie inſonderheit einige oder alle Buchſtaben des Alphabets, von Römern/ Griechen/ Hebreern ꝛc. dazu gebrauchet werden/ und die einfältigen

Was hier für Zeichen gemeint.

Leute ſich mit Strichen behelfen. Wir nehmen aber dismahl dazu die zehn gewöhnliche und an ſich gar bequeme characteren an / welche ſind 0/1/2/3/4/5/6/7/8/9. Davon bald ein mehrers folgen wird.

Was eine vnitet.

§. 3. **Ein einzelnes Ding (oder vnitet) nennet man eine Sache, ſo fern man ſich dieſelbe unter einem beſondern Begriff vor ſich als von allen andern Dingen unterſchieden vorſtellet.** Z. E. Eine gewiſſe Kugel iſt ein einzeln Ding / wenn man ſich dieſelbe unter dem Begriff einer Kugel vor ſich vorſtellet / ſo daß man ſie von allen andern Kugeln und Dingen in der Welt unterſcheidet.

Warum geſagt / Einzele Dinge.

Anm. Es iſt wohl zu mercken / daß (§,2.) geſagt worden / die Zahlen drücken aus / wie viel einzele Dinge beyſammen ſind. Denn ob wohl die Zeichen auf einmahl anzeigen / wie viel vorhanden ſind: ſo muß man ſich doch eben ſo wohl vorſtellen / daß ſie aus vniteten zuſammen geſetzet ſind / wie numerus numeratus. (§,2. a 1.n, 1.) Woraus ſich weiterhin vieles erweiſen läſſet. Es ſcheinet auch daß obige characteren

da-

daher uhrſprünglich entſtanden. Denn 1. iſt ein Strich/ bedeutet eine vnitet: 2. eigentlich zwey connectirte Queer-Striche/ bedeutet zwoo vniteten: 3. eigentlich drey connectirte Queer-Striche/ bedeutet drey vniteten/ und ſo fort / ob gleich nach und nach ſolche Striche gantz verzogen und unkenntlich worden.

§. 4. Einzele Dinge von einer Art ſind ſolche vniteten, die mit einander unter einem Begriff oder Nahmen (definition, idee,) ſtehen. Die aber nicht unter einerley Begriff oder Nahmen ſtehen/ heiſſen Dinge von unterſchiedener Art. Z. E. Sechs Triangel, ſind vniteten von einer Art/ weil ſie alle unter dem Begriff eines Triangels ſtehen. Hingegen ein Dreyeck, und ein Viereck/ ſind Dinge von unterſchiedener Art.

Was Dinge von einer und unterſchiedener Art?

Anm. 1. Einzele Dinge von einer Art heiſſen ſonſt vnitates eædem, von unterſchiedener Art aber vnitates diverſæ. Zahlen/ die einerley vniten andeuten/ werden numeri homogenei genannt/ als drey Thaler/ und ſechs Thaler. Die aber unterſchiedene be-

Wie ſie ſonſt heiſſen?

bedeuten/ numeri heterogenei. Als ein Thaler/ vier Groſchen.

Warům geſagt: Dinge von einer Art?

Anm. 2. Es iſt abermahl wohl zu mercken/ daß zu einer Zahl erfordert werden Dinge von einer Art (§, 2.). Denn es laſſen ſich keine einzele Dinge in eine Zahl zuſammen bringen, wo ſie nicht unter einerley Begriff oder Namen angeſehen werden. Z. E. Es laſſen ſich nicht in eine Zahl zuſammen bringen Ein Thaler/ ſechs Groſchen drey Pfennige. Denn wenn einer fragte/ wie viel ſind es: ſo kônte man nicht anders drauf antworten/ als ein Thaler/ ſechs Groſchen/ drey Pfennige/und blieben doch drey unterſchiedene Zahlen. Denn es ſind Dinge von unterſchiedener Art. Hingegen wenn ich ſagte/ wie viel ſind ein Thaler/ ſechs Thaler/ und noch drey Thaler zuſammen? ſo kônnte ich mit einem Worte ſagen: Zehen/ denn es wâren Dinge von einer Art. Hieraus lâſſet ſich hinten abermahls viel erweiſen.

Was ganze und Theile ſind?

§. 5. Es finden ſich aber nicht allemahl lauter gantze vniteten beyſammen/ ſondern bisweilen auch nur einzele Theile davon/ oder beyderley zugleich. Man nennet es aber

eine

eine gantze vnitet, wenn von einer Sache alles da iſt, was zum völligen Begriff derſelben gehört. Einen Theil aber nennet man es, wenn nur etwas davon zugegen iſt, was zum Begriff der Sachen gehöret. Z. E. Ein gantzer Thaler iſt es / wenn vier und zwantzig Groſchen vorhanden. Denn zum völligen Begriff eines Thalers gehören vier und zwantzig Groſchen. Hingegen ein drittheil eines Thalers iſt da / wenn nur acht Groſchen vorhanden. Denn Groſchen gehören wohl zum Begriff eines Thalers / aber acht Groſchen ſind nicht gnug zum völligen Begriffe deſſelben.

Anm. 1. Inſonderheit findet ſich dieſes in den durch die Kunſt gemachten oder angenommenen Dingen. Z. E. In Münzen / Maaß / Gewicht / ꝛc. Womit man im Handel und Wandel am meiſten zu thun hat. *Wo inſonderheit Theile vorkommen?*

Anm. 2. Es iſt aber aus der Beſchreibung des gantzen und eines Theiles / hinten vieles zu erweiſen. Daher ſie nicht für überflüßig anzuſehen / wie es manchem anfangs ſcheinen mögte. *Was die Beſchreibung nütze?*

Wie man Theile andeute?

§. 6. Daher muß man nicht allein Zeichen haben/die gantzen vniteten/ ſondern auch die einzelnen Theile davon anzudeuten. Man hat aber zum Zeichen der letztern ebenfals die vorerwehnten zehn characteren (§, 2. a, 3.) behalten wollen nur daß man zwoo über einander ſetzet/und ſie durch einen Strich unterſcheidet/davon die untere andeutet / der wie vielſte Theil es ſey/ die obere aber/ wie viel ſolcher Theile beyſammen ſind. Z. E. $\frac{2}{3}$ Thaler heiſſet zwey drittheil eines Thalers. Die 3 bedeutet/ man ſehe den dritten Theil eines Thalers (acht Groſchen) als eine einzelne vnitet an/ und die 2 bedeutet/es finden ſich zweene ſolcher einzelnen Theile beyſammen/ wären alſo zwey acht Groſchen Stücken beyſammen/ welches ſechszehen Groſchen ſind.

Was gantze und gebrochene Zahlen?

Anm. Diejenigen Zeichen/ welche gantze vniteten andeuten heiſſen gantze Zahlen (numerus integer): diejenigen aber/welche einzele Theile von gantzen andeuten heiſſen gebrochene Zahlen oder Brüche (numerus fractus).

§. 7.

§. 7. Da nun die Arithmetic eine Wiſſenſchafft ſeyn ſoll/ mit allen vorfallenden Zahlen umzugehen (§. 1.); ſo muß ſie ſich auff beyderley Art Zahlen erſtrecken: und ſolchergeſtalt wird auch in dieſem Rechen-Buche eine Anweiſung zugeben ſeyn/ wie man 1. mit gantzen und 2. mit gebrochenen Zahlen umgehen ſolle. Daß von beyden zu handeln?

§. 8. Einige Theile von gantzen/ ſonderlich in den angenommenen Begriffen (§, 5. a, 1.) haben einen eigenen Nahmen bekommen/ unter welchen ſie als gantze vor ſich angeſehen werden/ und wieder ihre Theile unter ſich begreiffen. Z. E. Den 24ten Theil eines Thalers nennet man einen Groſchen, und den 12ten Theil eines Groſchen nennet man einen Pfenning. Folglich hat man nicht nöthig ſie mit zwoo Zahlen zu ſchreiben/ wie (§. 6.); Sondern thut es nur mit einer. Daher ſie denn auch ferner mit zu den gantzen Zahlen gerechnet werden/ ob ſie gleich ſonſt eigentlich unter die gebrochenen gehörten. Daß einige Theile als gantze angeſehen werden?

Anm. 1. Ich ſage: etliche Theile. Denn alle haben ſie keinen eigenen Nahmen. Doch nicht alle?

Es iſt auch nicht müglich/ einem jeglichen einen beyzulegen. Denn man kann ein jedes gantze/wenigſtens in Gedancken/ in unbegreifflich viel Theile zertheilen/und denn wieder eben ſo viel ſolcher Theile nacheinander nehmen/ nur einen ausgenommen/ehe das gantze voll wird. Daher man der gebrochenen Zahlen nicht entůbriget ſeyn kann.

Wo dis gewöhnlich? Anm. 2. Dis iſt wie geſagt/ in den durch die Kunſt gemachten oder angenommenen Dingen/ davon (§. 5. a. 1.) gedacht worden/abſonderlich gewöhnlich.

Daß in gantzen und gebrochenen Zahlen gantze und Theile zugleich seyn können? § 9. Hieraus aber folget/ daß ſo wohl im **gantzen** als **gebrochenen** Zahlen/ 1. Exempel vorkommen/darinn entweder **gantze allein** oder **Theile allein** anzutreffen/ und 2. auch ſolche darinn **Gantze und Theile zugleich** ſtehen/ und zwar in **gantzen Zahlen**, wenn die dabey ſtehende **Theile** ihren **eigenen Nahmen** führen/in **Gebrochenen** aber/wenn die **Theile** Bruchweiſe neben ihre **Gantze** geſetzet werden. Z. E. Ein Exempel von der **erſten** Art in **gantzen** Zahlen wåre es/ wenn ich wiſſen wolte/

wolte/ wie viel es ausmachte/ wenn ich 3. Thlr. zu 4. Thlr. ſetzte/denn da ſind allein gantze; in gebrochenen aber/ wenn ich $\frac{1}{3}$. Thlr. zu $\frac{2}{3}$. Thlr. ſetzte/denn da ſind allein Theile. Hingegen von der letztern Art in gantzen Zahlen wäre es/ wenn ich wiſſen wolte/ wie viel es austrüge/ wenn ich zu 3. Thlr. 16. Gr. 6. Pf.
noch 6. Thlr. 9. Gr. -- hinzuſetzte; und in gebrochenen/ Wenn ich zu $2\frac{2}{3}$. Thalern $4\frac{2}{4}$. Thaler hinzuſetzte. Denn in beyden ſind gantze und Theile zugleich.

§. 10. Wenn nun entweder nur gantze allein oder nur Theile allein vorhanden ſind/werden es Exempel von einer Sorte (exempla numerorum homogeneorum) genannt. Wenn aber zugleich gantze und Theile da ſind: ſo heiſſen es Exempel von ungleicher oder unterſchiedener Sorte (exempla numerorum heterogeneorum.)

Was Exempel von einer und unterſchiedener Sorte?

Anm. Eigentlich ſind alles das numeri heterogenei, welche Dinge von ungleicher Art andeuten/ (§. 4. a. 1.): ſie mö-

Was hier numeri heterogenei?

mögen nun unterſchieden ſeyn/ wie ſie wollen (als genus und ſpecies oder totum und pars, &c.): Hier aber bedeutet es eigentlich nur ſolche/ die als Theile von Gantzen/ oder Gantze von Theilen unterſchieden ſind.

Daß von beyden zu handeln in gantzen Zahlen und Brüchen?

§. 11. Da es nun von ſelbſt und aus der Erfahrung klar/ daß es nicht einerley ſeyn kann/mit einer Sorte allein, und mit unterſchiedlichen Sorten zugleich umzugehen: ſo wird auch von jeglicher Art Exempel ſo wohl in gantzen/als gebrochenen Zahlen beſonders gehandelt werden.

Das es in Brüchen nicht gewöhnlich?

Anm. Ich beſinne mich nicht/ daß andere dergleichen auch bey den Brüchen beliebet/ ob ſie es gleich in gantzen Zahlen alſo gehalten. Die Sache ſelbſt aber bringet es alſo mit ſich/ daher man in beyden eine Gleichheit beobachten wollen.

Daß man mit einer Zahl nur dreyerley vornehmen könne?

§.12. Mit einer gegebenen Zahl kan man weiter nichts nützliches vornehmen/als 1. daß man ſie ſchreibe,oder ausſpreche, 2. daß man ſie gröſſer, oder 3. kleiner mache. Denn entweder iſt uns daran gelegen/daß ſie ſo bleibe, wie ſie da iſt/ oder/daß eine

Ver-

Veränderung damit vorgehe: Iſt das erſte, ſo hat man genug daran / daß man ſie ſchreiben, oder ausſprechen könne. Iſt das andere, ſo muß ſie entweder vergröſſert (vermehrt) oder verkleinert (vermindert) werden. Denn mehrere Arten einer Veränderung ſind in Abſicht auf die Gröſſe eines Dinges / (davon hier die Rede) nicht möglich.

§. 13. Da nun die Arithmetic eine Wiſſenſchafft iſt mit Zahlen umzugehen, in ſofern wir davon etwas zu wiſſen verlangen, daran uns gelegen iſt; (§, 1.) So kann ſie nicht mehr / und darff nicht weniger lehren / alß wie man alle vorfallende Zahlen 1. ſchreiben und ausſprechen. 2. gröſſer, und 3. kleiner machen könne. Und kömmt es darinn alſo alles auf dieſe 3. Haupt-Puncte an.

Das drey Haupt-Puncte der arithmetic?

§. 14. Ein jeder beſonderer Haupt-Punct des Rechnens pfleget eine Species Arithmeticæ (beſondere Art der Rechen-Kunſt) genannt zu werden. Demnach würden eigentlich drey Spe-

Was eine ſpecies arithmeticæ heiſſe? und wie viel derſelben ſind?

Species ſeyn: Die erſte wäre eine Zahl zu ſchreiben und auszuſprechen/heißt numeratio (die Zählung); Die andere eine Zahl gröſſer zu machen; Die dritte eine Zahl kleiner zu machen.

Daß zwo Arten des Vergröſſerns und Verkleinerns.

§. 15. Bey dem Vermehren und Vermindern ſind aber in gewiſſen Fällen einige Vortheile nöthig und möglich befunden worden: Daher man aus jeglichem wieder zwoo Arten gemacht. Und hat man alſo eine gedoppelte Art des Vermehrens und des Verminderns bekommen.

Was Vermehren und Vermindern ſey?

§. 16. Nemlich eine Zahl wird vermehret oder gröſſer gemacht/ wenn man zu ihr noch andere hinzuſetzet. Z. E. Setze zu drey Thalern noch einen Thaler/ ſo ſind es ſchon vier Thaler. Eine Zahl wird hingegen vermindert oder kleiner gemacht/wenn man eine oder mehrere davon wegnimmt. Z. E. Nimm von drey Thalern einen hinweg/ ſo bleiben nur noch zweene.

§. 17.

§. 17. Wenn man eine Zahl gegen eine andere hält: ſo deutet ſie entweder eben ſo viel Unite-ten an/ als die andere/ Z. E. 3. gegen 3. oder ſie deutet mehr, oder auch weniger an/ als die andere. Z. E. 4. gegen 3. deutet mehr an / und 2. gegen 3. deutet weniger an. In dem erſten Fall heiſſen ſie gleiche Zahlen, (numeri æquales). in den beyden letzten Fällen aber mit einem Worte ungleiche Zahlen (numeri inæquales) ihr Unterſcheid aber oder Ubereinſtimmung heiſſet ihre Verhältniß, und die Vergleichung oder Gegeneinanderhaltung nennet man die Verhältniß unter zwoo Zahlen ſuchen. Was eine Verhältniß und wie vielerley ſie ſey?

Anm. 1. Warům dis alles angemercket wird; ſoll ſich bald in folgenden (§ §.) ſonderlich aber im Buche ſelbſt ausweiſen. Warům das zu mercken?

Anm. 2. Man pflegt gar leicht gleiche und gerade/ungleiche und ungrade Zahlen zu verwechſeln und für eins zu halten/ die doch nothwendig zu unterſcheiden. Daher mercke. Gleiche und ungleiche werden die Zahlen genannt in Abſicht auf ihre gröſſe/oder Viel- Was grade und ungrade Zahlen?

Vielheit der vniteten/darinn etliche mit einander verglichen werden. Hingegen **grade** und **ungrade** wird eine Zahl genannt in Abſicht auf ihre eigene Zuſammenſetzung und theilung. Nemlich eine grade Zahl iſt/ die ſich in zwey gleiche Theile theilen läſſet/ (oder durch 2. ohne Reſt dividiren läſſet) ſo daß lauter gantze vniteten bleiben. Z. E. 24. läſſet ſich in zwey Theile theilen / ſo daß auf jeden Theil 12. gantze vniteten bleiben. Eine ungrade Zahl hingegen iſt/ die ſich nicht in zwey gleiche Theile zertheilen läſſet/ſondern da allemahl eine gantze vnitet übrig bleibt/ die in zwey halbe vniteten müſte zertheilet werden / wo beyde Theile gleich viel haben ſollten. Als 5. Thlr. müſte in 2. gantze und 1. halben Thaler zertheilet werden.

Daß das Vermehren durch allerley Zahlen geſchehen könne?

§. 18. Es laſſen ſich zu einer gegebenen Zahl/ ſie mag auch ſo groß ſeyn als ſie will / immer noch andere hinzuſetzen/ welche und ſo viel man nur will. Und kann alſo die **Vermehrung unendlich** (in infinitum nicht actu, doch poſſibilitate abſoluta) geſchehen / folglich kann man

zu

zu einer gegebenen Zahl allerley Zahlen hinzuſetzen/ ſie mögen ſich gegen die gegebene Verhalten wie ſie wollen (gleich/kleiner oder gröſſer (§.17.). Hingegen kann man von einer Zahl unmüglich mehr hinweg nehmen, als ſie ſelber in ſich begreiffet/ und alſo die Verringerung nicht unendlich (in infinitum) geſchehen. Folglich kann man von einer gegebenen Zahl keine andere Zahl hin wegnehmen/ als die kleiner oder höchſtens nur eben ſo groß iſt/ als ſie ſelber iſt.

Das Vermindern aber nur durch kleinere nnd gleiche.

§. 19. Wenn man denn nun eine oder mehrere, gleiche oder ungleiche/ nach einander zu einer gegebenen ſetzet, und ſiehet, wie viel ſie zuſammen ausmachen, ſo heiſſt ſolche Art der Vermehrung eine Additio (Hinzuſetzung). Wenn man aber eine gegebene Zahl etliche mahl zuſammen ſetzet, (oder/ welches eben ſo viel/ eine gleiche Zahl etliche mahl zuſamen ſetzet) und zuſiehet, wie viel ſie ſo vielmahl genommen ausmachet, ſo heiſſt ſolche Art der

Was additio und multiplicatio?

Vermehrung eine Multiplication (eine Vervielfältigung).

Was ſubtractio und diviſio? § 20. Wenn man eine gleiche oder kleinere Zahl von einer gegebenen einmahl wegnimmt und zuſiehet, was übrig bleibe: ſo heiſt ſolche Art der Verringerung eine Subtractio (eine Abziehung). Wenn man aber eine ſolche Zahl ſo lange von der gegebenen hinwegnimmt, als es müglich iſt, und acht giebet / wie oft mahl ſolches geſchehen / ſo heißt ſolche Art der Verringerung eine Diviſio (Zertheilung).

Wie daraus 5 ſpecies entſtehen? §. 21. Solchemnach ſind nun in der Arithmetic fünff *Species:*

Die erſte heiſt Numeratio. (§. 14.)
Die andere: Additio. (§. 19.)
Die dritte: Multiplicatio. (§. 19.)
Die vierdte: Subtractio. (§. 20.)
Die fünffte: Diviſio. (§. 20.)

Daß über die Zahl derſelben nicht zu ſtreiten? Anm. 1. Es wäre wohl ein unnöthiger Streit / den man darüber anſtellen wolte / ob fünffe / oder drey / oder zwey oder vier ſpecies Arithmeticæ ſeyn ſolten; Denn alle viere hätten recht / wenn ſie ſich nur recht erkläreten.

Anm.

Anm. 2. Auch liegt in der Sache ſelbſt nichts daran / ob man die Multiplication oder Subtraction voranſetze. Nach obbeſagtem Grunde müſte die erſte voranſtehen. weil es aber nichts verſchlägt; die Subtraction auch leichter / als die Multiplication: ſo werden wir es bey der gemeinen Ordnung laſſen. Ob multiplicatio oder ſubtractio voran zu ſetzen?

§. 22. Soll man eine Zahl ausſprechen / ſo muß ſie ſchon geſchrieben ſeyn; ſoll man ſie ſchreiben / ſo muß ſie ſchon ausgeſprochen oder doch im Gemüth gefaſſet ſeyn / oder wohl gar vorgeſchrieben ſeyn. Hingegen wo man eine gegebene Zahl durch Hinzuſetzung einer andern gegebenen vermehret / oder durch Hinwegnehmung einer andern gegebenen verringert / ſo kommen immer neue Zahlen heraus. Folglich hat man in der Numeration bloß mit bekannten oder gegebenen, in den übrigen Speciebus aber zugleich mit bekannten und unbekannten zu thun. Wo bekannte oder unbekannte Zahlen vorfallen?

§. 23. Es werden aber die bekannten Zahlen eben um der unbekannten willen gegeben/ das iſt / man ſoll Daß die Erfindung das

Haupt-Werck im Rechnen. vermittelſt der bekannten die unbekannten herausbringen. Weil nun dieſes eine Erfindung genennet wird/wenn man aus bekannten Dingen unbekannte ſchlieſſet; So iſt das Hauptwerck in der Rechenkunſt die Erfindung.

Wie daher die arithmetic zu beſchreiben? Anm. Und in ſofern wird die Arithmetic billig beſchrieben/ daß ſie ſey eine Wiſſenſchafft aus einigen gegebenen oder bekannten Zahlen andere verlangte unbekannte zu erfinden: ſo denn aber kann die Numeration eigentlich nicht als ein weſentlich Stůck der Rechenkunſt angeſehen werden / ſondern bleibet gleichſam nur eine Vorbereitung oder Hülffs-Mittel. (§. 1. a. 1.).

Was eine Aufgabe heiſſe/ und Auflöſung? §. 24. Wenn man einem einige Zahlen giebet, daß er ſie ſchreiben oder ausſprechen/ oder durch Vermehrung oder Verminderung neue erfinden ſoll/ ſo nennet man es eine Auffgabe (Problema, exemplum,). Wenn aber/ oder wie der andere ſolche Zahl ſuchet heraus zu bringen/ das nennet man eine Auflöſung (oder Operation, reſolution.).

Anm.

Anm. 1. Es iſt manches mahl nöthig/ wenigſtens gut einen Unterſcheid zu machen zwiſchen Aufgaben und Exempel / Auflöſung und Operation. Denn eine Aufgabe bedeutet überhaupt einen Fall/ darinn man etwas zu wiſſen verlangen kann: ein Exempel aber bedeutet einen beſondern Fall/ den man nach ſolcher Aufgabe wiſſen will. Z. E. Wenn ich überhaupt frage/ wie man eine Zahl addiren ſolle oder könne/ ſo iſt das eine Aufgabe. Wenn ich aber nun gewiſſe Zahlen ſetze/ die man addiren ſolle/ ſo iſt es ein Exempel: dergleichen nun zu einer Aufgabe unzählich viel seyn können. Wie Aufgaben und Exempel unterſchieden?

Anm. 2. Die Auflöſung bedeutet überhaupt alles das/was erfodert wird die Aufgabe oder Exempel heraus zu bringen. Es iſt aber oft eine groſſe Zubereitung nöthig / ehe man das Aufgegebene dahin bringet/daß man wircklich zum Zweck kommen kann. Z. E. Es würde verlanget/ ich ſollte eine gewiſſe Summe ausſprechen: ſo iſt nöthig / daß ich vorher die Zahlen überzähle und bezeichne ehe ich ſie wircklich ausſprechen kann. Alſo faßt die Auflöſung zweyerley in ſich (1.) eine Zube- Wie Auflöſung und operation unterſchieden?

bereitung oder Einrichtung / und (2) die wircklche Operation. Und ſo wollen wir es künftig in dieſen Buche halten und es unterſcheiden, wo es nöthig ſeyn wird.

Daß alles übrige bloß eine Anweiſung zur application der ſpeciezum?

§. 25. In der Arithmetic kömmt alles auf die 3 Haupt-Puncte (§. 13.) oder 5 Species (§. 21.) an/ und kann auch mehr nicht erdacht werden (§. 13.). Gleichwohl aber findet man in allen Rechen-Büchern mehr/ als die Species Arithmeticæ, und wird auch in dieſem mehr angetroffen werden / wie der Augenſchein weiſet. Demnach folget von ſelbſt und weiſet ſich auch in der Erfahrung/ daß alles / was auſſer den 5. Specien gelehret wird/ nichts weiter ſey / und ſeyn könne / als eine **Anweiſung zur Application derſelben auf alle Fälle**, da man mit Zahlen zu thun bekommen kann.

Daß die ſpecies der Grund zur arithmetic?

§. 26. Solchemnach ſind die Species als der **Grund zu allen übrigen** anzuſehen/ ohne welche man darinn unmüglich fortkommen kann; Daher wird auch billich von denſelben zuerſt gehandelt/ und man muß mit den Lernenden nicht eher zu den andern

Din-

Dingen eilen / als bis ſie die Species wohl begriffen.

Anm. 1. Je fertiger man darinnen iſt / je leichter und luſtiger wird das übrige; gleichwie ſichs einer ſonſt ſelbſt ſchwer und verdrießlich macht / wo er die Species noch nicht kann / und doch zur Application ſchreitet. Kurtz/wer die Species nicht fleißig lernet / bleibt ſein Lebenlang ein Stümper im Rechnen.

Und daher zu erſt wohl zu lernen?

Anm. 2. Daher wolle ſich auch niemand wundern, daß man ſich bey den Specien ſo weitläuftig aufhält / weil darinn der Grund zu allen übrigen geleget wird und geleget werden müſſen / wo man nicht das hinterſte zu vörderſt und das vörderſte zu hinterſt kehren wollen.

Warüm ſie weitläufftig abgehandelt?

§. 27. Die Erfahrung lehret / daß in der application faſt alles auf die **Verhältnis der Zahlen** gegen einander (§. 17.) und ſonderlich auf diejenige Art / welche Regula de Tri genennet wird / ankommt / wenn man wiſſen will / welche ſpeciem man hie und da anzuwenden habe. Solchergeſtallt iſt nun die **Lehre von der Verhältnüs der Zahlen und die**

Die Regul de Tri iſt der Grund zur application?

Regel de Tri in Abſicht auf die application als der Grund anzuſehen/ wie die ſpecies in Abſicht auf die gantze Rechenkunſt.

Anm. Demnach gilt alles in ſeiner Maaſſe von jener / was von dieſen (§. 26. Anm. 1. 2.) geſagt worden.

Warum dis Buch in zwey Bücher eingetheilt?

§. 28. Das iſt nun die Urſach/ warum dieſes gantze Rechenbuch in zwey Bücher eingetheilet worden. Davon das erſte die Species nebſt der Regel de Tri als den Grund alles übrigen in ſich begreiffet/ das andere aber die vornehmſten Arten der Application, ſo fern ſie zum Zweck dienen/ vorſtellet.

Warum auf das erſte mehr Zeit zu wenden?

Anm. Diß iſt auch die Urſach / warum das erſte Buch das weitläuftigſte/und dem gemachten Entwurff nach auf das erſte Buch mehr Zeit / als auf das andere gewendet wird.

Warum von allem raiſon gegeben wird?

§. 29. Die Arithmetic iſt eine Wiſſenſchafft (§. 1.). Eine Wiſſenſchafft aber erfodert / daß man ſeine Sätze aus unumſtößlichen Gründen erweiſen könne; folglich iſt die arithmetic billich alſo vorzutragen

und

und zu lernen / daß man von allem/ was man vornimmt/ hinlängliche Urſache (raiſon) zu geben wiſſe. daher man ſich ſolches auch in dieſem Buche zu leiſten möglichſt befleißigen wird.

Anm. 1. Sie wird ſonſt die Rechen-Kunſt genañt, ohn Zweiffel auch darům/ weil man ſie gemeiniglich als eine bloſſe Rechen-Kunſt zu lehren und zu lernen / auch hernach zu treiben pfleget/ nemlich alſo / daß es dabey alles / ohne einen rechten Grund zu wiſſen/ bloß auf die Memorie und Ubung ankömmt ; an ſich aber iſt ſie eine Wiſſenſchafft / die auf unumſtößlichen Gründen beruhet. Und es iſt auch weit nützlicher/ wenn man nebſt der durch die Ubung erhaltenen Fertigkeit auch eine rechte Gewißheit von allem hat. Warům die arithmetic Rechen-Kunſt heißt?

Anm. 2. Es iſt kein Zweiffel / die erſten Erfinder haben den rechten Grund von dem / was ſie vorgebracht / gewuſt. Allein ſie haben ſolchen meiſt / als eine Heimligkeit vor ſich behalten/ und andere es ohne rechten Verſtand blindlings annehmen und auswendig lernen műſſen, wo ſie nicht durch ſcharffes Nachdencken ſelbſt wieder auf die Spur gekommen. Wenige begehren ihn auch zu lernen. Warům der grund ſo unbekannt ?

Was grund- und willkührliche Sätze ſind?

§. 30. Die Grunde/ worauff die Arithmetic beruhet/und daraus man von allem Raiſon geben kan/ſind theils in der Natur der Sache ſelbſt gegründet und von ungezweiffelter Gewißheit/ ſo daß ſie kein vernünfftiger Menſch leugnen oder nur das Gegentheil gedencken kan/ ſo bald er ſie nur verſtehet: theils aber ſind ſie durch einmüthige Bewilligung freywillig angenommen/ aus welchen aber/nachdem ſie einmahl angenommen ſind/die Schlüſſe eben ſo wohl durch eine gantz nothwendige Folge/ als aus jenen/hergeleitet werden. Die erſten nennet man Grund- und Lehr-Sätze, (*Axiomata*, *Theoremata*), die andern freywillige oder willkührliche Sätze(*Hypotheſes*.).

Wie vielerley die Grund-Sätze?

§. 31. Die willkührlichen Sätze werden in der Numeration beyzubringen ſeyn; Von den Grund-Sätzen aber iſt hier noch etwas zu handeln. Es gehen unter denſelbigen einige auf die gantze Arithmetic überhaupt/ einige beziehen ſich nur auf eine beſondere Speciem. Jene

möchte

möchte man allgemeine, dieſe aber beſondere nennen. Die beſondern ſollen bey jeder Specie, auf welche ſie gehen/ angeführet werden. Und iſt alſo hier noch bloß von den allgemeinen zu handeln.

§. 32. Die allgemeinen Grund-Sätze ſind ſonderlich folgende: Allgemeine Grund-Sätze.

1. Eine jede Zahl iſt ihr ſelber gleich/ (Idem eſt æquale ſibimet ipſi.) Als: 3. iſt einer 3. gleich.

2. Ein gleiches kann an des andern Stelle geſetzet werden. (Æqualia ſibi invicem ſubſtitui poſſunt.) dis hat ſeinen groſſen Nutzen.

3. Wenn zwoo Zahlen einer dritten gleich ſind/ſo ſind ſie einander ſelber gleich. (Quæ æqualia ſunt eidem tertio, ea ſunt æqualia inter ſe.).

4. Was einer von zwoo gleichen Zahlen ungleich iſt/ das muß auch der andern gleichen ungleich ſeyn. (Quod uno æqualium majus vel minus, ſeu inæquale eſt, id etiam altero æqualium majus vel minus eſt.).

5. Ein

5. Ein gantzes iſt gröſſer als eins ſeiner Theile. (Totum eſt majus qualibet ſua parte.).

6. Ein gantzes iſt allen ſeinen Theilen zuſammen genommen gleich: und hinwieder alle Theile zuſammen genommen dem gantzen gleich. (Totum eſt æquale omnibus ſuis partibus ſimul ſumtis, & contra omnes partes ſimul ſumtæ ſunt æquales ſuo Toti.).

Daß ſolche nöthig.

Anm. Einfältige pflegen darüber zu lachen / wenn man ihnen ſolche Sätze vorlegt / gleich als wenn man ſie für ſo einfältig anſehen wolte / daß ſie das nicht glaubten. Aber eben darum ſind ſie hoch zu ſchätzen / weil ſie ſo handgreifflich wahr ſind. Nichts deſto weniger ſind ſie auch nöthig: denn wenn es in groſſen Exempeln zur Application kömt / da es nicht ſo offenbahr iſt / ſo pfleget man doch wohl daran zu zweifeln / bis man es gantz deutlich ſiehet.

Was erweiſen und was die Probe machen ſey?

§. 33. Wenn man nun aus dieſen und dergleichen Gründen durch eine richtige Folge darthun kann / daß man auf dieſe oder jene Weiſe (oder nach dieſer und jener Regul) die verlangte

Zahl

Zahl ohnfehlbarlich herausbringen könne/ ſo nennet man es erweiſen (demonſtriren) oder man ſagt: Man gebe *raiſon*, warům ſo und nicht anders zu verfahren. Hingegen wenn man darthut/ man habe nach den gegebenen Regeln ohne einen Fehler begangen zu haben richtig operiret: ſo nennt man es die Probe machen, (probiren).

Anm. 1. Es wird der Erweiß und die Probe gar offt verwechſelt/ und mancher denckt/ er habe erwieſen/ wenn er die Probe gemacht. Aber beydes iſt weit unterſchieden. Kurtz: Der Erweiß demonſtriret/ (wie man ſagt/ a priori) aus Erklärungen und Grundſätzen/ (definitionibus und axiomatibus) daß die Regel richtig; die Probe aber zeiget (a poſteriori) auf eine andere Weiſe entweder eben das/ oder daß man nach den Regeln recht operiret habe/ wie es ſich unten zeigen wird. Probe und Erweiß wird verwechſelt.

Anm. 2. Beydes nun/ ſo wohl erweiſen als probiren iſt an ſich nützlich und nöthig. Denn was helfen mir richtige Regeln/ wenn ich nicht richtig darnach operire? Und was hilft eine richtige operation nach den Regeln Daß Erweiß und Probe nöthig.

geln, wenn die Regeln ſelbſt nicht richtig ſind? Aber die gewöhnliche Arten der Proben ſind von ſchlechten Wehrt zu ſchätzen/ indem ſie (anderer inconvenientien/ zugeſchweigen) meiſt eine groſſe Weitläufftigkeit erfordern / (wie unten ſoll gezeigt werden /) und man hernach doch noch wohl eine Probe von der Probe machen muß. Daher findet man auch / daß man in der praxi ſelbſt wenig an eine Probe gedenckt/denn welcher Kauffmann macht nach der gemeinen Art/eine Probe von ſeinen Rechnungen / die doch oft viel importiren? die beſte Probe iſt/wenn man durch und durch fein mit attention operiret/ oder die operation noch ein oder mehrmahl wieder vornimmt/ und eben das facit wieder heraus bringt/ oder auch wenn ihrer mehrere ein Exempel machen und im facit alle überein kommen. Oder ſo es was rechtes importirt/ daß man ein Exempel auf unterſchiedene Arten verfertiget / wo ſolche müglich ſind. Daher wird von der Probe in dieſer Anweiſung nicht viel geſagt / ſondern davon hinter den ſpecien, und der Regel de Tri ſtatt eines Anhanges einmahl für allemahl / doch hinlänglich/ gehandelt werden.

§. 34.

§. 34. Wenn und weil nun die Arithmetic ihre Reguln aus ſolchen ungezweiffelten Gründen erweiſet; und ſie auch nach ſolchen Reguln ohne Fehler zu operiren lehret: ſo iſt offenbahr/ daß ſie eine Wiſſenſchafft ſey mit Zahlen richtig (§. 1.)/ das iſt/ alſo umzugehen/ daß man die verlangten Zahlen unfehlbarlich heraus finde/ und daran hätte man ſchon gnug. Es iſt aber auch geſagt/ daß ſie eine Wiſſenſchafft ſey mit Zahlen fertig (§. 1.)/ das iſt/ alſo umzugehen/ daß man die verlangte Zahl bald und mit leichter Mühe finde/ woraus denn ihre Nutzbarkeit noch mehr erhellet.

Daß die arithmetic Lehre mit Zahlen richtig umzugehen.

Und fertig.

Anm. Wer die Arithmetic nicht verſtehet weiß entweder gar nicht/ wie er eine verlangte Zahl finden ſoll/ oder er erhält es doch erſt durch groſſe Weitläufftigkeit und Umſchweiffe/ und denn weiß er noch nicht einmahl gewiß/ ob ers auch getroffen habe. Bringt ers aber einmal auf die kürtzeſte Weiſe heraus: ſo iſt es/ als wenn eine blinde Henne auch einmahl ein Körngen findet. Allem dieſen wird abgeholffen/ wenn man die Arithmetic lernet.

Daß ohne arithmetic beydes nicht möglich.

Daß Zwoo Arten eine Zahl fertig zu finden/ und welche hier gemeint.

§. 35. Daß man die verlangte Zahl bald und ohne ſondere Mühe herausbringe/ ſolches kan auf zweyerley Weiſe verſtanden nnd erhalten werden. Einmahl, wenn man eine kurtze *Methode* hat, mit wenigen zu ſeinem Zweck zu kommen. Zum andern/ wenn man die Sache ſelbſt (geſetzt daß es auch an ſich eine etwas weitläufftigere Methode wäre) wohl inne hat/und alſo ohne Anſtoß geſchwinde hinter einander weg *operi*ren kann. Die erſte Art wird hier hauptſächlich verſtanden. Die letzte aber kan uns die arithmetic an ſich nicht geben/ denn alle Fertigkeit wird allein durch die Ubung erhalten: das erſte aber befördert ſie eigentlich/ indem ſie die kürtzeſte *Methode* anweiſet.

Beantwortung eines Einwurffs.

Anm. Man findet / daß Leute / ſo die Arithmetic nicht gelernt/ als Oeconomi, &c. im Kopff offtmahls die verlangte Zahl eher herausbringen / als ein ander/ der die Arithmetic gelernet/ ſie auf dem Papier findet. Diß kömt aber daher/weil jener ſich mehr geübet nach ſeiner Art im Kopff zu machen / als ein ander auf dem Papiere. Solte aber

aber ein ſolcher die Arithmetic gelernet / und eben ſo viel Ubung gehabt haben/ſo würde er noch weit fertiger worden ſeyn. Und überdas weiß ein ſolcher ſich weiter in nichts zu finden/ als was er täglich unter Händen gehabt und durch viele Umſchweiffe gelernet hat. Aber die arithmetic lehret ſich in alle vorkommende Fälle zu ſchicken. Daher iſt es unrecht/wenn man daraus den Schluß machen wolte / der und der könne es ohne arithmetic, ergo will und darff ich ſie auch nicht lernen. Sondern wenn Wiſſenſchafft und Ubung zuſammen kömmt/ ſo wird etwas rechtes daraus.

§. 36. Was die **erſte Art** anlanget/ſo dienet dazu nicht allein die **alte und gemeine Art**/ ſondern es ſind auch allerhand **Vortheile** bey dieſen und jenen Fällen angemercket worden/ wodurch man noch viel eher und mit weniger Mühe zum Zweck kommen kan/ als durch die gemeine. *Was die arithmetic dazu beytrage?*

Anm. 1. Es iſt offenbahr / daß auch die Gemeine Art viel näher zum Zweck führe/ als irgend eine andere Art der Rechnung ohne Zahlen. Man ſehe nur an/wie ſich ein Bauer martert/ehe

er mit ſeinen Strichen kan fertig werden. Und wie ungewiß er ſeiner Sache iſt, ſo daß er immer noch in Sorgen ſteht / er komme zu kurtz/ und es wohl zehnmahl wieder überzehlet.

Anm. 2. Es wird auch bey einer jeden specie gezeiget / worinn der Vortheil nach der gemeinen Art beſtehe.

Anm. 3. Noch mehr aber hat man ſolches von der ſo genannten practiſchen Art zu ſagen/der man ſich heut zu tage meiſtens bedienet.

Gemeine und vortheilhafte Art?

§. 37. Es ſollen demnach in dieſem Buche ſo wohl die **alte Art**, als die **Vortheile** gezeiget werden/ jene unter dem Titul der **Gemeinen** / und dieſe unter dem Titul der **Vortheilhaften Art.**

Was die Welſche Practic ſey?

Anm. 1. Es wird heut zu tage viel redens und weſens gemacht von der Welſchen Practic, welches eine kurtze Rechnungs-Art bedeutet / die in Italien oder Welſchland erfunden ſeyn ſoll. Nun will ich nicht läugnen/ daß ſie vortrefflich ſey/ auch darüber nicht diſputiren / ob ſie die Welſche oder alte Teutſche Practic heiſſen ſolle ; Ich muß aber geſtehen / daß ich bis dato noch bey keinem einen recht deut-

lichen

lichen Begriff habe finden können/ worinnen doch dieſelbe eigentlich beſtehe / oder was zu derſelben eigentlich gehöre. Einige binden ſie allein an die Regel de Tri, einige ziehen ſie noch auf andere Dinge. Einige rechnen alle Vortheile darzu/ ſo man in der Regul de Tri anbringet / einige aber ſuchen ſie eigentlich nur in dem Zerfällen der Zahlen. Kurtz man iſt darinn nicht durchgängig eins.

Anm. 2. Ob ſich nun endlich noch wohl eine conciliation finden lieſſe / ſo enthalte ich mich dennoch mit Fleiß des Worts und nenne es lieber überhaupt eine vortheilhaffte Art / und begreiffe alſo darunter alle Vortheile/ wodurch man in wenigerer Zeit und mit leichterer Mühe/ als nach der gemeinen Art zum Zweck gelangen kann. (Alle Compendia temporis & laboris); und zwar nicht allein in der Regul de Tri, ſondern durch das gantze Rechenbuch. Denn (1.) iſt es ausgemacht/ daß nicht alle Vortheile/ die man ſchon hat / in Welſchland erfunden ſind / die doch oft eben ſo gut und daher ſo wohl zu treiben ſind / als jene. (2.) Iſt es müglich noch täglich mehrere dazu zu erfinden/

Warům man es lieber eine vortheilhafte Art neñt?

und ſind auch unterſchiedliche neue in dieſem Buche befindlich.

Anm. 3. Es finden ſich in der praxi bey der gemeinen Art allerley Hülffs-Mittel/ auch allerley Handgriffe / dadurch man auch näher zu kommt. Weil aber doch die gemeine Art zum Grunde bleibt: ſo rechnen wir ſolche mit zur gemeinen Art. Wie hernach zu ſehen.

Daß die Welſche Practic doch dabey?

Anm. 4. Solchergeſtalt gedencke ich zwar nichts von der Welſchen Practic, indeß iſt ſie doch würcklich in dieſem Buche vorhanden / aber ſie nicht allein/ ſondern noch darzu andere theils alte/ theils neue Vortheile.

Warům die gemeine Art zu lernen?

§. 38. Es dürffte zwar jemand einwenden / (wie es auch wircklich von vielen geſchiehet) / wenn die Practiſche Art viel vortheilhaffter ſey / warum man denn ſelbige nicht lieber allein behalte/ und die Gemeine Art gar weglaſſe/ indem es ja heiſſe: Quod poteſt fieri per pauca, non debet fieri per plura. (Was mit wenigem geſchehen könne/ dabey bedürffe es keiner Umſchweiffe). Dem aber dienet zur Antwort / daß ſolches nicht wohl gethan ſeyn würde. Denn die Vortheilhaffte

Art

Art iſt (1.) nicht allgemein/das iſt/es giebt Exempel/da ſich keine Vortheile anbringen laſſen/ die man alſo gar nicht machen könte. Zum (2.) gar zu mannigfaltig/ das iſt/ manche Exempel können auf 3. biß 4rerley Art gemacht werden/ und bey einer jeden Art Exempel brauchet man lauter beſondere Vortheile/ darüber die Lernenden im Anfang nothwendig confus und verdrießlich werden müſſen. Hingegen die gemeine Art iſt 1. allgemein und 2. einfältig/ das iſt/ es laſſen ſich alle Aufgaben auf eine Art auflöſen/ ſie mögen beſchaffen ſeyn/wie ſie wollen. Alſo/ daß man in dieſer Abſicht nach obiger Regel eher die vortheilhaffte Art wegwerffen/ und die Gemeine allein behalten müſte.

Anm. Damit dieſes deſto deutlicher werde, will ichs durch ein Exempel erläutern. In der gantzen Regel de Tri hat man nach der gemeinen Art die einige Regel: Die beyden letzten Sätze multiplicir, die Summe durchs erſte dividir; und nach derſelben kann man alle Aufgaben auflöſen. Hingegen nach der Vortheilhafften oder — Weitere Erklärung?

Practiſchen Art muß man nicht allein eine Haupt-Eintheilung in Multiplications, Diviſions und Proportions-Exempel machen / ſondern in einer jeglichen ſetzet man auch wieder 3. 4. 5. und mehr Haupt-Unterſcheide / und in dieſen ſind wieder neue Eintheilungen. Jede hat nun ihre beſondere Regeln / offt zehn biß zwölffe / und ſo auch in andern. Darüber muß ein Lernender wie geſagt / anfangs nothwendig erſchrecken und confus werden.

Warum die gemeine Art voran ſtehe?

§. 39. Um deßwillen behält man die gemeine Art nicht allein bey / ſondern ſetzet ſie auch Voran, und wünſchet / daß man einen Anfänger nicht eher zu der Vortheilhaffter Art gehen laſſe / als biß er die Gemeine wohl gefaſſet. Und das auch zugleich aus der Urſache / weil man nach der Gemeinen Art in der Operation alles deutlich und ordentlich auf dem Papier mit Zeichen ſchreibet, was man dabey im Gemüthe gedencket, da es die Jugend am leichteſten begreiffen kan. Hingegen in der Vortheilhafften Art ſchreibet man viel nicht, was man doch gedencket, das

das iſt / man arbeitet viel im Kopffe ; darinn ſich ein Anfänger nicht zu ſchicken weiß.

Anm. 1. Ich kann es daher auch nicht für wohlgethan achten/ wenn man der Jugend zuerſt zeiget / wie weit man mit der Vortheilhafftten Art kommen könne/ und hernach erſt ſolche Exempel bringet/ da kein Vortheil/ſondern allein die gemeine Art ſtatt findet. Wie in vielen Rechenbüchern geſchehen. Und glaube/ es ſey viel beſſer/ daß man der Jugend zuerſt die gemeine Art als eine allgemeine Regul beybringe/ und nachmahls endlich zeige/ wie man in dieſen und jenen Fällen näher zum Ziel gelangen könne.

Warüm es nicht gut die Vortheile erſt zu lernen?

Anm. 2. Kurtz die gemeine Art muß (1) beym Lernen gleichſam der Leitfaden (filum Ariadneum) ſeyn/ daran ſich das Gemüth halte/ und wieder zu rechte finde/ wenn ſichs in den vielen Vortheilen verirren und verlieren will. Und (2) in der Praxi die beſtändige Retirade bleiben/ dahin man ſeine Zuflucht nimmt / wenn entweder keine Vortheile angehen oder ſie uns nicht beyfallen wollen.

Warům die vortheilhafte Art zu lernen?

§ 40. Gleich wie man aber der gemeinen Art gar nicht entbehren kan; Alſo würde man ſich auch eines groſſen Vortheils berauben / ſo man die Vortheilhaffte Art weglaſſen wolte. Denn ob es gleich mehr Mühe koſtet / ſelbige zu lernen: ſo hat ſie doch hernach *in praxi* einen groſſen Vorzug vor jener voraus / und iſt dienlich viel Zeit und Mühe zu erſparen. Daher denn ſolche auch mit allem Fleiß allhie ausgeführet worden.

Daß man nicht alle zu erwarten?

Anm. Jedoch iſt keinesweges zu erwarten / als ob alle Vortheile / die möglich oder nützlich ſind / gezeiget würden. Denn das erſte iſt nicht müglich / das andere zu weitläufftig / beydes aber nicht nöthig; Denn wenn man nur die Vornehmſten lernet / und dabey fleißig auf den Grund acht giebet / ſo wird man hernachmahls fähig / ſelbſt täglich immer mehrere zu finden und anzubringen.

Warům bey den Vortheilen der Grund gezeiget wird?

§. 41. Es müſſen aber die Vortheile eben ſowohl als die gemeine Art auf unůmſtößlichen Gründen beruhen / denn ſonſt könte man ſich derſelben mit keiner Gewißheit bedienen; So mag denn die Arithmetic auch in

Ab-

Abſicht auf die Vortheile eine Wiſſenſchafft genannt werden. Und das iſt die Urſache/ warům in dieſem Buche bey jeglichem Vortheil auch der Grund deſſelben zugleich gezeiget worden.

§. 42. Es pfleget die Jugend durch die Mannigfaltigkeit der Vortheile theils *confus*, theils verdrüßlich zu werden. Daher hat ein Lehrer auch dieſen beyden Schwachheiten weißlich vorzubauen/ welches geſchiehet / wenn man eines theils den Unterſcheid und die Ubereinſtimmung von und mit der Gemeinen Art genau vorſtellet; andern theils aber den beſondern Vortheil/ der dabey befindlich / vor Augen leget. Man hat zu ſolchem Ende bey der Vortheilhafften Art allemahl nebſt dem Grunde (§. 41.) auch den Unterſcheid und den Vortheil vor der Gemeinen Art angemercket / ſonſt aber auch was zuſammen gehöret / zuſammen gezogen / und was unterſchieden / auseinander geſetzet.

Warům auch der Vortheil und Unterſcheid gezeiget wird?

Was die Arithmetic für Nutzen habe?

§. 43. Aus dieſem allen erhellet denn nun zuförderſt der groſſe Nutzen, welchen die Arithmetic giebet erſtlich in Anſehung aller im gemeinen und bürgerlichen Leben: indem ſie lehret, mit allen vorfallenden Zahlen richtig und fertig umzugehen, ſo fern uns daran etwas gelegen iſt (§.1.); und ſie folglich als ein ſchönes Mittel anzuſehen, unſere Geſchäffte im Handel und Wandel wohl und fertig auszurichten. Zum andern in Anſehung der ſtudierenden: denn ſie führet alles durch richtige Schlüſſe aus deutliche Begriffen und unumſtößlichen Sätzen her, und iſt folglich ein trefliches Mittel den Verſtand zu ſchärffen und auszubeſſern.

Anm. Es iſt daher ſehr zu bedauren, daß man die arithmetic gemeiniglich, am allermeiſten aber auf den Schulen ſo gering ſchätzet. Weil man die Jugend eines groſſen Vortheils beraubet ihren Verſtand zu ſchärffen, der gewiß bey der Jugend mehr thut, als die Logic, die ihnen noch zu abſtract, und ſie fähig macht, die Logic deſto beſſer zu begreiffen.

§. 44.

§. 44. Zugleich iſt daraus ferner offenbahr/ was die Hauptſache beym Rechnen, zumahl bey einer ſtudierenden Jugend ſeyn ſolle/ nemlich/ daß ſie durch daſſelbe unvermerckt angewöhnet werde ſich deutliche Begriffe, und aus dieſen ungezweiffelte Sätze, und daraus ferner unwiderſprechliche Schlüſſe zu machen / oder mit einem Wort gründlich zu meditiren. Und iſt es daher keinesweges genug, oder auch nur wohlgethan, wenn man die Regeln allein auswendig lernen läſſet / ohne ſie gründlich zu verſtehen, oder auf alle Fälle mit Verſtand zu appliciren. Geſchiehet aber dieſes / ſo wird der andere Nutzen für das gantze Leben nicht zurücke bleiben/ ſondern eben dadurch weit glücklicher/ als ſonſt/ erhalten werden. Was die Haupt-Sache bey der Arithmetic?

Anm Es iſt daher auch ein falſches Vorurtheil/ daß mancher meinet/ er verſäume durch die demonſtrationen etwas und verlanget man ſolle ihn nur mit Gründen / Beweiß ꝛc. nicht aufhalten/ ſondern nur Exempel machen laſſen. allein was man auf den Grund wendet/ das wird alles hernach reichlich wieder eingebracht. Daß man durch die Gründe nicht aufgehalten werde?

In-

Inhalt des erſten Buchs.

Das Erſte Buch.

Handelt von dem Grunde der gantzen Arithmetic, nemlich von den 5. Specien und der Regul de Tri.

Darinn ſind zwey Theile.

Der erſte Theil handelt von der gemeinen Art.

Der andere Theil handelt von der vortheilhafften Art.

Jeder Theil hat zweene Abſchnitte.

Der erſte Abſchnitt handelt von gantzen Zahlẽ.

Der andere Abſchnitt handelt von gebrochenen Zahlen.

Jeder Abſchnitt hat vier Sectiones.

Die erſte Section handelt von den Speciebus in einer Sorte.

Die andere Section handelt von den Speciebus in unterſchiedenen Sorten.

Die dritte Section handelt von der Regul de Tri in einer Sorte.

Die vierte Section handelt von der Regul de Tri in unterſchiedenen Sorten.

Jede SECTION hat ihre Capittel.

Deren Inhalt jedes Orts zu ſehen iſt.

Nach allem folget

Der Anhang des erſten Buchs/

Darauf man ſich im Buche ſelbſt hin und wieder beziehet.

Deo

Des erſten Theils Erſter Abſchnitt.
Von gantzen Zahlen.
Die erſte SECTION.
Von den Speciebus mit einer Sorte.
Das erſte Capittel.
Von der NUMERATION.
1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.
§. 1.

NUMERATIO iſt diejenige Species der Arithmetic, welche lehret/ alle vorfallende Zahlen richtig und fertig auszuſprechen und zu ſchreiben. (Vorb. §. 14.). *Was numeratio ſey?*

§. 2. Zahlen ſind ſchrifftliche Zeichen/ wodurch man ausdrucket/ wie viel einzele Dinge von einer Art ſich beyſammen finden (Vorb. §. 2.). Nun können aber bald viel/ bald wenige Dinge von einer Art beyſammen ſeyn: So muſte man dann nothwendig ſo viel unterſchiedene Zahlen haben/ als es möglich/ daß die Vielheit oder Anzahl der Dinge ſelbſt unterſchieden ſeyn kann. Z. E. Einmahl ſind hundert da/ ein andermahl tauſend/ ein ander mahl zwanzig und ſo fort auf unzähliche Weiſe. *Wie viel Zahlen man haben müſſe?*

§. 3.

Warum man einige Stam-Zahlen erwählen müſſen?

§. 3. Solte man nun auf jede mögliche Anzahl der Dinge ein beſonders ſchrifftliches Zeichen geſetzet haben: ſo würde man gewiß noch mehr Zeit und Mühe gebraucht haben / ſolche kennen zu lernen/ als eine gantz unbekannte Sprache zu faſſen. Daher hat man nothwendig einige wenige Zahlen annehmen müſſen/ durch deren Zuſammenſetzung man alle vorfallende und mögliche Anzahlen der Dinge auf bequeme Art könnte ausdrücken/ wie etwa durch die wenige Buchſtaben des alphabets alle Wörter können geſchrieben werden/und ſolche wollen wir künftig Stam-Zahlen nennen.

Daß zehn Stamm-Zahlen vorhanden.

§. 4. Zu ſolchen Stamm-Zahlen (oder a, b, c, der arithmetic), ſind nun dieſe zehn Zeichen beliebet: 0, null (oder nichts). 1 Eins. 2 zwey. 3 drey. 4 vier. 5 fünf. 6 ſechs. 7 ſieben. 8 achte. 9 neune.

Anm. 1. Ich ſage beliebet/ denn nothwendig iſt es nicht geweſen: es haben Gelehrte gezeiget/ daß man eben ſo gut/rechnen könnte/ wenn man mehr oder weniger hätte. Die Urſach aber warum man lieber zehn erwählt/ iſt wohl dieſe/ weil man in der Sprache ſelbſt mit gantzen Worten auch bis auf zehn fort zu zählen pfleget. Ich ſupponire aber / und zwar / wie ich meine / nicht ohne Grund/ daß man eher in gantzen Worten gezählt und geſchrieben habe/ als man kurtze Zeichen gehabt (Vorber. §. 2. a. 2).

Warum

Warum man aber auch in der Sprache ſelbſt/ bis auf zehn zu zählen angenommen/ iſt hier nicht zu unterſuchen/ genug daß wir wiſſen/ warum man 10 characteres hat. Jedoch läßt ſichs hören/ daß man meint/ es komme daher/ daß man anfänglich nach den 10 Fingern gezählt haben ſolle.

Anm. 2. Die null heißt eine ungültige Zahl (nulla, Ziphra), die neun übrigen aber heiſſen gültige Zahlen (numeri ſignificantes). Die Stamm-Zahlen wenn ſie allein ſtehen heiſſen einzele Zahlen (numeri monadici oder digiti). Wenn ſie aber zuſammen geſetzet ſind: ſo heiſſen ſie zuſammen geſetzte/ und zwar die/ſo am Ende eine 0 haben decadici (als 30.)/ Die aber am Ende eine gültige Zahl haben/ heiſſen numeri mixti (als 35).

§. 5. Ferner iſt beliebet um mit dieſen wenigen Zahlen auch groſſe Summen zu bezeichnen/ daß ſie ihre gültigkeit vermehren/ oder immer mehr gelten ſollen/ wenn und ſo oft ſie von der rechten weiter gegen die lincke vor ein ander zu ſtehen kommen. Und zwar da unter den gültigen Zahlen die höchſte neun und die nächſt folgende im zählen zehen iſt: ſo muß eine jede nothwendig zehnmahl mehr bedeuten/ wenn und ſo oft ſie vor eine unter dieſen neun Zahlen weiter gegen die lincke zu ſtehen kömmt/oder ſie gelten allezeit zehn mahl mehr/ als die zur rechten nächſt vorhergehende.

Wie aus den zehn Zahlen alle entſtehen?

§. 6.

Was ein Grad ſey? §. 6. Solcher geſtalt haben dieſe Zahlen ihre Gültigkeit von dem Ort/ den ſie von der rechten gegen die lincke einnehmen (und ſie heißt daher valor localis). Der Ort aber/ da eine Zahl ſtehet/ heiſſet die Stelle oder Grad (locus gradus) und wird folgender geſtalt unterſchieden/ daß die äuſerſte zur rechten heißt die erſte Stelle / der unmittelbahr zur lincken folgende / die andere / und ſo weiter die 3te/ 4te/ 5te/ 2c.

Anm. Man nennet es ſonſt eine Zahl/ es mag nur eine Stelle oder mehrere erfüllet ſeyn. Weil man aber in vielen Fällen nöthig hat die einzele Zahlen / als Theile von der gantzen Summe, zu unterſcheiden: ſo wollen wir das Wort Zahl in ſolchen Fall für die gantze Summe nehmen/die einzeln oder wenige Zahlen von der gantzen Summe aber Figuren oder Ziffern nennen/ ob gleich ſonſt die null eigentlich allein Ziphra heiſſen ſoll.

Was jeder Grad für eine Gültigkeit habe? §. 7. Hieraus folget nun von ſelbſt/

(1) Daß die Ziffern in der erſten Stelle ihre natürliche Bedeutung ſchlechthin behalten/ denn ſie haben noch keine andere hinter ſich.

(2) Daß ſie in der andern Stelle/ zehn mahl mehr gelten/ als in der erſten / nemlich die 1. gilt nicht mehr eins/ ſondern zehn mahl eins/oder einmahl zehen / die 2. nicht mehr zwey/ ſondern zwey mahl zehn/ und ſo weiter.

(3) Daß

(3) Daß ſie in der dritten wieder zehn mahl mehr gelten / als in der andern: alſo daß die 1 nicht mehr ein mahl zehn heiſſet/ ſondern ein mahl zehn mahl zehn/ die 2 nicht mehr zweymahl zehn/ ſondern zwey mahl zehen mahl zehn/ und ſo fort.

(4) Daß ſie in der vierten wieder zehn mahl mehr gelten/ als in der dritten. Daß Z. E. die 1 nicht mehr ein mahl zehn mahl zehn heiſſe/ ſondern ein mahl zehn mahl zehn mahl zehn/ die 2 nicht mehr zwey mahl zehn mahl zehn/ ſondern zwey mahl zehn mahl zehn mahl zehn. Und ſo weiter.

(5) Daß ſie in der 5ten wieder zehn mahl mehr gelten/ als in der 4ten. Daher heiſſet Z. E. 1 nicht mehr ein mahl zehn mahl zehn mahl zehn/ ſondern ein mahl zehn mahl zehen mahl zehen mahl zehn / und ſo fort.

(6) Daß ſie alſo auch weiter fort in der ſechſten zehen mahl mehr gelten/ als in der 5ten / in der 7benden wieder zehn mahl mehr als in der 6ten/ und ſo immer weiter.

§. 8. Ob nun wohl hieraus die rechte genesis oder Erwachſung der Gültigkeit der Zahlen erhellet; ſo ſiehet doch ein jeder leicht/ daß es viel zu beſchwerlich und unverſtändlich ſeyn würde/ wenn man das zehn und mahl ſo oft wieder hohlen ſollte: ſo hat man denn nach Gewohnheit der Sprache den vier erſten Stellen einen eigenen general

Wie man die Gültigkeit kurtz ausdrücke?

Namen gegeben/ der ihre Gültigkeit ausdruckte. da denn die erſte Stelle eins/ die andere zehn/ die dritte hundert/ die vierte tauſend bedeutet. Lateiniſch ſagt man/ die erſte halte vnitates in ſich/ die andere decades, die dritte numeros centenarios oder centurias und die vierte millenarios.

Weitere Erklärung/ von dem erſten bis vierten Grad.

§. 9. Hierdurch wird es nun freilig viel faßlicher. Denn

(1) In der erſten Stelle deuten die Zahlen ſchlechthin ſo viel einzele Dinge an/ als wenn ſie allein ſtehen/ (§.4). Z.E. 3 heiſſet drey / nemlich Einheiten oder einzele Dinge / und ſo fort.

(2) In der andern gelten ſie zehen/oder/ daß ich ſo rede/ Zehnheiten (decades), das iſt eine Anzahl von zehen einzelen Dingen. Alſo heiſſet 1 eine zehnheit / 2 zwoo zehnheiten / 2c. welches man aber kurtz mit einen Wort folgender maſſen ausſpricht: 1 heißt zehn / 2 heißt zwanzig / 3 dreyſig/ 4 vierzig / 5 funfzig / 6 ſechszig/ 7 ſiebenzig/ 8 achtzig/ 9 neunzig.

(3) In der dritten gelten ſie hundert, das iſt eine Zahl von zehen zehnheiten (decadibus) oder zehn mahl zehen: ſo heißt 1 ein hundert/ 2 zwey hundert/ 3 drey hundert/ und ſo fort.

(4) In der vierten gelten ſie tauſend/ das iſt eine Zahl von zehn mahl hundert und heißt alſo 1 ein tauſend/ 2 zwey tauſend/ und ſo fort.

§. 10.

§. 10. Wenn es aber über die vierte Stelle kömmt/ ſo hat man weiter keine beſondere Namen, ſondern man fängt gleichſam wieder von vorne an / ſo daß man die vierte ſtatt der äuſerſten gegen die Rechte annimmt/ und die fünfte, weil ſie ſchon eine Stelle weiter gegen die Lincke gehet / wieder als zehn/ und folglich die ſechſte als hundert/ und die ſiebende als tauſend anſiehet/ und zum Unterſcheid / daß es nicht vom äuſerſten/ ſondern 4ten Grad angerechnet werde/ allemahl das Wort tauſend hinten anhänget. Als in 5ten zehn tauſend/ in 6ten hundert tauſend/ und in 7benden tauſend mahl tauſend. Von dem vierten bis ſiebenden Grad?

Anm. Hieraus iſt zugleich offenbar/ warum allemahl die 4te Zahl zu gleich eins und tauſend heiſſe/ daraus man ſich ſonſt nicht finden kann, wo man nicht merckt / daß ein jeder Grad immer auf zehn wächſt/ und hier nur die doppelte Benennung zum Vortheil entſtehe/ weil man weiter keinen eigenen Namen hat.

§. 11. Kommt es über ſieben Grad/ ſo fängt man da wieder von neuen an / nur daß man zum Unterſcheid zwey mahl tauſend oder tauſend mahl tauſend hinten anſetzet / daß alſo der 8te Grad heißt/ zehen tauſend mahl tauſend / der 9te hundert tauſend mahl tauſend/ der zehende tauſend tauſend mahl tauſend. Von dem ſiebenden bis zehenden Grad.

Von den übrigen Graden. §. 12. Kommt es nun über zehn/ ſo fängt man wieder von neuen an/ und ſo immer weiter fort. Doch ſo oft mahl man von neuen anfänget/ ſetzet man noch ein mahl mehr tauſend mahl tauſend darzu.

Wie man die tauſend bezeichne/ und was ein periodus ſey? §. 13. Da man nun in den Graden immer bis auf tauſend fort zählet/ und denn wieder von neuen anfänget: ſo pfleget man auch wohl diejenigen Grade/auf welche tauſend fällt/zu bezeichnen/ damit man ſich im ausſprechen nicht irre/ und zwar geſchiehet es alſo/ daß man entweder einen Punct über oder unter die Zahl deſſelben Grades ſetzet/ oder ein comma (,) zur rechten daneben. Z. E. $\dot{3}$/ oder $\underset{\cdot}{3}$/ oder 3,. Wir wollen das erſte erwählen. Einen ſolchen Raum aber von einem Punct zum andern/ oder die Zahlen/ ſo von einem Puncte bis zum andern ſtehen/ zuſammen genommen pfleget man einen Periodum oder Claſſe zu nennen. Und zwar/ weil ordentlich 3 Zahlen dazu erfodert werden: ſo heiſſet es ein vollkommener periodus, (periodus perfecta,) wenn 3 Zahlen beyſammen ſtehen/ und ein unvollkommener periodus, wo weniger da ſind.

Anm. Eigentlich würde man die Grad von der Rechten gegen die Lincke numeriren müſſen/ ſo daß man drüber ſetzte/ 1. 2. 3. u. ſ. w. Weil das aber weitläuftig wäre: ſo bezeichnet man nicht mehr/ als wo man denckt/ daß man nicht

mehrere

mehrere mit eins überſehen könne. Und da ſchickt ſich freilich allemahl der 4te Grad am beſten aus obiger Urſach dazu.

Warům man gültige Zahlen und eine ungültige nöthig gehabt?

§. 14. Eine jede Ziffer wird zehen mahl gröſſer / ſo oft ſie gegen die lincke Hand rückt (§. 5): ſie kann aber nicht gegen die lincke Hand rücken / wenn nicht andere hinter ihr zur Rechten ſtehen. Da nun dieſe alle ihre Gültigkeit / jede nach ihrer Stelle / behalten müſſen: ſo iſt offenbar / daß man durch die neun gültigen Zahlen zwar ausdrücken kann, wenn unter oder über zehen / oder hundert / oder tauſend / u. ſ. w. einzele Dinge zu gegen ſind; aber nicht wenn gerade zehn / oder hundert / oder tauſend / u. ſ. w. vorhanden ſind. Z. E. Ich kann mit den neun gültigen Zahlen in dem erſten Grad alles ausdrucken / was unter zehen iſt. Mit eben denſelben kann ich in der andern und erſten Stelle ausdrucken / was über zehn und unter hundert iſt / aber nicht grade zehen / zwanzig / dreyßig / ꝛc. andeuten / denn es iſt alle mahl ſchon eine Zahl in der letzten Stelle voraus zu ſetzen. Aufs wenigſte eine 1 / und ſo iſt doch gleich zehen und eines oder eilf da / zwanzig und eins / u. ſ. f. Daher hat man nothwendig ein gewiſſes Zeichen annehmen müſſen / welches man in die leeren Stellen ſetzete / um dadurch an zu zeigen / in welchen Grad die gültigen Zahlen gehören und daß doch weiter nichts drüber ſey. Und das iſt nun der runde Cir-

cul (o)/ welcher null heißt (§. 4). Z. E. Setze im 1ſten Grad eine null/ in dem andern eine 1/ ſtehet alſo 10. ſo bedeutet die 1/ nach ihrer Stelle/ zehn (§. 9.)/ die null aber zeiget/ es ſey nichts über einmahl zehn/ und alſo gerade zehn da. Und ſo auch in folgenden.

Anm. So bedeutet denn die (o) an ſich nichts: ſondern ſie füllt nur die leeren Plätze aus/ damit die gültige Zahlen an ihren rechten Ort kommen. Daher wäre ſie auch nichts nütz/wenn ſie keine mehr vor ſich zur lincken hat/und wird deßhalb auch dahin nicht geſetzt/wenn es gleich ſonſt die operation erfoderte. Ja wenn man hinten oder in der mitten auf eine andere Weiſe wiſſen kann/ in welchen Grad eine gültige Zahl gehöret: ſo läßt man ſie auch weg. Davon ſich unten viel Exempel finden werden.

Wo diß deutlicher werde?

§. 15. Alles/ was bisher geſagt worden/ wird leichter werden/ wenn man die im Anhange dieſes erſten Buchs n. 1. befindliche Numerations-Tabelle dagegen hält. Die man deßhalb hier mitzunehmen.

Was eine Zahl ausſprechen und ſchreiben heiſſe?

§. 16. Eine Zahl ausſprechen heißt hier/ einer jeden Ziffer ihre Bedeutung nach ihrer Stelle/ die ſie einnimmt, mit gantzen Worten beylegen (a). Eine Zahl ſchreiben heißt/ eine Zahl/ die uns mit gantzen Worten vorgegeben wird/ mit den gehörigen Ziffern ausdrücken (b).

Anm.

Anm. 1. (a). Man ſpricht oft eine Zahl aus/ da ſie einem mit gantzen Worten vorgeſaget iſt/ oder da man ſelbſt nachgezählet/ oder da ſie mit gantzen Worten vorgeſchrieben iſt. Allein davon iſt hier nicht die Rede. Denn das erſte erfodert nur / daß man reden / das andere/ daß man zählen , und das dritte / daß man leſen könne / und wird voraus geſetzet. In der arithmetic aber hat man bloß zu lernen/eine mit Ziffern geſchriebene Zahl auszuſprechen.

Anm. 2.(b) Man ſchreibet oft eine Zahl/da ſie uns ſchon mit Ziffern vorgeſchrieben/ oder da eine Ziffer nach der andern vorgeſagt wird aber von keinem iſt hier die Rede. denn beydes erfordert nur eine Fertigkeit der Hand die zehn Stamm-Zahlen zu ſchreiben/ welches man bey der calligraphie mit dem a,b,c,zu lernen pflegt. Eben ſo iſt es auch/ wenn man im operiren eine Zahl nach der andern herausbringet und hinſetzet. Hier aber iſt eigentlich die Meinung/daß man eine Zahl ſchreibe/ wenn ſie mit gantzen Zahl-Wörtern ordentlich/wie es im gemeinen Leben gewöhnlich / mündlich oder ſchrifftlich vorgegeben iſt.

§. 17. Man pfleget beſſerer Verſtändlichkeit wegen/ und nach Gewohnheit unſerer teutſchen Sprache/ die gröſſern Zahlen zu erſt zu nennen/ und denn die kleinern nach und nach dazu zuſetzen. Z. E. Was für Ordnung man im ausſprechen helt?

Man ſpricht die tauſend eher aus/als hundert. Die hundert eher/ als die zehner ꝛc. Nur allein die Einer (vniteten) ſpricht man eher aus/ als die zehner (decades). Z. E. Wenn man die jetzige Jahr-Zahl ausſpricht: ſo ſagt man: ein tauſend/ſieben hundert und zwanzig/die künftige aber wird man ausſprechen ein tauſend, ſieben hundert und ein und zwanzig.

Was daraus folge? §. 18. Da nun die gröſten Zahlen gegen die Lincke ſtehen(§. 5). und ſie immer kleiner gegen die Rechte werden: ſo muß man im ausſprechen von der Lincken gegen die Rechte fortgehen. Und da in jedem periodo tauſend und hundert und zehner und einer vorkommen: allemahl die gröſten voran ſetzen/ nur daß die einer vor den zehnern kommen. Und hinwieder/ weil man die Zahlen ſchreiben ſoll/ wie ſie ausgeſprochen werden (§. 16). ſo fängt man im ſchreiben auch bey der lincken an/ und ſetzt die Zahlen/ wie ſie in dem ausſprechen folgen/ nach einander hin/ ausgenommen/ daß man die einer hinter die zehner bringet. Wie aus den ausgaben mit mehrern erhellen wird.

Was für Zahl-Wörter man durch die Zahlen bezeichne? §. 19. Man bedienet ſich dieſer Zahlen eigentlich die ſo genannten numeralia cardinalia auszudrucken. Z. E. Wenn man ſagt eins/ zwey/ drey/ u. ſ. w. Jedoch gebrauchet man ſie auch die nomina und adverbia ordinalia zu bedeuten. Z. E. Wenn man ſagt: der erſte/ der andere, u. ſ. w.

u. ſ. w. oder zum erſten/zum andern u ſ.w. jedoch pfleget man bey den nominibus meiſt die letzte Sylbe oben an der Zahl dran zu hången/ als der 1ſte, 2te, 3te, u.ſ.f. bey den adverbiis aber ſetzet man im druck einen Punct / und im Schreiben einen Strich daneben : als 1. oder 1/ heißt zum erſten 2. oder 2/ zum andern. u. ſ. f.

§. 20. Zahlen ſind Zeichen von einzelnen Dingen, ſo ſich beyſammen finden (Vorb. §. 2). Jedoch ſetzet man nicht allemahl ihre benennung wircklich dabey/ ſondern behålt ſie im Gemůthe / ausgenommen / wenn ſie ſolche angenommene Begriffe anzeigen / davon in der (Vorb. §. 5. a. 1.) gedacht. Man pfleget aber an ſtatt der ganzen Namen meiſt nur gewiſſe Zeichen (abbreviaturen) zugebrauchen. Z.E. an ſtatt Thaler ſetzet man Thlr. an ſtatt Gulden fl. Die numeration aber lehret Zahlen ausſprechen und ſchreiben ; Daher muß man ſich nun ſolche abbreviaturen auch bekannt machen / und ům deßwillen ſind ſie im Anhange des 1ſten Buchs n. 2. angefůhrt worden.

Daß man die abbreviirte Benennung kennen můſſe?

§. 21. Aus dem/ was bißher geſagt / ſind nun folgende willkůhrliche Såtze anzumercken/ weil ſie ins kůnftige an vielen Orten nůtzlich ſind.

Willkůhrliche Såtze?

1. Die kleinſte gůltige Zahl iſt 1 (§. 4). die gröſte kann nicht determiniret werden (Vorb. §. 18.)

Anm. Unter den Stamm-Zahlen iſt es die 9. (§ 4). aber davon iſt hier nicht die Rede.

2. Eine jede Zahl wird zehnmahl gröſſer/ ſo oft ſie weiter gegen die lincke rückt (§. 5).

3. Je weiter eine Zahl zur lincken ſteht/je gröſſer iſt ſie: je weiter gegen die rechte/ je kleiner iſt ſie (§. 5. ſqq.).

4. In einem jeden Grad kann nur eine von den Stamm-Zahlen ſtehen/und folglich keine kleinere gültige als 1/und keine gröſſere als 9 (n. 1).

5. Die kleinſte Zahl zur lincken hält mehr in ſich/ als die gröſte Zahl in dem folgenden Grad/ja mehr/ als alle ihr zur rechten ſtehende zuſammen genom̃en(n 2-4).Z.E.Setze 1 im 2Grad/heißt10/ und im 1ſten Grad 9. heiſt neun/ da iſt 1 doch üm 1 gröſſer. oder ſetze 1 in den dritten Grad und im erſten und andern Grad 9: Da ſind die beyden letzten Grad erſt 99. aber die 1 im dritten iſt hundert.

6. Die gröſten Zahlen ſpricht man zu erſt aus/ und die kleinern nach und nach dazu (§. 17).

II. Aufgaben.

Eine Zahl auszuſprechen.

§. 22. Die 1ſte Aufgabe/ eine Zahl auszuſprechen. Z. E. Es würde dir folgende Summe vorgeſchrieben: 1324602390781 2. verfahre alſo.

Einrichtung.

1. Hebe bey der rechten Hand an die Grad nachzuzählen/ und ſprich bey dem erſten eins/bey dem andern zwey/ bey dem dritten

ten hundert/bey dem vierten tauſend/und über die Zahl des vierten Grades ſetze einen Punct. ſtehet alſo 7812.

Anm. Daß du die Grad nachzähleſt geſchicht/ weil davon die Zahlen ihre Gültigkeit haben (§. 6.)/ die du jeder beylegen ſollt/ (§. 16). daß du von der rechten anfängeſt geſchicht/ weil die gültigkeit von der rechten gegen die lincke wächſt (§. 5). daß du ſagſt/ eins/ zehn/hundert/ tauſend/ geſchicht/ weil die gültigkeit dadurch am kürtzeſten ausgedruckt wird (§. 8). daß du über dem vierten einen Punct machſt geſchicht/ weil du dich ſonſt leicht irren mögteſt/wenn du kein Merckmahl hätteſt (§. 13).

2. Fange bey dem vierten Grad wieder an, und zähle eben ſo fort bis zum ſiebenden / und bezeichne dieſen eben ſo. Fange wieder beym ſiebenden an/und zähle fort bis zum zehenden/ und bezeichne ihn eben ſo. Hebe da wieder an / und ſo oft tauſend kömmt/ ſetze einen Punct darüber: ſo ſtehet das Exempel alſo:

13246023907812.

Anm. Warüm alles dis geſchehen, iſt nun leicht abzunehmen / theils aus §. 10. 11. 12. theils aus n. 1. 2.

3. Nun hebe bey der lincken an/ und ſprich erſt die zwoo Zahlen aus / die bis zum erſten Punct ſtehen/ nemlich 13/ und ſetze ſo oft das Wort tauſend dazu/ als Puncte vorhanden/ Operation.

den, ausgenommen bey dem letzten Punct ſage mahl tauſend. Heiſt alſo: dreyzehen tauſend/ t. t. mahl tauſend.

Anm. Daß du bey der lincken anhebeſt/geſchicht/ weil es in der Sprache ſo gewöhnlich (§ 17. 18). daß du bey jeglichem Punct tauſend und beym letzten mahl tauſend ſageſt, geſchicht: weil die Zahl unter dem Punct vom vierten Grad angerechnet wird (§. 10. 11. 12). Eigentlich ſollteſtu bey jedem Punct mahl tauſend ſagen: aber weil das zu verdrießlich / ſo thut mans allein beym letzten über dem 4ten Grad.

4. Sprich die folgenden 3 Zahlen/nemlich 246/ bis zum nächſten Punct eben ſo aus/ heißt. zwey hundert und ſechs und vierzig t. t. mahl t.

5. Sprich die folgenden drey bis zum nächſten Punct/ nemlich 023/ eben ſo aus / heißt / drey und zwanzig t. mahl t.

6. Sprich die folgenden 3 Zahlen/nemlich 907 bis zum letzten Punct eben ſo aus/ausgenommen/ daß du hier nicht mahl tauſend/ ſondern ſchlecht hin tauſend ſageſt. hieſſe alſo: neun hundert und ſieben tauſend.

Anm. Daß du hier nicht mahl tauſend ſageſt, geſchicht/ weil dieſes tauſend vom erſten Grad angerechnet wird/und alſo nicht tauſend millenarios (oder daß ich ſo ſage/ tauſendheiten) anzeiget / oder wie man ſonſt ſpricht tauſend

mahl tauſend (nemlich vniteten) wie n. 3. a ſondern ſchlechthin tauſend vniteten.

7. Nun ſprich noch die 3 nach dem letzten Punct ſtehende Zahlen aus. die hieſſen: acht hundert und zwölffe. Demnach hieſſe das gantze Exempel: dreyzehen t. t. t. mahl t. zwey hundert und ſechs und vierzig t. t. mahl t. drey und zwantzig t. mahl t. neun hundert und ſieben t. acht hundert und zwölfe.

Anm. 1. Ich habe mit Fleiß gleich ein groß Exempel geſetzet. Der Lehrer kann die Jugend nach belieben/ erſt mit kleinern üben. Z. E. die 2/ oder 3/ oder 4/ oder mehr Grad ausmachen. Indeß wird es ihm doch leicht werden von allem raiſon zu geben/ wenn er nur dis recht gefaßt/ und nicht allein kleinere/ ſondern auch noch gröſſere auszuſprechen wiſſen. Und ſo wird es mehr mahlen geſchehen/ daß Weitläufftigkeit zu vermeiden gleich gröſſere Exempel geſetzet ſind/ damit man in einer Haupt-Aufgabe zugleich viele Special-Aufgaben abhandeln könne. Der Lehrer aber richtet ſich nach ſeiner Scholaren capacitet.

Anm. 2. Es wird nach dieſer Art nicht leicht einer über das viele t. t. mahl t. klug werden/ was die Summe eigentlich auf ſich habe. In der vortheilhaften Art aber wird eine faßlichere Weiſe kommen/ bis dahin muß man ſich alſo gedulden.

Kurtze Regul des ausſprechens. §. 23. Hieraus iſt nun die kurtze und allgemeine Regul leicht zu faſſen.

1. Zähle die Zahlen von der rechten gegen die lincke nach / und theile ſich durch Puncte (oder Striche) in gewiſſe Claſſen (Periodos) ab/ ſo daß jede drey Zahlen bekomme. iſt was §. 22. n. 1. 2. geſagt.

2. Sprich einen Periodum nach dem andern aus, und ſetze ſo viel mahl tauſend hinzu / als Puncte hinter demſelben ſtehen. Iſt was §. 22. n. 3 - 7 geſagt.

Beweiß. Eine Zahl ausſprechen heißt jeder Ziffer ihre Bedeutung nach ihrer Stelle beylegen (§. 16). Nun erkenneſtu einer jeden ihre Stelle / wenn du die Stellen von der rechten gegen die lincke nachzähleſt/ und bezeichneſt (n. 1). und einer jeden wird ihre Bedeutung nach ihrer Stelle beygeleget/ wenn du eine jede von der lincken gegen die rechte nach ihrer Stelle ausſprichſt (n. 2).

Exempel zur Ubung. §. 24. Exempel zur Ubung kann der Lehrer ſeines gefallens erwählen oder aus der Numerations - Tabelle nehmen. Es hat hier keinen Nutzen ſolche vor zu ſchreiben.

Eine Zahl zu ſchreiben. §. 25. Die 2te Aufgabe/ eine Zahl zu ſchreiben. Z. E. es würde dir folgende Summe gegeben: fünf und ſechszig t. t. t. mahl t. Ein hundert und zehn t. t. mahl t. Ein hundert und ſechszehen t. ſechs hundert und ſechſe. Verfahre alſo.

1. Drucke

1. Drucke die erſten Zahl-Wörter mit Zahlen aus / bis tauſend geſagt wird (nemlich fünf und ſechszig ꝛc.)/ über die letzte Zahl ſetze einen Punct: und ſo oft noch tauſend genannt werden/ ſo viel Puncte ſetze mit dem erſten in grader Linie gegen die Rechte hin/ und zwar ſo weit von einander / daß von einem bis zum andern 3 Zahlen ſtehen können: ſtünde alſo. Auflöſung.

. . . .
65

Anm. Warüm du die Puncte hinten herſetzen ſollt/ wirſtu bald ſehen.

2. Wenn von neuen wieder angefangen wird (und es heißt/ ein hundert und zehn ꝛc.) ſo ſchreibe die Zahlen in die nechſtfolgende Claſſe, ſo daß die letzte oder dritte Ziffer grade unter dem folgenden Punct zu ſtehen komme: zähle aber genau nach/ ob noch ſo vielmahl tauſend genannt werden / als Puncte da ſtehen. Stünde alſo.

. . . .
65110

Anm. Warüm du die Puncte und tauſend wieder nachzählen ſollt / wirſtu gleich ſehen.

3. Wenn wieder von neuen angefangen wird (und es heißt / hundert und ſechszehn ꝛc.) ſo ſchreibe die Zahlen wieder in die nechſtfolgende Claſſe, uud zähle die Puncte wieder nach. Du wirſt aber finden/ daß einmahl weniger ꝛc. geſagt worden/ als Puncte vorhanden ſind. Dis iſt nun ein Zeichen/ daß in dieſer nechſten Claſſe keine

gültige

gültige Zahlen vorhanden / und ſie daher lauter nullen haben ſollte (§. 14.)/und daß die aufgeſchriebene Zahlen eine Claſſe weiter gegen die Rechte ſtehen ſollten. Weil du aber ſie einmahl in die nächſte geſetzet haſt / ſo laß hernach die folgende Claſſe dagegen ſo lange leer/bis das Exempel zu Ende und du Zeit gewinneſt den Fehler zu verbeſſern. Demnach ſtünde es alſo.

65110116

4. Wenn wieder von neuen angefangen wird/ (und es heiſt / ſechs hundert und ſechſe): ſo überſchlage die nächſtfolgende Claſſe, und ſchreibe die Zahlen in die hernach folgende/ſo ſtehet es alſo.

65110116 606

5. Nun fülle die leere Claſſe mit den Zahlen der zur Lincken zu nächſt ſtehenden Claſſe an/und in dieſer ſetze dafür ſo viel nullen hin/ ſo ſtehet es alſo.

65110000116606

Beweiß: Eine Zahl ſchreiben heißt ein jedes Zahl-Wort mit den gehörigen Zeichen in den gehörigen Stellen ausdrucken (§. 16.). Dieſes geſchicht/ wenn du die gröſſeſten Zahlen/ die zu erſt ausgeſprochen werden zur Lincken ſetzeſt/ die Claſſen mit Puncten bemerckeſt/ und die kleinen nach ihrer Ordnung weiter gegen die Rechte rückeſt (§. 18.).

§. 26. Exempel zur Ubung kann der Lehrer nach belieben erwählen. Es nimmt nur viel

Raum

Raum weg/ ſolche hieher zu ſetzen/ und dient nirgends zu.

Zuſatz.

§. 27. Die Römiſchen Zahlen mit Buchſtaben, gehören eigentlich in unſere Arithmetic nicht (Vorb. §. 2. a. 3.). Weil ſie aber doch oft vorkommen/ und nicht leicht anderswo bequemer können beygebracht werden : ſo vergeſſen wir ihrer nicht gantz; jedoch ſollen ſie nur im Anhange des erſten Buchs (n. 3) berühret werden / woſelbſt man ſich dißfals Raths zu erhohlen hat. Wo die Römiſchen Zahlen zu finden?

Der Erſten SECTION Anderes Capittel. Von der ADDITION.

I. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 28.

ADDITIO iſt diejenige Species der Arithmetic, nach welcher man einige gegebene Zahlen dergeſtalt nach und nach zuſammen ſetzet/ daß man eine neue herausbringet/ welche allen gegebenen zuſammen genommen gleich iſt (Vorb. §. 19). Z. E. Du ſetzeſt 3 und 5 zuſammen/ ſo kommen Was additio ſey?

8 heraus. Und 8 iſt der 3 und 5 zuſammen genommen gleich.

Anm. Dieſe Speciem nennt man ſonſt auch Summiren.

Wie vielerley Zahlen vorkommen? §. 29. Es kommen demnach zweyerley Zahlen vor. 1. Einige gegebene/ heiſſen zuſammen numeri addendi, oder mit einem Worte addendi. 2. Eine gefundene/ heiſſet die Summe, oder Product, (ſumma, productum, aggregatum). Und dieſe pfleget man durch eine Queer-Linie zu unterſcheiden.

Anm. Eine jede von den gegebenen pfleget man wohl eine Poſt zu nennen (ſonderlich wenn es Müntzen ſind): Wir wollen die unterſchiedenen Poſten der Kürtze wegen durch die Buchſtaben A, B, C, D, u. ſ. f. andeuten.

Was für Wörter dabey gewöhnlich? §. 30. Da eine Zahl zu der andern ſoll geſetzet werden: ſo verſteht ſichs von ſelbſt/ daß beym addiren/ die Wörtlein und oder zu und iſt im operiren zu gebrauchen. Z. E. Man ſagt 3 und 5 / oder 3 zu 5 iſt 8.

Anm. Dadurch pflegt man wohl bey Kindern das Addiren von den übrigen Speciebus zu unterſcheiden / daß man ſagt / es ſey die Species, dabey man und gebrauche. Die Mathematici deuten die Addition an durch das Zeichen +, welches plus heiſſen ſoll. Z. E. An ſtatt 3 addiret

diret zu 5 / oder 3 und 5, ſchreiben ſie 3 + 5. Eben das Zeichen +, und das Wort plus iſt auch gewöhnlich in der Welſchen Practic.

§. 31. Das Addiren iſt eine Art der Vermehrung (Vorb. §. 19). Folglich ſchicken ſich alle Zahlen zu addendis, ſie mögen ſich gegen die erſte (gegebene) oder unter ſich verhalten / wie ſie wollen (ib. §. 18). Weil aber alle addendi in eine Summe ſollen zuſammen gefaſſet werden (§. 28): ſo müſſen es doch lauter Zahlen von einer Art ſeyn (Vorb. §. 4. a. 2). und folglich auch die Summe in der Art (Namen oder Benennung) mit den addendis überein kommen. Z. E. Wenn Thaler in den addendis ſind / ſo kommen auch Thaler in der Summe. Was ſich hie für Zahlen ſchicken?

Anm. 1. Es ſchicken ſich alſo alle Zahlen zu addendis in Abſicht auf die **Vielheit** oder **Anzahl** der vniteten / aber nicht in Abſicht auf die **Art** oder **Benennung** der vniteten. Dis wird hin und wieder zu wiſſen nöthig ſeyn.

Anm. 2. Es wird damit nicht geſagt / daß nicht unterſchiedene Sorten in den addendis ſtehen können / welches ja täglich geſchiehet / und in der Addition mit unterſchiedenen Sorten kommen wird: ſondern / daß die / ſo in eine Summe kommen ſollen / müſſen von einer Art ſeyn / und die von einer Art ſind / müſſen und können in eine Summe kommen. Welches

ſo wohl hier/bey einer Sorte/ als in der 2 Sect. bey unterſchiedenen Sorten zu wiſſen und zu bedencken nöthig iſt.

Daß oft mehr Grad entſtehen. §. 32. Weil hier eine gegebene Zahl nach und nach zu den andern geſetzet wird (§. 28): ſo entſtehet im operiren nach und nach immer eine gröſſere Zahl (Vorb. §. 16.)/ und da die Summe zuletzt kömmt/ ſo iſt ſie gröſſer als alle vorhergehende geweſen. Und daher iſt kein Wunder/ daß oft mehrere Grad entſtehen/ als in den addendis vorgekommen.

Anm. Dis iſt ſo zu verſtehen. Ich ſetze / man gebe mir 3 addendos, wenn ich nun zu dem erſten addendo den andern ſetze: ſo habe ich eine Zahl/die beyden gleich/ und alſo gröſſer als eine von beyden iſt. Zu dieſer ſetze ich den dritten addendum: ſo habe ich eine Zahl die dieſen beyden gleich/ und alſo auch gröſſer iſt/ als die vorige allein. Und da dis die letzte/ ſo iſt ſie die Summe/ und auch die gröſte. Alſo entſtehen lauter Special-Summen, ſo oft ein addendus zu den vorigen kommt/ und ſie iſt allen vorigen gleich. Wenn aber der letzte addendus zu den übrigen kömt/ſo entſtehet die Haupt-Summe/ denn die iſt allen zuſammen gleich.

Daß man einen Grad nach dem andern vornehme. §. 33. Man bedient ſich beym addiren des Vortheils/ daß man nicht einen gantzen addendum auf einmahl zum andern ſetzet / ſondern einen Grad der addendorum nach dem andern vor ſich nimmt.

nimmt. Z. E. Man ſagt nicht mit eins / 655 zu 397 macht 1052: ſondern nimmt zu erſt den erſten Grad / darauf den andern / und denn den dritten von beyden zuſammen / und da komt eben ſo viel.

Anm. Ein Vortheil heißt es / nicht in Anſehung der geſchwindigkeit / ſondern der leichtigkeit. Denn es wird einem ſchwerer / eine groſſe Zahl auf eins zu einer andern zu ſetzen / als eine kleine zur andern. Könnte man aber das erſte / ſo würde man eher fertig.

§. 34. Solchergeſtalt iſt ein jeder Grad der addendorum gleichſam ein eigenes Additions-Exempel: weil man die darinn befindliche Zahlen nach einander zuſammen ſetzt / und eine Zahl kommt, die ihnen allen gleich / welches addiren heißt (§ 28). Folglich muß auch von einem jeden Grad der addendorum gelten / was von dem gantzen Exempel (§. 31. 32.) geſagt worden. Davon iſt die Meinung dieſe: 1. Es mögen in dem Grad für Zahlen vorkommen, welche nur wollen / ſo ſchicken ſie ſich alle zu addendis. 2. Es müſſen keine andere Zahlen zuſammen genommen werden / als die in einerley Grad ſtehen / und alſo von einerley Art oder Nahmen ſind. D. i. Es müſſen vniteten zu vniteten / decades zu decaden komen. 3. Es müſſe auch die Summe eines jeden Grads den Nahmen führen / den der Grad in den addendis gehabt / und alſo eben der Grad in der Summe wer- Was daraus folge?

 den /

den/ der es in den addendis geweſt. 4. Daß im operiren nach und nach immer gröſſere Zahlen entſtehen und 5. es könne ſich zutragen/ daß aus einem Grad nach und nach mehrere Grad entſtehen.

Anm. Der dritte und fünfte Punct ſcheinen einander zu contradiciren. Denn man ſolte gedencken/ wenn mehr Grad entſtehen/ſo könnten es ja weder allein vniteten/noch allein decaden ſeyn / denn jede hätte ja nur einen Grad/ zumahl wenn man bedächte daß man auch das/ was über 9 vorhanden/ pflege im Sinn zu behalten und zu den folgenden Graden zu rechnen. Allein die Sache ſtehet alſo. Man ſetze/ man addire den andern Grad und bekäme zur Summe 12/ ſo hätte man 12 decaden / und dieſes iſt uud bleibt auch ihr eigentlicher Name. Allein im erſten Grad wird ſchon etwas/ wenigſtens eine o vorausgeſetzet/ und ſo wären es 120 vniteten (denn 10 decaden ſind 100. und 2 decaden ſind 20). ob alſo gleich die 1 zum dritten Grad kömmt/ ſo kommt ſie doch zu ihres gleichen/ Nemlich zu hundert.

Worinn man ein Hülff-Mittel zu ſuchen?

§. 35. Man nimmt nur allemahl einen Grad vor (§. 33). In jedem Grad aber kann nur eine einzele Zahl ſtehen (§. 21. n 4.). Folglich hat man zu erſt/ da man anfängt zu operiren/ nur eine einzele Zahl zu einer einzelnen zu ſetzen. Weil aber im operiren wohl mehr Grad zur Special-Summe entſtehen

ſtehen können (§. 34. n. 5.) ſo muß man im Fortgang auch einzele Zahlen zu zuſammengeſetzten addiren. Folglich hat man nie eine andere als einzelne Zahl zu andern zuſetzen / und daher wird man leicht fortkommen / wenn man nur weiß einzelne Zahlen zu andern (theils einzelnen / theils zuſammengeſetzten) zu ſetzen.

§. 36. Anfängern wird es noch ſchwer / einzele Zahlen fertig zu andern zu ſetzen / daher ſie ſich einiger Hülffs-Mittel bedienen müſſen. Z. E. Sie nehmen gleich ſo viel Finger an ihrer Hand an / als die einzele Zahl / ſo zur andern ſoll geſetzet werden / vniteten in ſich hält / und ſetzen ſo dann eine vnitet nach der andern zu der andern Zahl hinzu und ſo oft ſie eine neue vnitet nennen / ſchlagen ſie einen Finger nieder / bis alle nieder ſind. Z. E. Du ſollſt 5 zu 8 addiren. ſo nimm 5 Finger an. zähle von 8 ordentlich fort / neun / zehn / eilf / ꝛc. und ſo oft du eine neue Zahl nenneſt / ſchlage einen Finger nieder / bis der fünfte komt. Und das iſt die Summe nemlich 13. Was Anfänger für Hülfs Mittel haben?

Anm. 1. Andere pflegen ſich an den Zügen der Zahlen ſelbſt ſo viel vniteten einzubilden / als ſie bedeuten / und denn eine nach der andern zur vorigen Summe zu ſetzen. Z. E. An der 5 bilden ſie ſich 2 am oberſten und 3 am unterſten runden Zug ein: anderere ſetzen wohl ſo viel Puncte daneben / als 6 ⁝⁝ . aber das letzte iſt unſauber, das erſte erfordert groſſe imagination.

 gination.

gination, alſo bleibet jenes das beſte/ zumahl da man mit den 10 Fingern allemahl auskommen kann/ denn es kommt aufs höchſte nur 9 vor.

Anm 2. Weil man mit der rechten Hand ſchreibt: ſo iſt es am beſten/ man brauche zum Zählen die lincke Hand: kömmt es aber über 5/ ſo kann man wohl die rechte dazu nehmen/ oder an der lincken wieder von vorn anfangen.

Was das beſte Hülfs-Mittel ſey?

§. 37. Weil aber ſolches noch etwas langſam zu gehet: ſo iſt es beſſer/ man gewöhne ſich bald darzu/ daß man die Summe auf einmahl treffen könne/ wozu man auf folgende Art leicht gelangen kann.

1. Man lerne nur erſt die 9 gültige Zahlen unter ſich fertig zu einander ſetzen. dazu man ſich der in dem Anfang dieſes erſten Buchs n. 4. befindlichen Additions-Tabell bedienen kann/ die man von nun an wohl zu lernen.

2. Kann man ſolches fertig: ſo iſt alle Schwierigkeit überwunden. denn alle Zahlen über 9/wozu eine von den 9 gültigen Stamm Zahlen zu ſetzen (bey welchen ſonſt im Anfang die meiſte Schwierigkeit zu ſeyn pflegt)/ſind entweder decadici (die hinten eine null haben)/ oder compoſiti (die hinten eine gültige Zahl haben). (§.4.a.2).

3. Bey den decadicis iſt keine Schwierigkeit. denn man ſetzet den numerum monadicum nach ſeiner

ſeiner Gültigkeit ſchlecht hin an ſtatt der null dazu. Z. E. Du ſollteſt 20 und 8 zuſammen ſetzen/ ſo kömmt ſtatt der null 8/und iſt 28: oder 40 und 9 kömmt 49 ꝛc.

Anm. 1. Dis iſt gantz allgemein / denn kein numerus monadicus geht über neun §. 4. und ſo lange nicht über 9 zu einem decadico kommen/ bleibt die Zahl des andern Grads ungeändert.

Anm. 2. Wären aber zwoo nullen da/als 100: ſo wird nur die letzte weggethan und an ihrer ſtatt der monadicus geſetzet. Die andere bleibt: als 100 und 6 macht 106. und ſo fort.

4. Bey den compoſitis kommen drey Fälle vor/ denn der numerus monadicus, ſo zu derſelben zu ſetzen/ macht mit der letzten entweder noch nicht zehn, oder er macht juſt zehn/ oder noch mehr als zehn / doch weniger / als 20/ aus. Iſt das erſte. Z. E. 22 und 6/ſo bleibt die erſte Zahl ungeändert / an ſtatt der andern aber ſetzt man die Summe beyder Zahlen/ als 2 und 6 iſt 8 kömmt alſo 28. Iſt das andere/ ſo vermehrt man die Figur des andern Grads um 1 / und im 1ſten Grad ſetzt man eine 0. als 26 und 4, da iſt 4 und 6 juſt 10. alſo nimm 1 zu 2 iſt 3 und eine 0 hinten dazu/iſt 30. Iſt das dritte; Z E. 28 und 4/da iſt 8 und 4 zuſammen 12/ ſo ſetzt man gleich im Gemüth zu der erſten eine 1 / und macht alſo hier aus zwantzig dreyßig/ und dazu ſetzt man die Zahl ſo über zehn iſt/ als 2/kommt 32.

Anm. Andere machen ſich hierbey dieſen Vortheil: ſie halten die gróſſern unter den einzeln Zahlen gegen zehn / und ſehen wie viel daran fehlt / ehe es zehn ſind. Nun iſt es leicht zehn zu einer Zahl zu ſetzen. Denn es kommt hinten allemahl eben die Zahl und vorne nur ein mahl zehn mehr. Z. E. 10 zu 20 macht 30. 10 zu 24 macht 34 / daher bilden ſie ſich allemahl ein / als wenn ſie zehn dazu ſetzen ſollten / und ziehen denn gleich ſo viel ab / als die gegebene Zahl kleiner iſt / als zehn. Z. E. 8 zu 28. wåre es zehn / ſo kåme 38. nun aber iſt 8 um 2 weniger als zehn / daher nehmen ſie 2 weniger / iſt 36. Man mag endlich nehmen was man will: Jedoch geht der letztere nur bey gróſſern Zahlen an / denn bey den kleinern wůrde es eben ſo ſchwer werden / den Reſt gegen zehn abzuziehen / hingegen der erſte iſt allgemein / und hat auch ſonſt einen Vorzug aufs kůnftige.

Beſondere Grund-Såtze der addition.

§. 38. Hierbey ſind nun folgende beſondere Grund-Såtze zu mercken.

1. Die addendi můſſen alle von einer Art ſeyn (§. 31).

2. Wenn man eine gerade Zahl zu einer geraden addirt, ſo kómmt eine grade Zahl heraus / als 4 zu 4 macht 8 / 2 zu 4 macht 6.

3. Wenn man eine ungerade Zahl zu einer graden ſetzt: ſo kómmt eine ungrade Zahl: als 3 zu 6 bringt 9 / 3 zu 4 bringt 7.

4. Wenn man eine ungrade zu einer ungraden

den Zahl ſetzt/ ſo kömmt eine grade heraus: als 5 zu 5 macht 10.

Anm. Denn bey jeder iſt eine 1 übrig/ kommt die zuſammen / ſo entſtehet eine 2 und das iſt eine grade Zahl (Vorber. §.17.a.2.).

5. Wenn man zu gleichen Zahlen/ gleiche Zahlen ſetzet: ſo kommen gleiche Summen heraus. Z. E. Nimm 3. Thl. und wieder 3 Thlr. zu jedem ſetze 4/ ſo kommen an beyden Orten 7 Thlr.

6. Wenn man gleiches zu ungleichen ſetzet: ſo kommen ungleiche Summen (das iſt die eine iſt gröſſer/ die andere iſt kleiner).

II. Aufgabe.

§. 39. Allerhand Zahlen oder Poſten zu addiren. Zum Exempel A. gäbe 3233 Thlr. B. 4071 Thlr. C. 132 Thlr. D. 6631 Thlr. wie viel machet es zuſammen aus?

Verfahre alſo.

1. Schreib die erſte Poſt A. hin / wie du in der numeration gelernet/ ſtehet alſo. Eintrichtung.

A. 3233.

2. Schreib die andere B. darunter und zwar alſo / daß jede Ziffer nach der erſten ihre Stelle bekomme i. e. daß vniteten grade unter vniteten/ zehn unter zehn/ hundert unter hundert/ u. ſ. w. geſetzt werden. ſtehet alſo:

A. 3233
B. 4071

Anm.

Anm. 1. Daß du die Stellen ſo genau unter einander ſetzen ſollt, geſchiehet darum / damit du füglich und ohne Verirrung vniteten zu vniteten/ decades zu decadibus u.ſ.w. addiren könneſt. (§.33. a. n. 2).

Anm. 2. Eben das iſt auch die Urſach/ warum du die Poſten nicht hinter einander ſetzeſt oder ſtehen läſſeſt wie ſie gegeben/ ſondern ſie unter einander ſetzeſt. Weil es im erſten Fall nicht ohne groſſe Mühe / und doch wohl nicht ohne Irrthum abginge / wenn du die vniteten und decades ſo weit zuſammen hohlen ſollteſt. Stehen ſie aber unter einander / ſo kann man die gleichen Stellen richtig und fertig zuſammen bringen (welches der Zweck der Rechen-Kunſt iſt/ Vorber. §. 1.) denn ſie wachſen alle von der rechten gegen die lincke (§. 5). und nicht über einander.

3. Schreibe die übrigen C. D. auf gleiche Weiſe unter dieſe/ eine nach der andern hin/ und ziehe ſo denn einen Strich darunter (§. 29). ſtehet alſo:

A.	3233
B.	4071
C.	132
D.	6631

Anm. Du darfſt dich nicht irren laſſen/ daß die grade gegen die lincke in allen nicht gleich weit gehen. Denn da ſich allerley Zahlen (kleine und groſſe) zu addendis ſchicken. (§. 31.): ſo

können

können ſie nicht im̃er gleich viel Grad haben / gnug daß ſie hinten gleich und vniteten unter vniteten ꝛc. kommen. Du darfſt aber nicht meinen/es wären etwa die übrigen Stellen mit nullen auszufüllen : denn das wäre gantz unnütz. (§.14. a.).

4. Nun hebe zur lincken/ und alſo bey den vniteten in der erſten Stelle an/ ſetze die darinnen über einander ſtehende Zahlen alſo zuſammen / daß du zu der Summe der vorhergehenden allemahl die nächſtfolgende einzele Zahl ſetzeſt (§.32.34.)/ und die letzte Summe unter der Linie grade unter die vniteten ſchreibeſt. (§ 34.n.3.). Z. E. Sprich 1 und 2 iſt 3. 3 und 1 iſt 4. 4 und 3 iſt 7. dieſe 7 ſetze unter die Linie. ſtehet alſo: Wo die Summe unter 10.

A.	3233
B.	4071
C.	132
D.	6631
	7

Anm. 1. Daß du zur lincken anfangen ſollt/ geſchicht darům / weil die Special-Summe der Zahlen in einer Stelle über 9 ausmachen kann (§ 34.n.5.);Daher das/ was drüber iſt/zu den folgenden kommen muß (§.34.a.). Fingeſt du nun bey der lincken an : ſo müſteſtu die Special-Summen der Stellen oft wieder ändern. Kommen aber Exempel. vor / da keine Stelle

vor

vor ſich über 9 ausmacht / da verſchlägt es nichts / man fange zur lincken oder rechten an. aber weil man ſolches doch nicht allemahl vorher weiß: So iſt es am ſicherſten / man fange zur lincken an.

Anm. 2. Bey jedem Grad liegt vor ſich nichts dran / man fange von oben oder unten an: jedoch ſcheinet es beſſer unten anzufangen / weil mans ſonſt leicht verſieht / und einen unrechten Grad nimmt / da die Arbeit vergebens wäre. Unten aber kann man gleich an der Summe ſehen / wie weit man gekommen.

Anm. 3. Dis iſt es auch / warum man die Summe eines jeden Grads juſt unter ihrer Stelle / daraus ſie entſprungen / ſetzen ſoll. Denn ob gleich an ſich ſelbſt bey der gantzen Summe nichts dran liegt: ſo kann man doch auf dieſe Weiſe leicht ſehen / wie weit man kommen ſey / damit man keine Stelle überſchlage und keine zweymahl nehme / welches ſonſt leicht zu verſehen wäre.

Wo die Summe über neun.

5. Gehe weiter zur andern Stelle und ſummire ſie eben ſo / bringt 16. davon ſchreib die 6 unter der Linie / die 1 behalte im Gemüth (oder wie man ſagt im Sinn / in mente). ſteht alſo:

A.	3233
B.	4071
C.	132
D.	6631
	67

Anm.

Anm. 1. So bald eine Zahl über 9 kommt/ müſſen die zehner weiter gegen die lincke kommen/ und das andere im nächſt vorhergehenden bleiben (§. 9. n. 2.). hier ſind zehn und 6/ daher kommt die 1 weiter gegen die lincke und die 6 bleibt in dieſem Grad.

Anm. 2. Du darffſt aber nicht gedencken/ daß weil der andere Grad ja zehner bedeute der erſte aber vniteten (§. 8.)./ die 1 vielmehr unter den andern Grad/ und die 6 zum erſten zu bringen wäre. Denn eigentlich ſind die 16 nicht vniteten ſondern ſechszehn decades. (§.9.n.2.)/ Das iſt hundert und ſechszig (160). Solcher geſtalt gehöret die 1/ als ein hundert/ zu dem dritten Grad/ und die 6 als ſechszig oder ſechs mahl zehn zum andern Grad. Im letzten Grad aber iſt an ſtatt der null ſchon eine gültige Zahl/ da ſie nicht nöthig iſt (§.14.a.): Eben ſo iſt es auch/ wenn in den folgenden etwas übrig bleibt.

Anm. 3. Daher wo die Summe eines Grads hundert oder drüber und alſo drey Grad machte/ ſo müſte die erſte Zahl eigentlich gar drey Grad weiter gegen die lincke kommen. Allein man pfleget doch beyde die hundert und zehner zu der nachfolgenden Stelle zu nehmen. Z. E. Man ſetze den Fall/ die Summe eines Grads macht 126/ ſo ſetzte man die 6 unter denſelben Grad/ die 12 aber rechnete man zum folgenden. Ohngeachtet

Wo die Summe über 99 iſt.

achtet die 1 eigentlich zum dritten gehörte. Es findet ſich doch auseinander.

Anm. 4. Daß man aber die Zahl im Gemüth behalten und nicht lieber gleich jedes an ſeinen Ort ſetzen ſoll / geſchicht darum / weil man ſie ſonſt wieder auslöſchen müſte/ wenn die eigentliche Summe des nächſt folgenden Grads zu ſchreiben wäre. Jedoch ſetzen es manche wol über der Linie unter den folgenden Grad/ damit ſie es nicht vergeſſen. Eben ſo kann man auch in dem (n. 3) angeführten Fall die hundert unter den dritten Grad voraus ſchreiben/ oder wären es tauſend unter den vierten. Wem das beliebte / der könnte ſich gewehnen den Strich ſo zuziehen/ daß zwiſchen ihm und den addendis noch etwas Raum bliebe/ da man dieſe Zahlen füglich hinſchreiben könnte. Andere ſetzen ſo viel Puncte an der unterſten Figur des folgenden Grads / als ſie vniteten im Sinne behalten. diß iſt aber unſauber / und das vorige kann leicht eine Irrung machen/ daß man nicht weiß / was zu den addendis gehört.

Wo etwas im Sinn behalten iſt.

6. Schreite zum folgenden Grad / ſage/ 1 (ſo du im Sinn behalten)/ und 6 iſt 7 und ſo fort: ſo kommen 10 folglich ſetze die null unter die Linie/ die 1 behalte im Sinn/ (wie n. 5.). ſtehet alſo:

A. 3233

A. 3233
B. 4071
C. 132
D. 6631

———

067

Anm. Du thuſt wohl / daß du die im Sinn behaltene Zahl ſo fort zur erſten Zahl rechneſt / und nicht bis zu letzt verſpahreſt/ um ſie zur gantzen Summe zu ſchlagen. Denn hiebey iſt zu befahren/ daß du ſie vergeſſeſt/oder doch mit einer andern verwechſelſt/ welches beym erſten nicht leicht můglich.

7. Gehe fort zum vierten / der bringt 14/ die 4 ſetze unter demſelben Grad/ und die 1 einen Grad weiter gegen die lincke. Stehet endlich alſo: Wenn der letzte Grad über 9. iſt?

A. 3233
B. 4071
C. 132
D. 6631

———

14067

Anm. Hier darfſt du die 1 nicht im Sinn behalten / denn es iſt unter den addendis kein Grad mehr ůbrig / der eine Summe bringen kŏnnte/ um welcher willen du ſie wieder auslŏſchen müſteſt / welches doch vorher die Urſache war (n. 5. an. 4.).

Kurtze Regul des addirens.

§. 40. Hieraus kann nun folgende kurtze Regel gefaſſet und verſtanden werden.

1. Setze alle Poſten unter einander/ ſo daß vniteten unter vniteten/ zehner unter zehner ꝛc. zu ſtehen kommen und mache einen Strich darunter (§. 39 n. 1. 2. 3.).

2. Rechne erſt die vniteten/ denn die decades u ſ. f. zuſammen / und ſetze jeder ihre Summe unter die Linie, doch ſo/ daß/ ſo ſie über neun ausmacht/ das übrige im Sinn behalten und zu dem folgenden gerechnet werde: (n. 4-7.).

Beweiß. Im addiren ſucht man eine Zahl / die allen gegebenen zuſammen genommen gleich iſt (§. 28.). Nun beſteht eine jede Zahl aus vniteten/ decadibus, ꝛc. (§. 8. u. 9.). Wenn man nun aller ihre vniteten / decades, ꝛc. zuſammen nimmt / ſo hat man aller ihre Theile zuſammen genommen / daraus ſie beſtehen/ und folglich iſt die daraus folgende Summe dem gantzen (oder allen addendis) gleich (Vorber. §. 32. n.6.) und daher iſt dieſe Regul der addition richtig.

Exempel zur Ubung.

§. 41. Exempel zur Ubnng.

1. Jemand gibt aus an A. 6773. fl. an B. 3258. fl. an C. 357. fl. an D. 9217 fl. wie viel hat er ausgegeben? Antw. 19605. fl.

2. Ein Wechsler zahlet aus an A. 2688 Thlr. B. 75312. Thlr. C. 145972. Thlr. D. 102407. Thlr. E. 2468. Thlr. F 37246. Thlr. wie viel iſt es zuſammen? Antw. 366093. Thlr.

3. Ad-

3. Addire A. 6067. B. 53821. C. 93014. D. 5620. C. 123. D. 9182. E. 3367. F. 9421. macht 180615.

4. Addire A. 57. B. 189. C. 69. D. 128. E. 677. F. 889. G. 99. H. 718. I. 678. K. 888. L. 129. M. 338. N. 289. macht 5148.

5. Addire A. 237. B. 606. C. 904. D. 36. E. 99. F. 100. G. 82. macht 2064.

6. Addire A. 408. B. 310. C. 200. D. 601. E. 510. F. 903. macht 2932.

7. Addire A. 121. B. 315. C. 733. D. 104. E. 508. F. 703. macht 2484.

Der Erſten SECTION Drittes Capittel.

Von der SUBTRACTION.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 42.

SUBTRACTIO iſt diejenige Species der Arithmetic, da man eine gegebene Zahl von einer andern gegebenen wegnimmt/ und ſiehet/ wie viel von dieſer ſo dann noch übrig bleibe/ (Vorber. §. 20.). Z. E. Nimm 6 von 9/ bleibt 3. *Was Subtractio ſey?*

§. 43. Solcher geſtalt kommen hier drey Zahlen vor 1. eine/ davon was hinweg genommen werden ſoll/ heißt *Wie viele Zahlen vorkommen?*

F 2 das

das gantze (integrum, oder numerus integer). 2. eine ſo von derſelben hinweg zu nehmen/heißt der Abzug, (Abgang/ ſubtrahendus). 3. eine die da andeutet/ wie viel nach ſolchem Abgang von der erſten übrig bleibt, heißt der Reſt (Uberſchuß reſiduum,differenz). die beyden erſten ſind gegebene/ die letzte iſt die zufindende/ und werden daher durch eine Queer-Linie unterſchieden.

Anm. Ich ſage drey Zahlen/ nicht dreyerley/ denn ſie beſtehen nicht aus unterſchiedenen Poſten/ ſondern eine jede hat nur eine Summe.

Was hie für Wörter gebräuchlich?

§. 44. Weil unter den gegebenen eine von der andern wegzunehmen/und zu ſehen was übrig bleibe: ſo verſteht ſichs von ſelbſt/ daß beym ſubtrahiren die Wörter: von und bleibet zugebrauchen ſey. Z. E. Man ſpricht 3 von 5 bleibt 2.

Anm. 1. Wenn der Subtrahendus gröſſer/ als das integrum: ſo ſpricht man -- von - kann ich nicht. Z. E. 4 von 3 kann ich nicht. Wenn ſie aber gleich/ und alſo nichts übrig bleibt: ſo ſpricht man: geht auf/ als 4 von 4 geht auf.

Anm. 2. Die Mathematici haben das Zeichen ÷ oder —, welches minus (weniger) heißt/ als: 4 ÷ 1 oder 4 - 1 heißt 4 weniger 1/oder 1 von 4 ſubtrahirt. Dieſe Zeichen ſind auch in der Welſchen-Practic gewöhnlich. Jedoch wollen wir das erſtere erwählen.

§. 45.

§. 45. Von einer Zahl kann man nicht mehr wegnehmen/ als ſie ſelbſt in ſich begreifft (Vorber. §. 18.). daher iſt offenbar / daß der Subtrahendus entweder kleiner oder hoͤchſtens nur eben ſo groß ſeyn muͤſſe/ als das integrum, dieſes aber ſo viel groͤſſer ſeyn koͤnne/ als es wolle.

Daß der Subtrah. kleiner oder gleich ſeyn muͤſſe.

Anm. Es moͤchte dem erſten Anſehen nach uͤberflüßig ſcheinen/ daß geſagt wird / es koͤnne der ſubtrahendus eben ſo groß ſeyn/ als das integrum, weil ja in ſolchem Fall ein jeder alſobald ſehe/ daß nichts uͤbrig bleibe/ und es alſo keines ſubtrahirens beduͤrffe. Allein es iſt doch eine wirckliche ſubtraction, ob man gleich nicht noͤthig hat weitlaͤuftig zu operiren / und in der operation geſchicht es oft / daß ein Grad des ſubtrahendi dem Grad des integri gleich iſt, da man auch wircklich operiren muß. Uberdem hat man dis hin und wieder zu wiſſen noͤthig.

§. 46. Es traͤget ſich aber oftmahls zu/ ſonderlich in Rechnungen/ daß die Ausgabe/ welche ordentlich der ſubtrahendus, groͤſſer iſt als die Einnahme / welche ordentlich das integrum ſeyn ſollte. Folglich verſtehet ſichs von ſelbſt/ daß man in ſolchem Fall nicht die Ausgabe von der Einnahme/ ſondern dieſe von jener abziehen muͤſſe.

Was zu thun/ weñ der ſubtrahendus groͤſſer?

Anm. Ich ſage die Einnahme ſollte ordentlich das integrum und die Ausgabe der ſubtrahendus ſeyn. Denn die Ausgabe wird nach

und nach von der Einnahme genommen / und denn will man wiſſen, was von dieſer als ein Reſt übrig bleibe. Wenn aber mehr ausgegeben worden / ſo bleibt nicht allein nichts übrig / ſondern es fehlet noch etwas / das da muß reſtituirt werden. Wenn nun daher die Ausgabe das integrum, und die Einnahme der ſubtrahendus wird: ſo kann das was übrig bleibt nicht der Reſt heiſſen / ſondern pflegt der Vorſchuß genannt zu werden.

Das der ſubtrah. und Reſt dem Integro gleich.

§. 47. Wenn man von einer Sache etwas wegnimt / und etwas davon übrig bleibet: ſo bekömmt man an ſtatt der gantzen Sache einen Theil derſelben und ein Theil davon bleibt zurücke. der Theil aber / den man bekömmt / und der zurück bleibet / zuſammen genommen ſind dem gantzen gleich. (Vorber. §. 32. n. 6.). folglich iſt der ſubtrahendus und der Reſt dem integro gleich / denn jener wird davon genommen / und dieſer bleibt davon übrig

Anm. Wenn alſo der ſubtrahendus dem integro gleich: ſo nimmt man das gantze ſelbſt / und alſo bleibt nichts übrig. dis alles wird zu ſeiner Zeit nützlich ſeyn.

Daß alle drey Zahlen von gleicher Art.

§. 48. Wenn man eine Zahl von einer andern hinwegnimmt / und etwas von dieſer übrig bleibt: ſo nimmt man gewiſſe vniteten von derſelben weg und bleiben gewiſſe vniteten davon übrig. Denn

Denn daraus entſtehet eine jede Zahl (Vorber. §. 3.). Weil aber eine Zahl keine andere / als vniteten von einer Art in ſich hält (Vorb. §. 4. a. 2.): ſo müſſen die vniteten die man davon nimmt / und die übrig bleiben von gleicher Art ſeyn. Folglich ſind der ſubtrahendus und der Reſt Zahlen von einer Art oder Benennung. Und da dieſe beyde zuſammen dem integro gleich (§. 47.) / ſo müſſen ſie auch mit demſelben und folglich alle mit einander von gleicher Benennung ſeyn.

§. 49. Man bedienet ſich im ſubtrahiren ebenfals des Vortheils / daß man nicht den gantzen ſubtrahendum auf einmahl vom gantzen integro, ſondern die Grad des ſubtrahendi nach einander von den Graden des integri abziehet Z. E. Man ziehet vniteten von vniteten / decades von decaden ab. u. ſ. f. — *Man ſubtrahirt einen Grad nach dem andern.*

Anm. Ein Vortheil heißt es darüm / weil es leichter wird zu operiren. Sonſt würde man eher fertig werden / wenn man alle / oder doch etliche Grad auf einmahl nehmen könnte. Daher auch geübte wohl 2 oder 3 Grad auf einmahl vornehmen / und das hat auch ſeinen Nutzen in der diviſion, und wenn man im Kopf ſubtrahirt.

§. 50. Demnach iſt ein jeder Grad des ſubtrahendi und integri gleichſam ein beſonderes Subtractions-Exempel, und — *Was daraus folge?*

muß daher von einem jeden Grad das gelten/was von dem gantzen Exempel bißher geſagt worden. ſonderlich iſt zu mercken/ daß 1. der Grad des ſubtrahendi müſſe nicht gröſſer ſeyn/als eben derſelbe im integro. 2. daß der Grad des ſubtrahendi und des reſidui zuſammen genommen dem Grad des integri gleich/ und 3. daß alle drey von gleicher Art ſeyn müſſen/ Z. E. im erſten Grad ſind und bleiben vniteten.

Was zu thun/ weñ des integri Grad kleiner.

§. 51. Es träget ſich gar öfters zu/ daß/ob gleich der gantze ſubtrahendus kleiner oder eben ſo groß iſt / als das gantze integrum, dennoch mancher Grad des ſubtrahendi gröſſer iſt/als der über ihm ſtehende Grad des integri: Z. E. du ſolteſt von 120 Thlr. 50 Thlr. abziehen: ſo muß nach (§. 49.). die 5. von 2 abgezogen werden. Nun kann man in ſolchem Fall den oberſten Grad unmüglich zum ſubtrahendo machen/ wie (§. 46). denn es käme ein verkehrter Reſt heraus/ (nemlich an ſtatt 70 käme 130.). Soll man alſo ſubtrahiren: ſo muß oben eine gröſſere Zahl kommen/ und zwar / die aufs wenigſte der unterſten gleich iſt / gröſſer aber mag ſie ſeyn/ ſo viel ſie will (§. 45). ſie wird aber gröſſer/ wenn man andere zu ihr hinzuſetzet (Vorb. §. 16). Nun kann man keine andere zu ihr hinzuſetzen/ als die zum integro gehöre/ denn ſonſt behielte man nicht die einmahl gegebene Zahlen. Es kan aber keine etwas geben / als die zur lincken ſteht/denn da iſt die geringſte Zahl 1 ſchon

ſo

ſo groß / als die gröſte im vorhergehenden Grad (§. 21. n 5). daher man 1 vom folgenden Grad zu dem vorhabenden nim̃t / und das pfleget man eins borgen zu nennen. Z.E. im obigen Exempel nähme man die 1 aus dem dritten Grad (hieſſe 10 weil ſie einen Grad weiter gegen die lincke ſteht §. 5.) zu der 2 / wären 12, ſo könnte man 5 ſubtrahiren. Wie es nun weiter zu halten, wird in den Aufgaben zu ſehen ſeyn.

Anm. 1. Wenn im folgenden Grad eine null ſteht: ſo kann man auch davon nichts borgen / daher man immer weiter gegen die lincke geht / bis man gültige Zahlen antrifft und da borget man denn. Es muß aber allemahl noch gewiß eine folgen / denn ſonſt wären auch keine nullen da (§. 4. a.). und ſo denn wäre die unterſte gröſſer als die oberſte Zahl / und könnte nicht der ſubtrahendus ſeyn (§. 49). Ob nun wohl die 1 wo ſie weiter hergehohlt wird / nicht 10 ſondern nach ihrer Stelle / die ſie weiter gegen die lincke / als die vorhabende ſteht / hundert oder tauſend ꝛc. gilt: ſo ſieht man ſie doch in der operation nur als 10 an. Das übrige ſoll (§. 54. n. 5. ſeq.) geſagt werden.

Anm. 2. Solcher geſtalt iſt hier ein Grad im ſubtrahendo, und zweene Grad im integro. Doch iſt im höchſten Grad unter den zweenen nur 1 / im andern aber eine Zahl / die zum wenigſten 1 weniger iſt / als die darunter befindliche. (denn wäre ſie nur eben ſo groß / ſo hätte

man nicht nöthig gehabt 1 zu borgen §. 45.). ſonſt aber mag ſie ſo viel kleiner oder ſo groß ſeyn/als ſie will. Z.E. Wenn im ſubtrahendo 6 wäre/ und oben ſtünde 9/ 8/ 7 oder auch nur 6 ſo dürfte man nicht borgen (§.45). Aber ſo bald weniger vorhanden als 6: ſo muß man borgen/ nemlich es mag 5/ 4/ 3/ 2/ 1 oder 0 da ſtehen. Wenn nun 1 dazu geborget würde/ſo käme höchſtens nicht über 15 heraus. Der Nutzen von dieſer obſervation wird gleich folgen.

Daß man nur einzele Zahlen von andern abziehe.

§. 52. Man ziehet ordentlich nur allemahl einen Grad des ſubtrahendi von einem Grad des integri ab (§ 49.)/oder man borgt vom folgenden Grad eins, und ziehet alſo einen Grad von zweenen ab. (§. 51. a. 2.). Nun können im erſten Fall keine andere Zahlen vorkommen / als daß eine einzele Zahl von einer einzeln/abgezogen wird (§. 21. n. 4.)/ und zwar die gröſſer oder wenigſtens eben ſo groß iſt/als die erſte iſt §.45.). Und im andern Fall keine andere/ als daß eine einzele Zahl von einer gedoppelten/ da im höchſten Grad eine 1/und in dem kleinſten eine ſolche Zahl iſt/ die wenigſtens üm 1 kleiner/ als die einzele im ſubtrahendo iſt (§. 51. a.)/ abgezogen wird. Daher kann man im ſubtrahiren bald eine Fertigkeit erlangen/ wenn man ſich einmahl vor allemahl recht übet / eine jede einzele Zahl theils von allen einzelnen Zahlen die gröſſer (oder eben ſo groß) als ſie ſind/ theils von gedoppelten / da

im

im höchſten Grad 1 / im geringſten aber eine kleinere als ſie / vorhanden / fertig zu ſubtrahiren / wozu denn die im Anhange dieſes erſten Buchs (n. 5) befindliche Subtractions-Tabelle gute Dienſte thun wird.

Anm. Da die höchſte einzele Zahl 9 iſt / ſo kann man in den zweenen Graden keine höhere Zahl / als 18 kriegen (§. 51. a. 2.).

§. 53. Hiebey ſind nun folgende beſondere Grund-Sätze anzumercken. Beſondere Grund-Sätze der Subtraction.

1. Der Subtrahendus muß kleiner / oder höchſtens eben ſo groß ſeyn / als das integrum (§. 45.).

2. Das integrum, der ſubtrahendus, und das reſiduum müſſen lauter Zahlen von gleicher Art oder Benennung ſeyn. (§. 48.).

3. Der ſubtrahendus und das reſiduum zuſammen genommen / ſind dem integro gleich. (§. 47.).

4. Wenn eine grade Zahl von einer graden Zahl abgezogen wird, ſo bleibt eine grade Zahl übrig / als 2 von 4 bleibt 2.

Anm. Es wäre denn daß gar nichts übrig bliebe.

5. Wenn eine grade Zahl von einer ungraden Zahl abgezogen wird / ſo bleibt eine ungrade: als 2 von 5 bleibt 3.

6. Wenn eine ungrade von einer ungraden abgezogen wird / ſo bleibt eine grade: als 3 von 5 bleibt 2.

Anm.

Anm. Es wåre denn/ daß nichts übrig bliebe.

7. Wenn eine ungrade von einer graden abgezogen wird/ bleibt eine ungrade: als 3 von 6 bleibt 3.

8. Wenn man gleiches von gleichen abziehet: ſo bleibet gleiches. Z. E. Nim̃ 6 und 6 von 9 und 9 ſo bleibt an beyden Orten 3.

9. Wenn man gleiches von ungleichen abziehet/ ſo bleibet ungleiches/ und zwar eine gröſſere differentz, wo unter den ungleichen die gröſte geweſen/ eine kleinere/ wo die kleinſte geweſen. Z. E. Nim̃ 3 und 3 von 5 und 7 ſo bleibt von 5/ 2/ von 7 aber 4.

II. Aufgabe.

Aufgabe. §. 54. Eine Zahl von der andern abzuziehen. Z. E. Das integrum ſey 300425 Thlr. der Subtrahendus 21364 Thlr. Iſt die Frage/ was wird der Reſt ſeyn? Verfahre alſo:

1. Einrichtung. 1. Setze das integrum zu erſt hin und den ſubtrahendum dergeſtalt darunter (a)/ daß vniteten unter vniteten/ decades unter decaden ꝛc. zu ſtehen kommen (b)/ und ziehe einen Strich darunter (§. 43.). ſtehet alſo:

$$\begin{array}{r} 300425 \\ \underline{21364} \end{array}$$

Anm. 1. (a) Es verſchlågt an ſich nichts/ ob der Subtrahendus unten oder oben ſteht/ wenn man ihn nur recht abzieht. Wie es denn in Rechnungen/ wo die Ausgabe ſchon unter der co-

lumne ſteht/ und die Einnahme drunter geſetzt wird/ alſo zu gehen pfleget/ im Fall die Einnahme groͤſſer/ als die Ausgabe. Jedoch iſt es allerdings bequemer/den ſubtrahendum unten zu ſetzen / daher man ohne Noth davon nicht abweichet.

Anm. 2. (b) Die Urſach iſt/ weil vniteten von vniteten / zehner von zehnern ſollen abgezogen werden/ (§. 49). da es denn ſchwer wuͤrde und leicht ein Irrthum vorgehen koͤnnte / wenn ſie nicht grade unter einander ſtuͤnden.

2. Operation. Wo der Grad des ſubtrahendi kleiner als des integri.

2. Nun hebe zur rechten beym erſten Grad an und ziehe die vniteten des ſubtrahendi von den vniteten des integri ab/ und ſetze den Reſt unter der Linie/ grade drunter. Das iſt: ſprich 4 von 5 bleibt 1/ (§. 44.) die 1 ſetze unter die Linie/ grade unter den vniteten (§. 50. n.) ſteht alſo:

$$\begin{array}{r} 300425 \\ \underline{21364} \\ 1 \end{array}$$

Anm. 1. Du koͤnnteſt auch bey der lincken anheben / wenn nur nicht zu weilen ein Gradus des integri kleiner waͤre/ als eben derſelbe im ſubtrahendo iſt (§. 51). denn weil in ſolchem Fall von dem zur lincken folgenden etwas zu borgen iſt (ibid.): ſo muͤſteſtu die einmahl bekommene Zahl wieder aͤndern/ wenn du die zur lincken eher abgezogen haͤtteſt. In ſolchem Fall aber/ da des ſubtrahendi grade alle eine kleinere Zahl

haben

haben/ als des integri, da magſtu anfangen/ wo dirs beliebet. Man erwehlt aber lieber das/ was allgemein und in allen Fällen angehet.

Wo der grad des ſubtrahendi gröſſer/ als des integri.

3. Schreite zum andern Grad/ und ſprich 6 von 2 kann ich nicht (§. 44. a.) daher borge von der folgenden 4 eins/ (§. 51.). und zum Zeichen deſſen ſetze einen Punct daneben (a). Nun ſetze die 1 in Gedancken vor der 2/ macht 12 (b)/ drüm ſage nun 6 von 12 bleibt 6/ dieſe ſchreibe unter die Linie. Stehet alſo:

$$\begin{array}{r} 3004.25 \\ \underline{21364} \\ 61 \end{array}$$

Anm. 1. (a) Der Punct dienet nur dazu/ daß du nicht vergeſſeſt/ es ſey von derſelben Zahl/ wobey er ſtehet/ 1 davon genommen. Eigentlich würdeſtu die vorige Zahl 4 auslöſchen und an ihrer ſtatt 3 ſetzen müſſen. Das würde aber die gantze Zahl unkenntlich machen. Daher hat man lieber ein ſolch Zeichen dafür erwählt. Wenn du dir es ohne Punct zu behalten getraueſt: ſo kannſtu den Punct gar weglaſſen/ welches gar leicht / und auch am beſten iſt.

Anm. 2. (b) Denn die 1 bedeutet zehn/ und 2 dazu iſt 12. Andere aber halten es ſo/ daß ſie den ſubtrahendum Z. E. 6 erſt von der geborgten 1/ als 10/ wegnehmen/ bliebe 4/ und denn die eigentliche Zahl deſſelben Grads 2

dazu

dazu addiren / macht auch 6. Es iſt gleich viel / welches man von beyden erwehlen will.

4. Gehe zum dritten Grad und ſprich 3 von 3 (a) geht auf / (§. 43.). daher ſetze unten eine null. Stehet alſo:

Wo der Grad des integri und des ſubtrahendi gleich.

3004.25
21364
061

Anm. (a) Denn von der oberſten 4 iſt ſchon 1 weg: ſo iſt nur noch 3 vorhanden. nimt man aber 3 von 3: ſo bleibt nichts.

5. Gehe zum vierten Grad und ſprich 1 von 0 oder nichts / kann ich nicht / und weil auch im 5ten Grad oben eine 0 iſt / daß du nichts borgen kannſt / ſo gehe in den 6ten Grad / und borge von der 3 eine 1 / und verfahre weiter wie (n. 4.) bleibt 9. Stehet alſo:

Wo im integro nullen vorkommen.

3.004.25
21364
9061

Anm. 1. Es bleibt hier alles ſo / wie in n. 6. nur daß hier auch in dem nächſtfolgenden Grad keine gültige Zahl ſtehet / daher du ſo weit fort geheſt / bis eine gültige komt / dergleichen hier im 6ten iſt. wäre aber auch da keine / ſo gingſtu immer weiter / bis du eine anträffeſt. (§. 51. a. 1.).

Anm. 2. Die 1 / ſo du von der 3 hergeholet be-

deute

deutet eigentlich nicht 10 ſondern 100. denn ſie iſt drey Grad weiter zur lincken (§. 5.). ſo iſt es denn ſo viel/ als ob du ſagteſt 1 von hundert bleibt 99. und dieſe beyden neunen würden ſtatt der beyden nullen zu ſtehen kommen/ daß es nun an ſtatt 300 hieſſe 299. allein weil du den Reſt unter die Linie ſetzen ſollt (§. 43.). ſo ſetzeſt du die letztere 9 gleich unter der 1 herab. Und alſo wäre noch die andere 9 ſtatt der null im 5ten Grad zu ſetzen. Weil aber nicht allein die änderung der Zahlen unreinlich ſtehet, ſondern auch ein ander/ der hernach darüber käme, das eigentliche integrum nicht erkennen könnte / du es auch ſelbſten nicht noch einmahl bequem wieder überrechnen könnteſt: ſo läſſeſt du das integrum ungeändert / und merckeſt nur einmahl für allemahl: ſo viel nullen/ als nach Abzug des erſten noch da ſtehen/ſo viel neunen ſollten eigentlich da ſeyn: was daraus weiter folge/ wirſtu n. 6. ſehen.

Anm 3. Eben ſo iſt es auch/ wenn man eine 1 vier Grad weiter herhohlte: denn die hieſſe tauſend. Nun nehme man 1 davon: ſo bleibt gleich nur noch 999. und ſo wenn mans 5/6/ 7/8/ Grad weiter herhohlete.

Wo im integro eine null nach einer andern ſteht.

6. Schreite zum 5ten Grad/ und ſage nun nicht 2 von 0/ ſondern 2 von 9. (n. 5. a. 2.)/ bleiben 7. ſtehet alſo:

3.004.25
21364
79061

Anm.

Anm. Es darf auch niemand fragen wie ers denn hätte machen müſſen/wenn nun in dieſem Grad der ſubtrahendus gröſſer geweſen wäre/ ob er noch einmahl von der 3 eins hätte entlehnen müſſen. Denn ein ſolcher Fall kan ſich gar nicht zu tragen. Denn/ ſo viel nullen als da ſind/ ſo viel neunen muß man ſich einbilden (n. 5. anm. 2.). Nun kann aber in dem untern Grad keine höhere Zahl als 9 ſtehen (§. 21. n. 4.). Wenn aber das integrum und ſubtrahendus gleich ſind: ſo gehet es auf (§. 45.)/ und hat man nicht nöthig zu borgen.

8. Nun ſchreite zum 6 Grad und ſage nichts von 2 bleibt 2. Stehet alſo.

Wo im ſubtrahendo nichts oder eine null ſteht.

```
3.004.25
  21364
-------
 279061
```

Anm. Eben ſo iſt es auch wenn im ſubtrahendo nullen ſtehen.

§. 56. Hieraus iſt nun dieſe kurtze Regel zu faſſen.

Kurtze Regul des ſubtrahirens.

1. Schreibe das integrum und den ſubtrahendum ſo unter einander / daß grade von gleicher Gültigkeit unter einander kommen/und ziehe einen Strich darunter/ iſt was (§. 54. n. 1.) geſagt.

2. Ziehe den ſubtrahendum von Grad zu Grad vom integro ab und ſchreibe den Reſt eines jeden

Grads unter der Linie/ grade unter demſelben hin. Iſt was (§. 54. n. 2. ſeqq.) geſagt.

3. Wo in einem Grad des ſubtrahendi eine gröſſere Zahl/ als im integro, da lehne etwas von den folgenden Stellen / ſo viel du nöthig haſt. Iſt was (§. 54. n. 3. 5. 6.) geſagt iſt.

Beweiß. Beym ſubtrahiren ſucheſt du den Reſt/ der nach Abzug des ſubtrahendi vom integro übrig bleibt (§. 42.). Wenn du nun den ſubtrahendum von Grad zu Grad vom integro abzieheſt/ und den Reſt bey jedem anmerckeſt: ſo bekommſtu den Reſt von allen Graden/oder Theilen des integri, und folglich den Reſt vom gantzen integro. (Vorb. §. 32. n. 6.).

§. 57. Exempel zur Ubung.

1. 2103 von 5386 bleibt 3283.
2. 10036 von 82506 bleibt 72470.
3. 67213 von 100000 bleibt 32787.
4. 40012 von 50037 bleibt 10025.
5. 12756 von 89343 bleibt 76587.
6. 273582 von 300000 bleibt 26418.
7. 8002001 von 9200714 bleibt 1198713.
8. 867558 von 912349 bleibt 44791.
9. 234567 von 876548 bleibt 641981.

Der

Der Erſten SECTION
Viertes Capittel.
Von der
MULTIPLICATION.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 58.

MULTIPLICATIO iſt diejenige Species der Arithmetic, nach welcher man eine gegebene Zahl ſo vielmahl zuſammen ſetzet / als eine andere gegebene vniteten in ſich hålt / und alſo eine neue Zahl heraus bringet / welche die erſte gegebene ſo vielmahl in ſich hålt / als die andere vniteten hat / (oder welche anzeiget / wie viel die erſte ſo oftmahl genomen ausmachet) (Vorb. §. 19.). Z. E. Setze 3 zweymahl zuſammen / ſo kömmt 6 / und dieſe 6 hålt die 3 zweymahl in ſich. Was multiplicatio ſey?

Anm. 1. Multipliciren heißt vervielfåltigen / geſchicht es mit 2 / ſo heißt es ins beſondere dupliren / geſchicht es mit 3 / ſo heißt es tripliren / geſchicht es mit 4 / ſo heißt es quadrupliren ꝛc. Und wenn man eine Zahl ſo vielmahl zuſammen ſetzet / als ſie ſelbſt vniteten hat / oder / welches einerley / eine Zahl mit ſich ſelbſt multiplicirt: ſo nennt man es eine Zahl quadriren. Als 4 mahl 4 iſt 16.

Staats-Bibliothek Bamberg

Anm. 2. Die Mathematici haben zum Zeichen der multiplication einen Punct zwiſchen zwoo Zahlen. Z.E. 2.3 heißt 2 multiplicirt mit 3.

Wie viel Zahlen vorkommen? §. 59. Demnach kommen im multipliciren drey Zahlen vor. 1. Eine, die da ſoll zuſammen geſetzet werden / heißt der multiplicandus (die zu vermehrende). 2. Eine/die da anzeiget/ wie oft jene zuſammen zuſetzen/heißt der multiplicans oder multiplicator, (die Vermehrende/oder der Vermehrer). 3. Eine / welche anzeiget/ wie viel die erſte ſo vielmahl genommen ausmache/ heißt die Summe/ (ſumma, productum, factum). Die beyden erſten ſind gegebene und bekannte/ die letzte iſt eine gefundene und alſo vorhin unbekannte/ und werden durch eine Queer-Linie unterſchieden/ ſo daß jene ober / dieſe aber unter derſelben zuſtehen kommen.

Anm. 1. Ich ſage drey Zahlen/nicht dreyerley. Denn jede hat nicht unterſchiedene Poſten/ſondern nur eine Zahl.

Anm. 2. Bey den Aufgaben/ wo der multiplicans aus mehr, als einem Grad/ beſtehet/ kommen zwar anfangs ſo viel beſondere Summen heraus/ als er grade hat; jedoch werden ſie hernach alle in eine Summe zuſammen addiret/ laut der Aufgabe. Wir wollen daher die Summe eines jeden Grads eine Special Summe/ und die daraus durch die addition entſte-

hende

hende Summe / die allgemeine oder Haupt-Summe nennen.

§. 60. Da der multiplicandus ſo viel-mahl zu nehmen / als der multiplicans vniteten hat: ſo verſteht ſichs von ſelbſt / daß beym multipliciren das Wörtlein mahl und iſt oder macht zu gebrauchen ſey. Z. E. 2 mahl 3 iſt oder macht 6.

Was hie für Wörter gebräuchlich?

§. 61. Ferner iſt daraus offenbahr / daß das multipliciren ein compendieuſes addiren ſey in ſolchem Fall / da an ſtatt der addendorum eine Zahl ſo oft / oder ſo viel gleiche Zahlen geſetzt werden ſollten / als der multiplicans vniteten hat. Weil aber das eine entſetzliche Weitläuftigkeit verurſachen würde / wenn man eine Zahl etliche hundert oder tauſend mahl hinſchreiben / und denn addiren ſollte nach (§. 39.): daher hat man billig eine compendieuſere Art geſucht und angenommen / nemlich / daß man die gegebene Zahl nur einmahl hinſchreibet / und nimmt ſie denn im Gemüth ſo vielmahl zuſammen als der multiplicans vniteten hat. Z. E. nach der multiplication ſagt man gleich 6 mahl 8 iſt 48. nach der addition müſte man die 8 ſechsmahl hinſchreiben und ſie denn nach und nach zuſammen nehmen, ſo käme auch 48.

Daß das multipliciren ein compendieuſes addiren.

Anm. 1. Daß dem alſo ſey / offenbahrt ſich unter andern an einem ſolchen / welcher die arithmetic nicht gelernt / oder der noch nicht multi-

pliciren kann/ denn er ſetzt die gegebene Zahl gleich im Gemüthe oder auf dem Papier ſo oft nach einander zuſammen/ als man es verlanget hat.

Anm. 2. Es iſt aber in allen andern Exempeln/ da nemlich die addendi ungleiche Zahlen in ſich faſſen (Vorber. §. 19.) / dieſer Vortheil nicht müglich, ſondern da müſſen ſie nach und nach zuſammen geſetzet werden/ wie (§. 39.) gezeiget und iſt nicht zu ändern. Es pflegen auch nicht leicht ſo viel addendi von ungleichen Zahlen auf einmahl hinter einander zu kommen/ als es oft mit gleichen vorfället. geſchicht es aber in Rechnungen: ſo theilet man ſie doch / und addirt nur auf einmahl ſo viel zuſammen/ als auf einer Seite eines Blates ſtehen können / und addirt hernach auch die Summen aller Seiten zuſammen / oder führt ſie per transport nach und nach zu den folgenden mit fort.

Daß der multiplicandus und Summe einerley Nahmen haben.

§. 62. Der multiplicandus ſoll ſo vielmahl zuſammen geſetzet werden/ und die Summe dieſen ſo vielmahl in ſich halten, als der multiplicans vniteten hat (§. 58. 59.). Dannenhero muß die Summe ſich in der Benennung nach dem multiplicando richten: der multiplicans aber mag für eine Benennung haben / welche er will. (das iſt/ er mag mit jenen darinn übereinkommen/ oder nicht.).

Anm.

Anm. Der multiplicans hat ſelten die Benennennung des multiplicandi, ſondern entweder gar unbenannte Zahlen / oder doch benannte von gantz anderer Art. Meiſtentheils zeigt der multiplicans die Waare oder Sache und der multiplicandus den Werth derſelben/ oder das Gewicht oder Maaß ꝛc. an. Er mag aber heiſſen/ wie er will/ ſo thut das zur Benennung der Summe nichts denn er zeigt nur an/ wie oft der multiplicandus zunehmen ſey.

§. 63. Die multiplication iſt eine Art der Vermehrung (Vorb. §. 19). Und zwar der multiplicandus ſoll vermehret oder zuſammen geſetzet werden/ der multiplicans aber zeiget/ wie vielmahl es geſchehen ſolle/ (§ 59). da man nun eine Zahl ſo vielmahl zuſammen ſetzen kann / als man immer will (Vorber. §. 18.): ſo mag auch der multiplicans für ſich ſo klein oder ſo groß ſeyn/ als er immer will. Jngleichen kann er gröſſer oder kleiner/ oder eben ſo groß ſeyn/ als der multiplicandus. Jedennoch aber/ weil der multiplicandus ſchon einmahl gegeben oder bekannt iſt/ und man eine unbekannte Zahl ſuchet/ die ihn ſo vielmahl in ſich halte / als der multiplicans vniteten hat (§ 59): ſo muß er wenigſtens gröſſer/ als 1 ſeyn / denn ſonſt bliebe der multiplicandus ungeändert.

Was ſich für eine Zahl zum multiplicante ſchickt?

Anm. 1. Die bekannte Regul: 1 multipliciret nicht/ iſt an ſich richtig / doch muß man ſie recht

verſtehen. Es iſt nemlich (1.) die Meinung nicht / als könne im multiplicante überhaupt keine 1 vorkommen: denn das geſchicht ja wohl täglich / wenn er aus mehr / als einem Grad beſteht ſo / daß entweder in etlichen Graden eine 1 / in den andern aber andere einzelne Zahlen ſtehen / oder daß in allen Graden eine 1 iſt. Z. E. 123 oder 111. Auch (2.) nicht / als ob man nicht ſagen könnte oder müſte Z. E. 1 mahl 4 **iſt vier** / welches ja in gedachten Fällen auch nöthig iſt / und ſo gar im 1 mahl 1 geſchicht / da man ſagt 1 mahl 1 iſt 1, 1 mahl 2 iſt 2. ſondern (1). daß man keinen multiplicantem haben könne / der allein aus einer 1 beſtünde: weil man ja darnach als nach einer unbekannten Sache nicht fragen kann / was eine einmahl gegebene Zahl einmahl genommen ausmache / und (2) daß / wenn auch eine 1 vorbeſagter maſſen im multiplicante vorkömmt, ſie doch aus dem multiplicando nicht mehr mache / ſondern ihn ungeändert wieder in die Summe bringe.

Anm. 2. Weil eine 1 nicht multiplicirt, ſo kann es vielweniger eine null thun. Denn wie ſolche unmüglich allein ohne eine gültige Zahl vorkommen kann (§. 14. a.): alſo kann ſie auch / wenn ſie mit andern vorkommt / aus der gegebenen Zahl für ſich nicht mehr machen / ſondern bringet gar nichts zur Summe. Z. E. Wenn man ſagen ſollte: 0 mahl 4 / ſo iſt es nichts / oder

oder o. denn es iſt ſo viel/ als ob man ſagte: 4 keinmahl genommen/ iſt nichts.

§. 64. Man wird befinden/ es komme einerley Summe heraus/ man nehme den multiplicandum ſo vielmahl/als der multiplicans vniteten hat: oder dieſen, ſo vielmahl/ als jener vniteten hat. Z. E. es kömmt einerley Summe / ob man ſagt: 6 mahl 8/ oder 8 mahl 6/ denn beydes iſt 48. Folglich verſchlägt es in der Sache ſelbſt nichts /man nehme in der operation unter beyden gegebenen Zahlen zum multiplicante an/welche man will.

Daß man den multiplicandum und multiplicantem verwechſeln könne.

Anm. 1. Daher pflegen auch beyde gegebene Zahlen mit einem Nahmen die Vermehrer/ (multiplicatores) genannt zu werden. Weil eine ſo wohl multiplicans iſt / und ſeyn kann / als die andere.

Anm. 2. Wozu dieſer paragraphus nütze/und was dabey nach (§. 62) zu bedencken / wird (§. 70) geſagt werden.

§. 65. Weil die multiplication eine Art der Vermehrung (Vorb. §. 19): ſo iſt kein Wunder/ wenn die Summe oft mehr Grad ausmacht/als in den gegebenen da geweſen.

§. 66. Der Unterſcheid und Vortheil der multiplication vor der addition beſteht darinn/ daß man den multiplicandum nur 1 mahl hinſchreibt/ und ihn im

Daß man allemahl nur einē Grad nach dem andern nehme.

im Gemüth ſo oft zuſammen ſetzet/ als der multiplicans vniteten hat (§ 61.). Man wird aber bey ſich ſelbſt befinden/ daß es einem ſchwer ja wohl oft unmöglich werde/den gantzen multiplicandum, wenn er aus mehr/ als einem Grad beſteht/im Gemüth mit eins ſo vielmahl zuſammen zu ſetzen/als der multiplicans vniteten hat/ wenn auch dieſer nur aus einem geſchweige aus mehrern Graden beſteht. Dannenhero hat man noch ferner darinn einen Vortheil geſucht und angenommen (1.) daß man vom multiplicando **einen Grad nach dem andern** vornimmt/ und ihn mit dem multiplicante (ſo er aus einem Grad beſteht) multiplicirt und (2.) wenn der multiplicans auch mehr/ als einen Grad hat/ daß man auch davon einen Grad nach dem andern nehme/und NB. mit jedem den multiplicandum **von Grad zu Grad durch** multiplicirt.

Anm. 1. Wenn der multiplicandus nur einen Grad hat/ ſo iſt das **erſte** nicht nöthig: und wenn der multiplicans nur einen Grad hat/ſo iſt das **andere** nicht nöthig.

Anm. 2. Wenn einer erſt geübt; ſo kann er oft 2/3/4 Grad multipliciren/ zumahl wenn es bekannte oder leichte Zahlen ſind und der multiplicans aus einer Figur beſteht. Z.E. Man wüſte gleich zu ſagen/ 2 mahl 48 ſey 96. oder 2 mahl 124 ſey 248. denn 48 und 24 kömmt bey Thalern/ Groſchen 2c. oft vor. Man kann auch endlich die hundert/ ingleichen die

zehner

zehner leicht dupliren/ tripliren/ quadrupliren lernen. Welches in der diviſion gute Dienſte thut/ und wenn man im Kopf multiplicirt.

§. 67. Solcher geſtallt iſt ein Grad des multiplicantis mit jedem Grad des multiplicandi gleichſam ein eigenes multiplications-Exempel. Und folglich muß alles in ſeiner Maaß davon gelten / was vom gantzen Exempel bisher geſagt worden. Hauptſächlich läuft es auf folgende Puncte hinaus. Was daraus zu erſt folge?

1. Daß nach (§. 62) die Summe eines jeden Grads ihren Nahmen bekomme von dem Grad des multiplicandi, daraus ſie entſprungen / und alſo auch eben denſelben Grad in der Summe einnehmen müſſe.

Anm. In dem multiplicante bleibt immer einerley Grad / und damit werden alle Grad des multiplicandi durch genommen/ aber die Benennung bekömmt die Summe von dem Grad des multiplicandi. Dem ſcheinet zwar entgegen zu ſeyn / daß man die Special-Summen unter dem Grad des multiplicandi zu ſchreiben anfängt/ mit dem man eben operirt. Aber daß es in der That nicht ſey/ ſoll in der andern Aufgabe zu ſeiner Zeit klärlich gezeiget werden.

2. Daß nach (§. 64) es gleich viel gelte/ man ſehe den Grad des multiplicandi für den multiplicantem oder dieſen für jenen an. Z. E. Es ſtünde im multiplicando 8 und im multiplicante

6. ſo

6/ ſo wåre es gleich viel/ ob du ſagteſt 8 mahl 6/ oder 6 mahl 8 iſt 48.

Anm. Es haben ſich manche/ die das 1 mahl 1 gelernt/ angewöhnt/ daß ſie nicht fort können/ wo die Zahlen nicht in ſolcher Ordnung ausgeſprochen werden/ als ſie im 1 mahl 1 ſtehen: nemlich daß die kleinſte immer voran gehe. Z.E. Sie wiſſen wohl/ 6 mahl 8 ſey 48. aber wenn man ſagt: 8 mahl 6 / ſo wiſſen ſie es nicht. Für ſolche iſt nun das gut/ denn ſteht die kleinſte oben / ſo nehmen ſie ſolche zu erſt / ſteht ſie unten/ ſo bringts die Sache ſelbſt ſo mit.

3. Daß/ wenn der Grad des multiplicandi eine 1 iſt / ſie bloß den multiplicantem (oder den Grad deſſelben / damit eben operirt wird) zur Summe bringe eben ſo / wie jener zur Summe kåme/ wenn dieſer eine 1 håtte nach (§. 63.).

Anm. Eben ſo verhålt ſichs mit der 0 nach (§. 63. a. 2.). denn ſie bringt nichts (oder eine 0) zur Summe/ ſie ſtehe im multiplicando oder multiplicante.

4. Daß es geſchehen könne / daß aus einem Grad eine Summe entſtehe / die mehrere Grad in ſich halte nach §. 65.

Anm. Was dieſer Punct für Nutzen habe / wird ſich in den Aufgaben zeigen/ daß aber dieſer Punct dem 1ſten nicht contradicire/ iſt eben ſo zu zeigen/ als in der addition (§. 34. a.).

Was aus §. 66 weiter folge? §. 68. Weil aber ein jeder Grad des multiplicantis alle Grad des multiplicandi

candi durch multiplicirt (§.66.): ſo iſt von ſelbſt offenbahr / 1. daß ein jeder Grad des multiplicantis ſeine eigene Summe bringe / die aufs wenigſte ſo viel Grad habe als der multiplicandus hat. Und 2. daß man ſo viel Special-Summen bekomme / als der multiplicans Grad hat. Indeß aber / da man eine Zahl ſuchet / welche den multiplicandum ſo oft in ſich hålt / als der multiplicans vniteten hat (§. 58. 59.): ſo muͤſſen die Special-Summen alle in eine Summe gebracht werden. Solches aber geſchicht durch die addition (§. 28).

§. 69. Hieraus aber flieſſet ferner / 1. je weniger Grad der multiplicans habe / je beſſer ſey es: am allerbeſten aber / wenn er gar nur einen habe / denn da iſt man mit einmahl fertig. 2. Es ſey doch noch beſſer / einen groſſen multiplicandum und kleinen multiplicantem, als groſſen multiplicantem und kleinen multiplicandum zu haben. Daß die kleinſte Zahl am bequemſten zum multiplicante.

Anm. Das erſte moͤgte ein jeder noch leicht faſſen / aber das andere duͤrfte manchem einerley zu ſeyn ſcheinen. Aber wer die Folge nicht einſehen kann / der probire es nur etwa mit folgendem Exempel. Nemlich erſt multiplicire er 32 mit 334873 / und hernach umgekehrt 334873 mit 32 / und ſehe zu / welches am commodeſten angehen werde.

§. 70. Es trågt ſich aber gar oͤfters zu / daß der gegebene multiplicandus kleiner Daß man die kleinſte

Zahl zum multiplicante annehme. ner iſt / als der gegebene multiplicans. (welches gar wohl müglich §. 63). Weil nun in der Sache ſelbſt nichts daran liegt / man nehme unter beyden gegebenen Zahlen zum multiplicante an / welche man will (§. 64.): ſo kann man in ſolchem Fall allemahl in der operation den multiplicandum zum multiplicante, und dieſen zum multiplicando annehmen. Jedoch da die Summe ſich in der Benennung nach dem multiplicando richten ſoll (§. 62): ſo muß man ſo denn derſelben Benennung nicht nach dem angenommenen / ſondern gegebenen multiplicando einrichten. Z. E. Der gegebene multiplicandus wäre 84 Thlr der multiplicans aber 364 C. da wäre es bequemer / daß man in der operation die 84 Thlr. zum multiplicante und die 364 C zum multiplicando annähme (nach §. 69.). Indeß müſte man doch die Summe 30576 / nicht Centner / ſondern Thaler nennen.

Anm. 1. Dieſer und der vorige Paragraphus ſind von ungemeinem Nutzen. Denn darinn liegt unter andern der Grund zur practiſchen multiplication, nemlich daß man die bequemſte Zahl zum multiplicante annehmen kann.

Anm. 2. Hiebey mögte jemand fragen: Woher weiß ich aber / welches der eigentliche oder gegebene multiplicandus und multiplicans ſey? darauf dienet zur Antwort. 1. Ordentlich erkennt man es durch Hülffe der Regul de Tri, als ohne welche man ſelbſt nicht

drauf

drauf kömmt/ wenn und was man multipliciren ſoll. Denn wie ſolche der Grund zur application der ſpecierum (ſonderlich der multiplication und diviſion) iſt (Vorber. § 27.): alſo zeiget ſie auch ins beſondere / welches der multiplicandus oder multiplicans ſey / wie wir zu ſeiner Zeit ſehen werden. Zum voraus mercke nur dis: der mittelſte Satz iſt allemahl der eigentliche multiplicandus, der dritte aber der eigentliche multiplicans. Folglich muß die Summe allemahl ihre Benennung nach dem andern Satz bekomen. 2. Sonſt aber/ wenn uns ein ander ein multiplications-Exempel vorgibt / (darauf er/ auch wohl unwiſſend / nicht anders / als durch die Regul de Tri geführt worden): ſo iſt es aus der Aufgabe ſelbſt abzunehmen. denn wenn Z. E. einer ſagt/ man ſolle 3044 Thlr. mit 32 multipliciren: ſo ſiehet man wohl / daß die erſte Zahl ſolle der multiplicandus und die andere der multiplicans ſeyn.

§. 71. Man multipliciret jedesmahl nur einen Grad des multiplicandi nach dem andern mit einem Grad des multiplicantis durch (§ 65). Weil aber in einem Grad keine andere als eine einzele Zahl ſtehen kann: ſo kann man im multipliciren bald zur Fertigkeit kommen / wenn man nur eine jede einzelne Zahl/mit den andern einzelnen Zahlen, fertig multipliciren kann. Weil aber

Daß das 1 mahl 1 nöthig und nützlich.

aber auch das Anfängern noch ſchwer wird; ſo hat man zu ſolchem Ende das ſo genannte 1 mahl 1 wohl zu lernen. Welches man deßhalb im Anhange dieſes erſten Buchs n. 6. aufgezeichnet findet / und von nun an ſich einmahl für allemahl wohl bekannt zu machen hat.

Anm. 1. Daraus iſt zugleich offenbahr/ daß man im gemeinen multipliciren mit dem ſo genannten kleinen 1 mahl 1 auskommen könne; ob gleich das groſſe 1 mahl 1 anderswo ſeinen Nutzen auch hat.

Anm. 2. Wir werden in den Aufgaben vorausſetzen/daß man das 1 mahl 1 ſchon könne/oder es doch dabey nachſehe/ und daher nur ſagen/ wie viel jeder Grad ſo und ſo vielmahl genommen ausmache ohne zu zeigen / woher: Es wird auch keiner ohne das 1 mahl 1 fortkommen/ daher man es nothwendig lernen muß.

§. 72. Hieraus ſind nun folgende beſondere Grund-Sätze zu mercken:

1. Der multiplicandus und die Summe haben Zahlen von einerley Art oder Benennung / der multiplicans mag heiſſen wie er will (§. 62.).

2. 1 Multipliciret nicht: vielweniger eine 0. jene bringt den multiplicandum wieder/ dieſe aber lauter nullen (§. 63).

3. Zwoo Zahlen mögen multipliciret werden/ wie ſie wollen: ſo kömmt doch immer einerley Summe (§. 64).

4. Je

4. Je weniger Grad der multiplicans hat; je bequemer iſt er (§. 67.).

5. Wenn eine gerade Zahl mit einer geraden multipliciret wird: ſo kömmt eine grade Zahl. Z. E. 4 mahl 6 iſt 24.

6. Wenn eine ungerade Zahl mit einer ungeraden Zahl multiplicirt wird: ſo kömt eine ungerade Zahl. Z. E. 5 mahl 7 iſt 35.

7. Wenn eine gerade Zahl mit einer ungeraden multiplicirt wird: ſo kömt eine grade Zahl. Z. E. 3 mahl 4 iſt 12.

II. Aufgaben.

§. 73. Eine Zahl zu multipliciren durch einen multiplicantem, der aus einem Grad oder einer Figur beſteht. Z. E. der multiplicandus ſey 60143/ der multiplicans 3/ was wird die Summe ſeyn? Verfahre alſo: *Erſte Aufgabe mit einer Figur.*

1. Setze den multiplicandum hin/ und den multiplicantem darunter/ ſo daß er unter dem erſten Grad zuſtehen komme/ und ziehe einen Strich darunter (§. 59). ſtehet alſo: *1. Einrichtung.*

60143
    3
———

Anm. Daß man den multiplicantem unter den multiplicandum ſetzt/ und zwar ſo/ daß er unter einem Grad von ſeiner Art zu ſtehen kom-

me/ iſt eben nicht nothwendig / wie er denn in der practiſchen Art pfleget hinter ihm geſetzet zu werden/und er nicht einen/ſondern alle Grad des multiplicandi multiplicirt (§. 66.). Jedoch iſt es nicht allein nicht unrecht / ſondern vielmehr Anfängern eine Hülfe/ſonderlich wenn er mehr Figuren hat / weil ſie ihn immer im operiren vor Augen haben/ und auch daran ſehen können/ unter welchem Grad die Summe anfangen ſoll/wie in der andern Aufgabe (n. 3.) zu ſehen ſeyn wird.

2. Operation. Wo die Summe unter 10.

2. Multiplicire nun mit dem multiplicante den **erſten** Grad zur rechten/ und ſetze die Summe unter die Linie/und zwar grade unter dem **erſten** Grad. d. i. ſprich 3 mahl 3 iſt 9. dieſe neune ſetze unter die Linie / ſtehet alſo:

$$\begin{array}{r} 60143 \\ \underline{3} \\ 9 \end{array}$$

Anm. 1. Daß du beym **erſten** Grad anfängeſt/ geſchicht darüm/weil die Summe eines Grads kann über 9 ausmachen (§.67. n. 4.)/da denn/ was drüber iſt/ in den folgenden Grad kommen muß/eben/ wie bey der addition (§.39. n.4. a.).

Anm. 2. Daß die Summe juſt unter dem Grad des multiplicandi ſtehen ſoll / daraus ſie entſprungen/ geſchicht nicht allein darüm/ weil ſie mit ihm einerley Benennung hat (§. 67. n 1.)/ ſon-

ſondern hauptſächlich darum/damit man daran gleich ſehen könne/ wie weit man ſchon kommen ſey / da man ſonſt leicht einen Grad des multiplicandi überſchlagen oder zweymahl nehmen mögte/ wie (§. 39. n. 4. a. 3.).

3. Multiplicire auch den andern Grad des multiplicandi, nemlich ſprich 3mahl 4 iſt 12. die 2 ſetze unter die Linie/ die 1 behalte im Sinn/ ſtehet alſo: Wo die Summe über 9.

$$\begin{array}{r} 60143 \\ 3 \\ \hline 29 \end{array}$$

Anm. Dis geſchicht aus eben den Urſachen/ die bey der addition waren. (§. 39. n. 5.). Uber 99 kann hie keine Summe kommen / wie im addiren. denn 9 mahl 9 iſt erſt 81, und gröſſere Zahlen können in einem Grad nicht ſtehen.

4. Multiplicire auch den dritten Grad: ſprich 3 mahl 1 iſt 3. dazu addire die 1/ ſo du im Sinn behalten/ iſt 4. dieſe ſchreib unter die Linie/ ſtehet alſo: Wo 1 im multiplicando.

$$\begin{array}{r} 60143 \\ 3 \\ \hline 429 \end{array}$$

Anm. Der Grund hierzu iſt (§. 67. n. 3.).

Wo o im multiplicando. 5. Multiplicire auch den **vierten** Grad/ ſprich 3 mahl o iſt nichts oder o. dieſe ſetze unter die Linie/ ſtehet alſo:

60143
3
――――
0429

Anm. Der Grund hiezu iſt (§. 68. n.3. a.).

Wo am Ende über 9. 6. Multiplicire endlich den **fünften** Grad/ ſprich 3 mahl 6 iſt 18. die 8 ſetze unter dieſem Grad/die 1 aber einen Grad weiter gegen die lincke/ (wie §. 39. n. 7.). ſtehet endlich alſo:

60143 Multiplicandus
3 Multiplicans
――――
180429 Summa.

Anm. Nun kann man zuvor aus §. 76. einige Exempel mit einer Figur zur Ubung machen / ehe man zur folgenden Aufgabe ſchreitet.

Andere Aufgabe/ mit mehr Figuren. §. 74. Eine Zahl zu multipliciren/da der multiplicans mehr als einen Grad hat. Z. E. Der multiplicandus wäre 31604: der multiplicans 1024: was würde die Summe ſeyn? verfahre alſo:

1. Einrichtung. 1. Setze den multiplicandum hin/ und den multiplicantem alſo darunter / daß vniteten unter vniteten/decades unter decaden ꝛc. kommen / und ziehe einen Strich darunter/ ſtehet alſo:

31604

31604
1024

Anm. Iſt alles/ wie (§. 73. n. 1.). und hat eben die Urſachen/ die in den Anmerckungen gezeiget. 2. Operation.

2. Nim̃ den erſten Grad des multiplicantis (4) und multiplicire damit (NB. nicht den Grad allein/ der über ihm ſteht/ ſondern) den gantzen multiplicandum durch (§. 66)/ gantz wie (§. 73. n. 2 - 6.). ſtehet alſo: Mit dem erſten Grad.

31604
1024
126416

Anm. Es iſt hier gar noch nichts beſonders/ ſondern alles/ wie (§. 73.). Daher man die Lernenden hier bey jedem Grad kann urtheilen und nachſehen laſſen/ nach welcher numer des (§. 73) er zu machen ſey.

3. Nim̃ den andern Grad des multiplicantis (2) und multiplicire damit ebenfals NB. den gantzen multiplicandum, gantz wie (§. 73.). ausgenommen/ daß die Summe vom erſten Grad des multiplicandi, nicht grade unter demſelben/ ſondern unter dem andern Grad/ und die übrigen folglich auch alle einen Grad weiter gegen die lincke zu ſtehen kommen/ als der Grad des multiplicandi iſt/ daraus ſie entſtanden/ ſtehet alſo: Mit dem andern Grad.

31604
1024
———
126416
62208

Anm 1. Daß die Summe von jedem Grad des multiplicandi ſoll einen Grad weiter gegen die lincke zu ſtehen kommen/ mögte Anfangs dem entgegen zu ſeyn ſcheinen/ was (§. 67. n. 1.) geſagt worden/ nemlich daß die Summe eines jeden Grads mit dem Grad des multiplicandi ſolle einerley Benennung haben. denn ſie komt ja unter einen andern/und es ſcheinet/ als bekäme ſie hier den Nahmen vom multiplicante: aber die Sache ſtehet alſo. Es wird jetzo multiplicirt mit dem andern Grad des multiplicantis, der hält decades in ſich (§. 9.). folglich gilt die darinn befindliche Zahl 2/ nicht zwoo (vniteten)/ſondern zwanzig (vniteten). Wenn man alſo beym erſten Grad des multiplicandi ſagt/ 2 mahl 4 nemlich vniteten: ſo iſt es ſo viel/ als ſagte man 20 mahl 4 vniteten iſt 80 vniteten/ und das iſt auch die eigentliche Benennung. Nun wenn man dieſe hinſchreiben ſollte/ ſo käme die 0 unter dem erſten/ und die 8 doch unter dem andern Grad zu ſtehen. Man läſſet aber die 0 ordentlich aus/ weil ſie gar keinen Nutzen hat; indem man doch wohl an der oberſten Zahl ſehen kann/ daß die 8 in dem andern Grad ſtehen ſolle (§. 14. a.). Eben ſo iſt es nun auch mit den übrigen Graden

des

des multiplicandi, denn ſie werden eigentlich alle mit 20 multiplicirt. Wenn aber/ wie es anfangs beym erſten Grad ſcheinen mögte, die Summe ihre Benennung von dem multiplicante kriegte / ſo müſten ja die Summen aller Grad nicht immer weiter gegen die lincke/ſondern im andern Grad alle unter einander herab geſetzet werden. Da aber nicht dis/ ſondern jenes geſchicht/ ſo iſt das vielmehr ein Zeichen/ daß es richtig ſey/ was (§. 67. n. 1.) geſaget worden.

Anm. 2. Hieraus aber ſiehet man zugleich / 1. daß es für Anfänger gut ſey/ wenn der multiplicans unter dem multiplicando ſteht / wie (§. 73. n. 1. a.) ſchon angezeiget. 2. Wie nöthig es ſey/daß die Summe/welche der erſte Grad des multiplicantis bringt/allemahl grade unter den graden des multiplicandi geſetzet werde/ daraus ſie entſtehet.

Anm. 3. Wenn nun der multiplicans nicht mehr als 2 Grad hätte: ſo wäre es ſchon fertig/ auſſer daß man noch unter die beyden Special-Summen einen Strich ziehen / und ſie zuſammen addiren müſte. (wie n. 6 folgen wird).

4. Nim̃ den **dritten** Grad des multiplicantis (0) und multiplicire damit alle Grad des multiplicandi, eben ſo / wie (§. 73.). nur daß die Summe vom erſten Grad des multiplicandi nicht grade unter dem- *Mit dem dritten Grad.*

demſelben/ ſondern unter dem dritten Grad/ und folglich auch die übrigen allemahl zweene Grad weiter gegen die lincke kommen/ als der Grad des multiplicandi, daraus ſie entſpringen/ ſtehet alſo:

```
   31604
    1024
 -------
  126416
  62208
00000
```

Anm. 1. Warům die Summe unter dem dritten Grad anfangen ſoll / iſt nun leicht aus (n. 3. a. 1.). abzunehmen/ denn der dritte Grad des multiplicantis bedeutet hundert/ alſo wird jeder Grad des multiplicandi mit hundert multiplicirt / und die gehören in den dritten Grad (§. 9).

Wo eine o im multiplicante.

Anm. 2. Daß hier lauter nullen zur Sum̃e kommen/ geſchicht/ weil o nicht multiplicirt (§. 63. a. 2.). Wenn demnach eine null im multiplicante vorkom̃t; ſo darf man nur gleich ſo viel nullen hinter einander hinſetzen/ als der multiplicandus Grad hat/ denn die o geht alle Grad des multiplicandi durch (§. 66.). hingegen wenn eine o im multiplicando ſteht/ ſo kommt nur in einem Grad der Summe eine null (§. 73. n. 5.).

Anm 3. Wenn der multiplicans nun nicht mehr als drey Grad hätte: ſo wäre das Exempel ſchon

ſchon fertig, nur daß noch die 3 Special-Summen müſten zuſammen addirt werden / wie (n. 6.)

5. Nim̃ den vierten Grad des multiplicantis (1) / und multiplicire damit ebenfals den gantzen multiplicandum durch/ wie (§. 73.)/ nur daß die Summe vom erſten Grad des multiplicandi nicht unter demſelben / ſondern unter den vierten Grad/ und folglich die übrigen allemahl drey Grad weiter gegen die lincke zuſtehen kommen/ als der Grad des multiplicandi, von dem ſie entſpringen/ ſtehet alſo:

```
   31604
    1024
--------
  126416
  82208
 00000
31604
```

Anm. 1. Warũm die Summe unter dem vierten Grad anfangen ſoll/ iſt auch aus (n. 3. a. 1). leicht abzunehmen / denn der vierte Grad iſt tauſend/ und die gehören in den vierten Grad (§. 9.).

Anm. 2. Daß hier der multiplicandus ſelbſt zur Summe kommt / geſchicht daher, weil der multiplicans 1 iſt/ welche alle Grad des multiplicandi durch multiplicirt (§. 63. a. 1. u. §. 66.). Dannenhero/ wenn eine 1 im multiplicante kömmt/ ſo

Wo 1 im multiplicante.

darf man nur allezeit den multiplicandum ſelbſt hinſchreiben / doch ſo / daß ſie nach dem Grad des multiplicandi gerückt werden. Hingegen wenn 1 im multiplicando ſteht ; ſo bringt ſie den multiplicantem nur einmahl zur Summe (§. 73. n. 4.).

6. Nun addire die Special-Summen alle zuſammen / ſo ſtehet das Exempel alſo:

31604	Multiplicandus
1024	Multiplicans
126416	Special-Summen
62208	
00000	
31604	
32352496	Haupt-Summe.

Anm. 1. Die Special-Summen ſind die addendi. Sie haben aber hier vor ordentliche additions-Exempel dis beſonders / daß ſie hinten oder zur rechten nicht alle gleich ſeyn / (§. 39. n. 3.). Es thut aber zur Sache nichts / denn es ſollten in den Graden / die / nach der erſten Special-Summe gerechnet / zur rechten leer ſind / lauter nullen ſtehen. Siehe (n. 3. a. 1.). u. ſ. w.

Anm. 2. Hätte der multiplicans noch mehr Grad gehabt / ſo hätte man ſolche alle nach einander durchgehen / und mit jedem noch den multiplicantem durch multipliciren müſſen / nur daß die Summe allemahl unter dem Grad des multiplicantis damit eben multiplicirt worden / an-

angefangen wäre. Allein / weil das ein jeder nun von ſelbſt leicht verſteht: ſo laſſen wirs dabey bewenden.

§. 75. Aus dieſen beyden Aufgaben (§. 73. und 74.) iſt nun folgende kurtze Regul leicht zu verſtehen. Kurtze Regul des multiplicirens.

1. Schreibe den multiplicantem unter den multiplicandum, und ziehe einen Strich darunter.

2. Multiplicire mit jedem Grad des multiplicantis beſonders alle Grad des multiplicandi durch, und ſetze eines jeden Summe unter die Linie / doch ſo / daß die Summe vom erſten Grad des multiplicandi allemahl grade unter dem Grad des multiplicantis, damit eben operirt wird / zu ſtehen komme, und die Summen der übrigen grade nach der Ordnung weiter gegen die lincke gerücket werden.

3. Ziehe einen Strich unter allen Special-Summen (wo dergleichen vorhanden) / und addire ſie zuſammen.

Beweiß: Alle Grad des multiplicandi zuſammen genommen ſind dem gantzen multiplicando gleich (Vorber. §. 32. n. 6.). Eben ſo ſind auch alle Grad des multiplicantis zuſam̃en genommen / dem gantzen multiplicanti gleich (ib.). Wenn man demnach einen jeden Grad des multiplicandi ſo vielmahl nim̃t / als ein jeder Grad des multiplicantis nach ſeiner Stelle vniteten hat: ſo wird der

der gantze multiplicandus durch den gantzen multiplicantem multiplicirt. Oder man hat eine Summe / die den multiplicandum ſo oft in ſich hält/ als der multiplicans vniteten hat (§. 58.). Nun aber geſchicht ſolches/ wenn man mit einem jeden Grad des multiplicantis beſonders alle Grad des multiplicandi durch multipliciret/und die Special-Summen nach eines jeden Grads gültigkeit unter einander ſetzt / und denn alle zuſammen addirt. Folglich iſt die Regul richtig.

§. 76. Exempel zur Ubung.

1. Mit einer Figur nach §. 73.

1.	34072	mit	2	iſt	68144.
2.	60135	mit	3	iſt	180405.
3.	1987254	mit	4	iſt	7949016.
4.	8314	mit	5	iſt	41570.
5.	73125	mit	6	iſt	438750.
6.	8321	mit	7	iſt	58247.
7.	3352	mit	8	iſt	26816.
8.	63451	mit	9	iſt	571059.

2. Mit mehr Figuren nach §. 74.

9.	9244	mit	32	iſt	295808.
10.	36052	mit	48	iſt	1730496.
11.	26321	mit	84	iſt	2210964.
12.	5437	mit	124	iſt	674188.
13.	7234	mit	364	iſt	2633176.
14.	91425	mit	466	iſt	42604050.
15.	63120	mit	3214	iſt	202867680.
16.	70021	mit	21035	iſt	1472891735.

Der

Der Erſten SECTION
Fünftes Capittel.
Von der
DIUISION.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 77.

DIVISIO iſt diejenige Species der Arithmetic, da man eine gegebene Zahl von einer andern ſo oft hinwegnim̃t/ als es müglich iſt/ und dabey bemercket/ wie oft ſolches geſchehe / und ſolcher⸗geſtalt eine Zahl ſuchet und heraus bringet/ wel⸗che andeutet, wie vielmahl jene in dieſer ſtecke/ oder wie oft dieſe jene in ſich halte. Z. E. 6 in 24 habe ich 4 mahl. Da zeigt die 4 an / daß 6 in 24 4 mahl ſtecke/ oder die 24 die 6 4 mahl in ſich halte. Was divisio ſey?

Anm. 1. Diviſio heißt eine Theilung. Denn man gebraucht dieſelbe / wenn ſich ihrer etliche in eine gewiſſe Anzahl einzeler Dinge zu glei⸗chen Theilen theilen wollen/und gefragt wird / was ein jeder davon bekomme? Denn es iſt affenbar / daß ein jeder ſo viel bekomme / als ihre Anzahl in der Anzahl der Dinge ſtecke. Z. E. wenn ſich ihrer 6 in 24 Thlr. theilen wol⸗len/ ſo bekom̃t ein jeder 4 Thaler/ denn 6 ſteckt in 24 4 mahl / oder läßt ſich 4 mahl von 24 wegnehmen.

Anm.

Anm. 2. Solcher geſtalt könnte die diviſion füglich beſchrieben werden / ſie ſey diejenige Species, da man eine gegebene Zahl in ſo viel gleiche Theile zertheilet / als eine andere gegebene vniteten hat / und alſo eine Zahl heraus bringet / welche anzeiget / wie viel ein ſolcher Theil ausmache.

Anm. 3. Alle beyde Beſchreibungen ſind an ſich richtig. Wir werden uns auch künftig auf beide beziehen. Denn an manchen Orten iſt die erſte zur demonſtration bequemer als die andere / an manchen Orten aber iſt die andere bequemer als die erſte. Die erſte iſt mehr auf die operation, die andere mehr auf den Gebrauch eingerichtet.

Anm. 4. Wenn man eine Zahl durch 2 dividirt, ſo nennt man es ins beſondere halbiren oder mediren.

Anm. 5. Die Mathematici pflegen die diviſion durch zweene Puncte anzudeuten. Z. E. 24 : 6 hieſſe 24 mit 6 dividirt.

Anm. 6. Die diviſion iſt die allerſchwerſte Species, und doch auch unentbehrlich : ſintemahl ſie nebſt der multiplication faſt zu allen Aufgaben in der täglichen praxi erfodert wird; wie die Regul de Tri. und das andere Buch zeigen ſollen. daher iſt hie inſonderheit nöthig / daß man davon einen deutlichen Begriff habe / und nicht zu verwundern / daß wir hie etwas weitläuftig gehen müſſen.

§. 78.

§. 78. Es kommen demnach im dividiren drey Zahlen vor. 1. Eine/ davon eine andere weg zunehmen/ oder darein ſich andere zutheilen/ heißt der dividendus, (die zu zertheilende). 2. Eine/ die von jener hinweg zunehmen/ oder ſich in jene zu theilen, heißt der diviſor, (der Theiler). 3. Eine/ die da anzeiget/ wie oft die eine von der andern könne weggenommen werden/ oder in der andern ſtecke/ heißt der quotient, (quotum, quotiens). Die beyden erſten ſind gegebene/ die dritte iſt eine gefundene.

Wie viel Zahlen hie vorkommen?

§. 79. Weil man ſucht/ wie vielmahl eine Zahl in einer andern ſtecke: ſo folgt von ſelbſt/ daß man hie die Wörtlein/ in und habe ich/ und mahl gebrauche. Z. E. man ſpricht 6 in 24 habe ich 4 mahl.

Was hie für Wörter gebräuchlich?

§. 80. Aus der Beſchreibung §. 77. erhellet/ daß die diviſion theils mit der ſubtraction übereinkomme/ theils aber von derſelben unterſchieden ſey. Sie kommen nemlich darinn überein/ daß man in beyden eine Zahl von der andern hinwegnim̃t: aber darinn ſind ſie unterſchieden/ daß man 1. in der ſubtraction eine Zahl nur einmahl von der andern hinweg nimmet/ es mag etwas übrig bleiben/ oder nicht; hingegen aber in der diviſion eine Zahl ſo vielmahl wegnim̃t/ als es müglich

Wie ſubtractio und diviſio übereinkomme und unterſchieden ſey?

lich iſt/ oder bis nichts übrig bleibet. 2. Daß man im ſubtrahiren wiſſen will / wie viel nach Abzug der einen Zahl von der andern übrig bleibe; in der diviſion aber/ wie viel die eine in der andern ſtecke / oder wie viel ein jeder bekomme / wenn ſich ihrer etliche in eine gewiſſe Anzahl uniteten theilen wollen.

Fernere Erklährung. §. 81. Man könnte zwar durch die ſubtraction eben das erfahren / nemlich wenn man die gegebene Zahl 1. von der andern ſubtrahirte / 2. von dem überbliebenen Reſt/und ſo immer fort/ bis nichts mehr da wäre. Denn wenn man hernach anmerckte/wie oftmahl ſolches geſchehen / ſo würde man finden / daß es eben die Zahl wäre / die man durch die diviſion findet. Z. E. Du fündeſt/ daß 6 in 24 4 mahl ſteckte / wenn du (1) 6 von 24 ſubtrahirteſt/ ſo bliebe 18. (2) 6 von 18/ ſo bleibe noch 12. (3) 6 wieder von 12 / bliebe 6. (4) 6 von 6 bliebe 0. Da wäre 6 4 mahl abgezogen/und alſo ſteckte ſie 4 mahl in 24.

Anm. Und ſo machen es ſolche/ die nicht dividiren gelernt. Denn wenn ſie Z. E. 24 Thlr. unter 6 auszutheilen hätten / ſo würden ſie an jeden nur erſt einen Thaler herum geben/und das ſo lange wiederhohlen/bis die 24 Thaler weg wären. So oft ſie nun herum geben/ ſubtrahiren ſie in der That 6 / und weil das viermahl geſchicht: ſo bekömt ein jeder auch 4 Thaler davon.

§. 82.

§. 82. Weil das aber eine entſetzliche Weitläufftigkeit verurſachen würde / zumahl wenn der diviſor im dividendo etliche tauſend und mehr mahl ſteckte: ſo hat man nothwendig auf einen kürtzern Weg dencken müſſen / nemlich daß man doch mit einmahl ſagen könne / wie oft der diviſor im dividendo ſtecke / oder wie viel ein jeder von der Anzahl bekomme / darein man ſich theilen will / als 4 in 24 habe ich 4 mahl. weil aber ſolches in groſſen Zahlen ſchwer wird / ſo bedient man ſich des Vortheils / daß man einen Grad nach dem andern vornim̃t / und ſiehet / wie oft der diviſor darinn ſteckt / und zwar daß man vom höchſten Grad / oder zur lincken anfängt / und ſo immer weiter gegen die rechte fortrückt. Z. E. es ſollten ſich ihrer 2 in 4246 Thlr. theilen; ſo würde es manchem ſchwer werden / mit eins zu ſagen / wie oft 2 in 4246 ſtecke. Daher nim̃t man einen Grad nach dem andern / und zwar von dem höchſten bis zum niedrigſten oder von der lincken gegen die rechte vor / und ſuchet 1. wie oft hier 2 in den tauſenden ſtecke / oder / wie viel tauſend jeder bekomme / 2. wie viel hundert / 3. wie viel decades, 4. wie viel vniteten. So würde nach beſagter Aufgabe unter den zween ein jeder bekommen 2 tauſend / 1 hundert / 4 decades und 3 vniteten, oder 2143 Thlr.

Daß diviſio eine vortheilhafte ſubtraction.

Anm. Wenn man dis recht faſſet und mercket; ſo wird man von der gantzen operation der

diviſion erſt einen deutlichen Begriff bekommen/ da man ſonſt nicht klug daraus werden kann.

Daß man jeden Grad mit dem gantzen diviſore dividire.

§. 83. Solchergeſtallt wird ein jeder Grad des dividendi, mit dem NB. gantzen diviſore dividirt. Denn ob gleich der diviſor oft aus mehr als einem Grad beſteht: ſo kann man doch nicht einen nach dem andern vor ſich nehmen/ und mit jedem a part den gantzen dividendum von Grad zu Grad durchgehen / wie etwa im multipliciren (§ 66). Denn ſo erführe man wohl wie oft ein jeder Grad im dividendo ſtecke/ aber nicht/wie oft der gantze diviſor darinn ſtecke.

Anm. 1. Wollte man etwa ſagen / man könnte ja hernach die quotienten aller Grad addiren: ſo würde man ſich ſehr irren. denn es käme ja ſo denn eine Zahl heraus / die mehr vniteten hätte/ als ein jeder einzelner Grad des diviſoris, geſchweige der gantze diviſor, in dem dividendo ſteckte / da doch eine groſſe Zahl nothwendig nicht ſo oft in einer andern ſtecken kann/ als eine kleinere darinn ſteckt. Man verſuche es nur mit folgendem bekannten Exempel. 24 ſteckt in 48 nur 2 mahl. Hingegen der höchſte Grad 2 ſteckt in 48 ſchon 24 mahl/ und der erſte 4 ſteckt in 48 auch 12 mahl. Wollte man nun die beyden quotienten 24 und 12 addiren/ ſo käme heraus/ daß 24 in 48 36 mahl ſteckte.

Anm.

Anm. 2. Man wird zwar hernach ſehen / daß man den gantzen diviſorem, wenn er mehr als einen Grad hat / nicht unter einem Grad des dividendi ſetzet / ſondern unter ſo viel / als er ſelbſt hat; und das iſt eben die Urſach mit / daß man ſich aus der operation nicht finden kann / wie es doch eigentlich zugehe / daß man die verlangte Zahl heraus bringe: aber das hat ſeine andere Urſachen / und iſt dieſem gar nicht entgegen / (wie man bald ſehen wird §. 97. n. III.) ſondern es bleibt dabey / der gantze diviſor ſoll jeden Grad des dividendi dividiren.

Anm. 3. Es wird damit auch nicht geſagt / daß man im operiren nicht einen Grad des diviſoris nach dem andern vornehme oder vornehmen könne / welches ja auch wircklich geſchicht / wie wir hernach ſehen werden (§. 99.): ſondern daß man nicht eher von dem vorhabenden Grad des dividendi weggehe, bis man wiſſe / wie oft der gantze diviſor in ihm ſtecke. Wie ſich zu ſeiner Zeit alles zeigen wird.

§. 84. Der quotient zeiget an / wie viel ein jeder von dem dividendo bekomme / wenn ſich ſo viel darein theilen wollen / als der diviſor uniteten hat (§. 77. a. 1.). Folglich führen der dividendus und quotient einerley Benennung / und zwar ſo / daß ſich dieſer nach jenem darinn richten muß: hingegen der diviſor

Daß der dividendus und quotient von einerley Benennung.

mag heiſſen wie er will, (d.i. er kann mit jenen darinn überein kommen/ oder nicht).

Anm. Der diviſor wird ſelten einerley Benennung führen mit dem dividendo, es kann auch eigentlich zu reden faſt nicht ſeyn. Denn was ſich in etwas anders theilt/ iſt von anderer Art/ als das/darinn ſichs theilt/ iedoch in der Regul de Tri trifft es oft zu/ Z.E. Wenn man mit dem erſten Satz in den dritten dividirt, üm ſie zu vergleichen/denn ſie haben einerley Benennung. Allein da hat man ſein Abſehen nicht auf die Benennung / ſondern nur auf die Vergleichung der Zahlen an ſich. Man ſehe dis nicht als überflüßig an/ es wird die Zeit kommen / da wirs ohne Schaden nicht entbehren können.

Was ſich für eine Zahl zum diviſore ſchicke? §. 85. Die diviſion iſt eine Art der Verminderung (Vorber. § 20.). und zwar der diviſor wird von dem dividendo weggenommen (§. 78.). Folglich kann er nicht gröſſer / als derſelbe / ſeyn (Vorber. §. 18.). ſonſt aber mag er ſo groß oder ſo klein ſeyn/ als er will.

Anm. 1. (a) Wenn der diviſor eben ſo groß iſt / als der dividendus: ſo ſteckt jener in dieſem 1 mahl/ oder dieſer hält jenen 1 mahl in ſich/ und kann alſo dividirt werden/ ob es wohl keiner Mühe bedarf zu operiren / indem es gleich in die Augen fällt. Z.E.2 in 2 habe ich 1 mahl.

Wenn

(b) Wenn der diviſor eine 1 (oder die kleinſte gültige Zahl iſt): ſo ſteckt er in dem dividendo ſo oft/ als dieſer vniteten hat. Z. E. 1 in 24 habe ich 24 mahl. (c) Wenn der diviſor aber kleiner als der dividendus, doch mehr als 1 iſt: ſo kann er 2/3 und mehrmahl darinn ſtecken/ nachdem die Zahlen beſchaffen ſeyn.

Anm. 2. Hieraus iſt nun zugleich abzunehmen/ was von der bekannten Regul/ 1 dividiret nicht/ zu halten ſey. Nemlich wenn man annimmt dividiren heiſſe eine Zahl zertheilen (§. 77. a. 1.): ſo kann 1 nicht dividiren/ denn wo etwas zu zertheilen/ da müſſen aufs wenigſte ihrer 2 ſeyn/ ſonſt bekōmt man das gantze/ oder alles/ was da iſt. Hingegen wenn man annimmt/ man ſuche im dividiren/ wie oft eine Zahl in der andern ſtecke: ſo dividirt 1 allerdings. dis aber geſchicht nicht ohne Urſach/ denn wenn ich in der Regul de Tri das Exempel hätte/ 4 Ell. koſten 8 Thlr./ was kommt 1 Elle: ſo iſt der Grund der operation dieſer/ daß ich ſage: ſo oft 1 in 4 ſteckt/ ſo oft muß die Zahl/ die ich ſuche/ auch in 8 ſtecken. Ingleichen/ wenn der diviſor unterſchiedene Grad hat/und es ſteht eine 1 im höchſten Grad/ſo muß man auch damit dividiren. Jedoch braucht es keiner groſſen Mühe/ und der dividendus iſt allemahl ſelbſt der quotient.

Anm. 3. Vielweniger kann demnach eine 0 dividiren/ob ſie wohl im diviſore mit vorkommen kann/ wenn er mehr Grad hat.

Ob der diviſor und dividendus können verwechſelt werden?

§. 86. Wenn man zwoo Zahlen gegen einander hält: ſo ſind ſie entweder einander gleich/ oder ungleich (Vorb. §. 17). Wenn ſie gleich ſind/ ſo ſteckt die erſte ſo oft in der andern/ als die andere in der erſten. Sind ſie aber ungleich/ ſo ſteckt die kleinere zwar in der gröſſern/ aber nicht die gröſſere in der kleinern. Nun ſoll im dividiren der quotient anzeigen/ wie oft der gegebene diviſor in dem gegebenen dividendo ſtecke (§. 77.). Dannenhero/ wenn der diviſor und dividendus einander gleich: ſo könnte man den diviſorem durch den dividendum, oder dieſen durch jenen dividiren/ und bekäme allemahl einerley quotient: jedoch müſte er ſeine Benennung von dem gegebenen dividendo bekommen/ nach §. 84. Hingegen wenn der diviſor und dividendus einander ungleich ſind: ſo können ſie nicht verwechſelt werden. Denn iſt der dividendus gröſſer/ als der diviſor; ſo ſteckt dieſer wohl in jenem/ aber nicht jener in dieſem/ und kann alſo jener nicht der diviſor werden wie auch §. 85. gezeiget. Hingegen iſt der diviſor gröſſer als der dividendus, ſo ſteckt zwar dieſer in jenem/ und könnte alſo damit dividiret werden; aber man würde einen quotienten bekommen, der da anzeigte/ wie oft der gegebene dividendus im diviſore ſteckte/ da er doch zeigen ſoll/ wie oft dieſer in jenem ſtecke.

§. 87.

§. 87. Es trägt ſich gar öfters zu/daß die Anzahl dererjenigen/die unter ſich etwas theilen wollen/ gröſſer iſt/als die Anzahl der vniteten, die ſie unter ſich theilen wollen. Z. E. Es ſollen ſich ihrer 12 in 6 Thlr. theilen. Da verſteht ſichs denn von ſelbſt/ daß ein jedweder nicht eine gantze vnitet bekommen könne/ ſondern daß ſie mit gleichen einzelnen Theilen vorlieb nehmen müſſen. Wo man Theile ſtatt der gantze bekomme?

§. 88. Wenn man ein gantzes oder mehrere gantze in Theile theilt/ ſo entſtehen nothwendig mehr einzele Stücke/als vorhin da geweſen/ und folglich auch eine gröſſere Zahl/ die ſolche andeutet (Vorb. §. 2). Z. E. Theilet man ein gantzes einmahl/ſo bekömmt man ſchon 2: theilet mans 2 mahl/ ſo bekömmt man ſchon 3: theilet mans 3 mahl/ ſo bekömmt man ſchon 4/ u ſ. f. alſo auch im Gegentheil/wenn man theile in ihre gantze verwandelt/ſo bekömmt man eine kleinere Zahl. Alle Theile aber zuſammen genommen ſind dem gantzen gleich/ und das gantze den theilen gleich (Vorber. §. 32. n. 6.). Wie eine gröſſere und kleinere Zahl entſtehe?

§. 89. Wenn die Anzahl derer/ die ſich in etwas theilen wollen/ gröſſer/ als die Anzahl der vniteten/ darein ſie ſich theilen ſollen (§. 87.): ſo iſt der diviſor gröſſer als der dividendus, (denn dieſer zeigt die vniteten an/ und jener die/ ſo ſich Was zu thun/ wenn der diviſor gröſſer?

darein theilen wollen) (§. 77. a. 1). Nun kann man damit unmüglich dividiren (§. 85). Auch kann man den dividendum nicht zum diviſore machen (§ 86). Soll man daher dividiren / ſo müſte entweder der diviſor kleiner / oder der dividendus gröſſer werden/doch ſo/daß in der Sache ſelbſt kein Abbruch oder Zuſatz geſchehe/(denn ſonſt kåme eine gantz andere Aufgabe heraus). Man ſetzet aber voraus/ daß man mit dem diviſore, als der Anzahl derer / die ſich in etwas theilen wollen/ keine ånderung vornehmen wolle oder kȯnne/ ſondern daß man die vniteten ſo gut unter ſich zu theilen beliebe/ als man kȯnne(§.87). Und daher bleibt es bey dem letztern/ nemlich/daß man den dividendum gröſſer mache / und alſo ſeine vniteten in ſo viel gleiche theile verwandele/bis man eine ſo groſſe Zahl bekomme/ daß der diviſor darein dividiren kȯnne (§ 89).

Anm. Sonſt wird eine Zahl gröſſer / wenn man andere dazu ſetzt, und kleiner / wenn man etliche davon nimmt (Vorber §. 16). Allein da gehet in der Sache ſelbſt eine ånderung vor. Denn im erſten Fall kommen noch gantze vniteten von einer Art dazu/ im andern aber davon. Folglich geht das hier gar nicht an. Es kann ſich zwar begeben/wenn weniger vniteten da ſind/als Perſonen/die ſich theilen wollen / daß man entweder ſo viel vniteten dazulegt/ oder ſo viel Perſonen weniger nimmt/bis jeder ein gantzes kriegen kȯnne. Aber/wie geſagt/

ſagt / da entſteht eine gantz andere Aufgabe. Hier aber wird ſupponirt, daß nicht mehr vniteten / auch nicht weniger Perſonen oder Theiler kommen können / und daß man mit einzelen Theilen vor lieb nehmen wolle und müſſe.

§. 90. Wir ſetzen hie voraus / daß man zugebe / ein jedes gantze laſſe ſich (wenigſtens in Gedancken) in Theile zertheilen / (denn die Rede iſt hier allein von Cörpern). Allein einige ſind ſo beſchaffen, daß man ſie ohne Schaden nicht zertheilen kann / und daß keinem mit Theilen etwas oder doch nicht recht gedient wäre. Z. E. Meublen: Einige aber / daß man ſie füglich zertheilen kann / oder da man auch die Theile nutzen kann. Z E. Von Thalern nimmt man Groſchen. Wenn ſich nun einige in gantze vniteten von der erſten Art theilen ſollen / da ein jeder nicht ein gantzes bekommen kann / ſo pflegen etliche lieber die gantze zu ſich zunehmen / und die übrigen durch etwas anders zu befriedigen. Und in ſo fern / weil ſie nicht nach der Anzahl / ſondern nach ihrem Werth ausgetheilet werden / gehören ſolche Fälle nicht in die arithmetic, die mit Zahlen umgehet. hingegen aber / wenn ſich einige in gantze vniteten von der andern Art theilen wollen: ſo können ſie einzele Theile nehmen / (§. wie 87. geſagt /) und der dividendus gröſſer werden nach (§. 89).

Daß es zweyerley Art gantze gebe?

Anm. Wenn man auch gantze von der letzten Art / aus gewiſſen Urſachen nicht theilen wollte:

ſo hätte es in ſo fern die Bewandniß mit ihnen, als mit der erſten Art.

Daß die andere Art wieder zweyerley.

§. 91. Diejenigen gantze vniteten/ ſo von der andern Art/ ſind wieder unterſchiedlich. denn einige haben ihre ſchon geſetzte und bekannte nahmhaften Theile: einige aber haben keine geſetzte und nahmhafte Theile/ ſondern können und müſſen erſt nach belieben in gleiche Theile abgetheilt werden (Vorb. §. 8). Wenn man demnach in der diviſion anſtatt der gantzen vniteten/ nur gewiſſe einzele Theile davon bekommen/ und folglich die gegebene gantze vniteten in gewiſſe gleiche Theile verwandeln ſoll und will (§ 89): ſo muß man / wo ſie von der andern Sorte ſind/ ſelbſt erſt Theile daraus machen; wo ſie aber von der erſtern Sorte / ſo kann man ſie in ſolche Theile zertheilen/ als ſonſt gewöhnlich/ oder wo man ſolche nicht haben will/ ſie ebenfalls ſelbſt nach belieben eintheilen.

Anm. Wo man gewöhnliche und nahmhafte Theile haben kann/ da pflegt man ſie im Handel und Wandel am liebſten zu nehmen/ weil die einem jeden am beſten bekannt ſind.

Wie man gantze zu unbenañten Theilen mache?

§. 92. Wenn man die gantzen vniteten ſelbſt erſt eintheilet: ſo macht man aus jedem juſt ſo viel gleiche Theile / als derer vorhanden / die ſich darein theilen wollen/ und gibt ſo denn einem jeden einen davon. Und ſolcher geſtallt bekömt

ein

ein jeder den ſo vielten Theil einer jeden vnitet/ als ihrer vorhanden/und zuſammen bekōmt er derſelben ſo viel/als vniteten zutheilen geweſen. Weil man nun die gleichen Theile der gantze durch einen Bruch pfleget anzudeuten/ deſſen untere Zahl anzeiget/der wie vielte Theil vorhanden ſey? und die obere/wie viel ſolcher verhanden ? (§. 6) : ſo entſtehet in ſolchem Fall in der diviſion und durch dieſelbe ein Bruch / deſſen untere Zahl der gegebene diviſor, und die obere der dividendus iſt. Z. E. Wenn ihrer 12 ſich in 6 Thlr. theilen wollen : ſo theile einen jeden Thaler in 12 gleiche Theile/und gib einem jeden einen davon, und weil der Thaler 6 vorhanden geweſen/ ſo bekommt ein jeder 6 ſolcher zwölff-theile. Will man das durch einen Bruch ausdrucken / ſo ſtehet er alſo : ein jeder bekōmt $\frac{6}{12}$ Thaler oder eines Thalers. Und folglich kann man in ſolchem Fall leicht dazu kommen / denn man darf nur den dividendum und diviſorem über einander ſetzen und einen Strich darzwiſchen ziehen/ denn ſo iſt es ein Bruch (Vorber. §. 6).

Anm. Man kann ſich wohl auch auf andere Art helffen/aber keine iſt doch ſo allgemein als dieſe. Z. E. Es gehet an/ daß man eine jede gantze vnitet nicht in ſo viel Theile eintheilt als derer vorhanden / die ſich darein theilen ſollen / ſondern nur in ſo viel Theile/ daß aller Theile zuſammen genommen nur ſo viel ausmachen / als derer zugegen/die ſich darein theilen wollen.

Z. E.

Z. E. Man machte hie aus jedem Thaler 2 Theile/ ſo hätte man 12 halbe Thaler/ und folglich bekäme jeder einen halben Thaler. Allein das gehet in ſolchen Zahlen leicht an/ die eine juſte Verhältniß gegen einander haben/ in andern aber nicht; es läßt ſich auch überhaupt beſſer in den Gedancken/ und in der That verrichten/ als durch Zahlen heraus bringen. Wenn man aber auf vorige Weiſe nur erſt den Bruch hat/ ſo kann man dis alles auch leicht erfahren/ denn wer mit Brüchen umgehen kann/ der kann bald erfahren/ daß $\frac{6}{12}$ ſo viel ſey/ als $\frac{1}{2}$ oder ein halber Thlr. wie zu ſeiner Zeit kommen wird.

Wo man gantze zu benannten Theilen mache?

§. 93. Wenn man gantze in ſolche Theile zertheilet/ die ihren eigenen Nahmen haben: ſo muß man ſo viel daraus machen/ als geſetzt ſind. Und daher werden bald mehr/ bald eben ſo viel/ bald weniger kommen/ als derer ſind/ die ſich darein theilen wollen. Iſt das erſte oder andere/ ſo iſt der dividendus gröſſer oder eben ſo groß/ als der diviſor, und kann alſo dividirt werden (§ 85). Iſt aber das letzte/ ſo iſt der diviſor noch gröſſer/ und muß daher noch weiter in Theile verwandelt werden/ und das ſo lange/ bis die Anzahl der Theile wenigſtens eben ſo groß wird/ als die Anzahl derer iſt/ die ſich darein theilen wollen (§. 89). Und wenn man denn endlich gar ſolche Theile nicht mehr hat/ ſo muß man ihn endlich auch noch in einen Bruch verwandeln/ (wie §. 92).

§. 94. Wenn man demnach aus den gantzen uniteten ſolche Theile macht/ die ihren eigenen Nahmen haben/ſo hat man zugleich mit gantzen und Theilen zu thun/ und folglich bekömt man ein Exempel von unterſchiedenen Sorten (Vorb. § 10). Hingegen wenn man gantze uniteten in unbenannte Theile verwandelt/ſo bekömt man einen Bruch (§. 92.). Da man nun laut des Inhalts (p.44) mit Exempeln von unterſchiedenen Sorten erſt in der andern Section des erſten Theils/ und mit Brüchen erſt in dem andern Abſchnitt des erſten Theils wird umgehen lernen: ſo können wir hier noch kein diviſions-Exempel auflöſen da der diviſor gröſſer/ als der dividendus,ſondern müſſen ſie verſparen/bis man theils mit unterſchiedenen Sorten / theils mit Brüchen umzugehen wiſſe; da man denn ohne fernern beſondern Unterricht ſolche Exempel auch wird machen können.

Daß man ſolche Exempel noch nicht machen könne.

Anm. Solcher geſtalt werden wir hier nur lauter ſolche Diviſions-Exempel theils ausarbeiten/ theils zur Ubung ſetzen/ da der diviſor kleiner iſt.denn wo er gleich iſt/ da braucht es keines operirens. Indeß aber dencke man ja nicht/als ob deßhalb das/was bißher von (§ 88) an geſagt worden / vergebens ſey. Denn es wird ſich ſo wohl hier noch bey der diviſion, als bey unterſchiedenen Sorten und Brüchen zeigen/ daß wir keinen einigen Punct entbehren

ren können / wo wir den Grund davon recht wollen einſehen lernen.

Daß oft ein Reſt bleibe. §. 95. Wenn man einen kleinen diviſorem, ſo vielmahl vom dividendo wegnim̃t/ als man kann: ſo bleibt von dieſem entweder nichts oder doch weniger übrig / als der diviſor ausmacht. Deñ bliebe eben ſo viel oder mehr übrig / ſo könnte er ja aufs wenigſte noch einmahl davon genommen werden/ und folglich/ wäre er nicht ſo vielmahl davon genommen/ als müglich geweſen. Z. E. Wenn man 2 von 4 2 mahl wegnimmt/ ſo bleibt nichts übrig/ hingegen wenn man 2 von 5 2 mahl wegnimmt / ſo bleibt noch 1 übrig/ und das iſt weniger / als 2. Wenn das erſte geſchicht/ ſo nennt man es aufheben oder ausmeſſen/ oder man ſagt: eine Zahl hebe die andere auf/ oder meſſe ſie aus. Geſchicht das letzte, ſo ſagt man es bleibe ein Reſt.

Anm. Daher iſt es allemahl ein Fehler / wenn mehr übrig bleibet/ als der diviſor ausmacht / denn es iſt ein Zeichen / man habe ihn nicht ſo oft weggenommen/ als man kann. d. i. man habe nicht recht dividirt (§. 77).

Daß der Reſt auch zu theilen/ und wie? §. 96. Der Reſt bleibt vom dividendo übrig (§. 95.): daher kann man ihn nicht fahren laſſen / ſondern er muß auch noch durch den diviſorem getheilet werden. Er iſt aber kleiner als der diviſor, (oder dieſer iſt gröſſer)/ folglich gilt alles von ihm/ was

von

von einem gröſſern diviſore bißher (von 89 bis 94). geſagt worden. Kürtzlich beſteht es darinn / er muß in Theile zertheilet werden / und zwar entweder in ſolche die einen eigenen Nahmen haben / oder in einen Bruch (§. 92. 93). Weil man aber noch zur Zeit keines von beyden recht verſteht (§. 94.): So wollen wir hier den Reſt nur ſchlechthin ſtehen laſſen / bis man weiß / wie man mit beyden umgehen ſolle.

Anm. Weil man endlich leicht einen Bruch daraus machen kann / denn man darf nur den Reſt hinſetzen / und den diviſorem darunter / und denn einen Strich dazwiſchen ziehen (§. 92.); und auch alle können in einen Bruch verwandelt werden (§. 91): ſo können wir ihn zur Noth auch wohl in einen Bruch verwandeln. Z. E. 2 in 5 habe ich 2 mahl / und bleibt übrig $\frac{1}{5}$. was er aber recht auf ſich habe / wird man zu ſeiner Zeit verſtehen lernen.

§. 97. Ein jeder Grad des dividendi wird mit dem gantzen diviſore dividirt (§. 83). Folglich macht ein jeder Grad des dividendi mit dem gantzen diviſore ein eigen Diviſions-Exempel aus. Und dannenhero gilt alles / was bisher von dem gantzen dividendo und diviſore geſagt worden / auch davon. *Daß ein jeder Grad des dividendi ein eigē Exempel / und was daraus folge?*

Anm. Weil dieſer Paragraphus von ſonderbahrem Nutzen iſt / ſo daß darinn der Grund

zur

zur gantzen operation angedeutet wird; auch alles/ was bißher geſagt worden/faſt allein oder doch hauptſächlich zu dem Ende hat angeführet werden müſſen: ſo wird es der Mühe werth ſeyn/ daß noch mit mehrern erklärt werde/ was er auf ſich habe. Welches ich denn in folgende 5 Puncte zuſammen faſſe.

I. Der Quotient eines jeden Grads richtet ſich in der Benennung nach dem Grad des dividendi, daraus er entſpringet/ und nimt alſo eben den Grad im quotienten ein/ den dieſer im dividendo gehabt.

II. Wenn der Diviſor eben ſo groß / oder kleiner iſt/ als der Grad/ den er dividiren ſoll; ſo kann man damit operiren nach (§.85).

Anm. Es gilt auch hier in ſeiner Maaß / was daſelbſt in den Anmerckungen geſagt iſt.

III. Wenn der Diviſor gröſſer iſt/ als derjenige Grad des dividendi den er zertheilen ſoll; ſo kann man damit nicht operiren/ (nach §. 85). ſie können aber auch nicht verwechſelt werden, (nach 86). Folglich iſt der Grad des dividendi in eine gröſſere Zahl zu verwandeln (§ 89) / die aufs wenigſte eben ſo groß ſey, als der diviſor (n. II.)/ und das geſchicht wenn er in ſeine Theile verwandelt wird (§ 88). Ein jeder Grad aber beſtehet aus ſolchen Theilen/ als der zur rechten nächſt-folgende Grad in ſich hält. Z. E. Der 4te Grad/ ſo tauſend bedeutet / hat

zu

zu ſeinen Theilen die hundert / denn zehn mahl hundert iſt tauſend / und die ſtehen im nechſtfolgenden dritten Grad. Die hundert haben zu ihren Theilen die decades im 2 Grad. Die decades wider die vniteten / im erſten Grad / und ſo auch in andern. Folglich wird ein jeder Grad am füglichſten in ſolche Theile getheilet / als ihm zu nechſt zur rechten folgen. Dis geſchicht aber ſolcher geſtalt / man übergehet ihn / und rechnet ihn mit zum folgenden Grad / und ſpricht / ſo denn beyde zuſammen unter dem Nahmen der Theile aus. Z. E. Es ſtünde im dividendo im 4ten Grad 2. hieſſe 2 tauſend / und im dritten 4 / hieſſe 4 hundert / der diviſor aber wåre 8. Da könnteſtu mit 8 in 2 tauſend nicht operiren. wenn du aber die 2 zu der folgenden 4 rechneſt: ſo heißt es zuſammen 24 hundert (welches eben ſo viel gilt / als 2 tauſend und 4 hundert). Und nun kanſtu mit 8 operiren / denn du ſprichſt 8 in 24 habe ich 3 mahl / ſo bekåme ein jeder 3 hundert.

Anm. 1. Daraus iſt zugleich offenbahr / daß / wenn der diviſor aus einem Grad beſteht / man in ſolchem Fall nicht mehr als einmahl einen Grad zum folgenden nehmen dürffe / es wåre denn daß oben eine null geſtanden wåre / die vorne nichts gilt (§. 14. a). denn die geringſte gültige Zahl (1) / wenn ſie zur lincken ſteht / hålt mehr Theile in ſich / als die gröſte einzele Zahl (9) vniteten hat. Denn Z. E. 1 tauſend hat 10 hundert / 1 hundert hat 10 decades,

K 1 de-

1 decas hat 10 vniteten. Alſo reicht eine 1 ſchon hin/ wenn auch im folgenden Grad gar nichts vorhanden / geſchweige / wenn auch in dem ſchon Theile ſtehen / die dazu gerechnet werden.

Anm. 2. Wenn aber der diviſor aus mehr als einem Grad beſteht; ſo iſt offenbar / daß er nicht eher dividiren könne/ bis er aufs wenigſte unter eben ſo viel Grad des dividendi ſtehe/ als er ſelber hat. Denn die kleinſten Zahlen in zweenen Graden gelten ſchon mehr/als die gröſte in einem/ und die kleinſten in dreyen/ gelten mehr/ als die gröſte in zweenen/ u.ſ.f. daher kann ein diviſor von 2 Figuren nicht einen Grad des dividendi, und ein diviſor von 3 Figuren nicht zweene Grad des dividendi dividiren/ u.ſ.f. Sondern man muß ſo lange einen Grad des dividendi zu dem andern nehmen/ bis man ſo viel kriegt / als der diviſor ſelbſt hat. Z. E. Der dividendus wäre 5334/der diviſor 244. da kannſtu mit dem diviſore nicht den höchſten Grad 5 dividiren / auch nicht die beyden höchſten 53/ ſondern du muſt die drey höchſten Grad 533 zuſammen nehmen / ſo gehts an. Denn da haſtu die 5 tauſend erſt in hundert zertheilt/ und mit der 3 im dritten Grad, 53 hundert bekommen. davon aber kann noch nicht ein jeder 1 gantzes hundert bekommen/ daher nimmſtu die 53 hundert noch zur folgenden 3 im andern Grad/ſind 533 de-

decades. da kann nun ein jeder unter den 244 eine gantze decadem kriegen.

Anm. 3. Ferner erhellet daraus / daß/ wenn die grade des diviſoris mehr in ſich halten/ als eben ſo viel im dividendo, und alſo der diviſor gröſſer iſt / als die Grad des dividendi, man ihn noch einen Grad weiter gegen die rechte rücken müſſe/ und er alſo noch einen Grad mehr einnehme/ als er ſelber hat. Es kann aber der diviſor ſonderlich auf zweyerley Weiſe gröſſer ſeyn/ als eben ſo viel Grad des dividendi, die man zu mercken hat/ 1. wenn der höchſte Grad des diviſoris gröſſer iſt / als der höchſte Grad des dividendi, unter welchem er ſtehet. Z. E. 352 iſt mehr als 299. 2. Wenn der höchſte Grad des diviſoris zwar nur eben ſo groß iſt/ aber doch die übrigen Grad gröſſer ſind/ Z. E. 256 iſt mehr/ als 232. Wenn man daher das Exempel hätte: dividire 2326 mit 256; ſo müſte an ſtatt 2326 geſetzet werden 2326
256 256.

Anm. 4. Weiter iſt daraus offenbar/ daß in dem angeführten Fall (Anm. 3.) der diviſor nicht mehr / als einen Grad weiter gegen die rechte zu rücken nöthig habe/ (es wäre denn, daß im höchſten Grad des dividendi wäre eine null geweſen). Denn ſo bald das geſchicht, ſo iſt zur lincken ein Grad im dividendo mehr, und folglich der gantze diviſor gröſſer / wenn auch in

demſelben Grad des dividendi nur eine 1 / in den übrigen aber lauter nullen / hingegen aber in allen Graden des diviſoris lauter neunen ſtünden (§. 21. n. 5). Z. E. 1000 iſt mehr als 999.

Anm. 5. Endlich iſt aus allem dieſen offenbar (1) daß ein diviſor von einer Figur odentlich nur einen / in ſolchem Fall aber zweene Grad auf einmahl zu dividiren bekomme / aber auch niemahlen mehr / (ſiehe ſonderlich Anm. 1.). (2) Daß ein diviſor von mehr Graden / aufs wenigſte eben ſo viel Grad mit eins zu dividiren bekomme / als er ſelber hat (a. 2.) oder wohl gar einen drüber (a. 3.) aber auch niemahlen mehr. (a. 4.).

Anm. 6. Der Nutzen von dieſem 3ten Punct / und allen Anmerckungen deſſelben ſoll ſich hernach bald reichlich zeigen.

IV. Wenn von einem Grad des dividendi ein Reſt übrig bleibet : ſo iſt derſelbe auch noch ferner zu theilen / und zwar ſo / daß er eben / wie ein Grad des dividendi ſelbſt / (der kleiner iſt als der diviſor) mit zu dem folgenden Grad gerechnet werde (wie n. III) / wo anders noch einer übrig iſt. (Iſt aber keiner mehr übrig / ſo iſt es der Reſt von dem gantzen dividendo, und alſo nach §. 95. 96. zu verfahren).

Anm. 1. Hieraus iſt offenbar / daß man in ſolchem Fall / bey einem diviſore, der aus einer Figur beſteht / 2 Grad zu dividiren bekomme /

aber

aber mehr auch nicht/ eben (wie n. III. a. 1. und a. 5. n. 1).

Anm. 2. Hingegen aber/ wenn der diviſor aus mehr/ als einem Grad beſteht/ ſo hat er in dieſem Fall auch aufs hoͤchſte nur einen Grad mehr zu dividiren/ als er ſelber hat/ wie (n. III. a. 5. n. 2.)/ weniger aber kann er wohl haben. Denn weil er wenigſtens eben ſo viel Grad einnehmen muß/ als er ſelber hat (n. III. a. 5.)/ ſo waͤre es doch ein Reſt/ wenn auch nur von einem Grad etwas uͤbrig bliebe. Und ob er gleich auch hoͤchſtens einen Grad mehr einnehmen kann/ als er ſelber hat (n. III. a. 5.) : ſo koͤnnen doch niemahls mehr Grad zum Reſt uͤbrig bleiben/ als der diviſor ſelber hat/ denn ſonſt waͤre der Reſt groͤſſer / als der diviſor, welches ein Fehler (§. 95.). wenn nun dazu der nechſtfolgende Grad genommen wird / ſo hat man doch hernach hoͤchſtens nur wieder einen Grad mehr. Dis und das vorige (a. 1.) wird ſeinen Nutzen bald zeigen.

V. Es kann und ſoll der Reſt hier ebenfals nicht groͤſſer oder eben ſo groß ſeyn/ als der diviſor ſelbſt/ (wie §. 95). Und eben ſo iſt es auch/ wenn ein Grad des dividendi zum folgenden Grad genommen wird (n. III.). Denn er wird eben darum zum folgenden Grad genommen/ weil er kleiner/ als der diviſor iſt. Und daher wollen wir kuͤnftig/ ſo wohl wenn etwas von einem Grad uͤbrig bleibet / als wenn der Grad ſelbſt zu

klein iſt / (und daher beyde zum folgenden Grad genommen werden/) von beyden den Nahmen des Reſtes vom vorigen gebrauchen.

Anm. 1. Demnach wenn ein diviſor von einem Grad/ zweene Grad auf einmahl zu dividiren hat (nach n. III. a. 5. und n. IV. a. 1.): ſo kann in dem höchſten Grad unter den beyden/ keine gröſſere Zahl ſtehen / als die wenigſtens üm 1 kleiner iſt / als der dividendus ſelbſt / in dem andern Grad aber mag für eine ſtehen/ welche da will/ gröſſer aber kann ſie nicht ſeyn / als 9 (§. 21. n. 4).

Anm. 2. Wenn aber ein diviſor von mehr Figuren/ einen Grad mehr zu dividiren bekömt / als er ſelber hat (nach n III a. 5. und n. IV. a. 2.): ſo kann unter denſelben der höchſte Grad des dividendi keine Zahl haben/ die gröſſer iſt/ als der höchſte Grad des diviſoris iſt/ aber wohl eine / die eben ſo groß iſt. Denn ob wohl der gantze Reſt muß kleiner (und nicht einmahl eben ſo groß) ſeyn, als der gantze diviſor: ſo kann doch wohl der höchſte Grad deſſelben eben ſo groß ſeyn / als der höchſte Grad im diviſore (n. III. a 3). So denn aber müſſen die übrigen Grad des dividendi nothwendig kleiner ſeyn/ als die übrigen Grad des diviſoris (ibid.).

Anm. 3. Der Nutzen von dieſem Puncte / und deſſen Anmerckungen/ wird ſich nun auch bald zeigen.

§. 98.

§. 98. Wenn der diviſor aus einem Grad oder einer einzelnen Zahl beſteht: ſo hat er ordentlich nur einen Grad zu dividiren (§. 83.) / oder auffs höchſte zweene Grad zugleich (§.97.n.III.a 5.): Und folglich in dem erſten Fall keine andere/ als eine einzele Zahl(§.21.n.4.)/ und zwar eine ſolche/ die gröſſer/ oder wenigſtens doch eben ſo groß iſt/als er ſelber iſt(§. 97.n.II.); in dem andern Fall aber eine zuſammen geſetzte von 2 Figuren/ und zwar eine ſolche/da die erſte wenigſtens üm eine vnitet kleiner/ als er ſelber iſt/ die andere aber aufs höchſte 9 (§. 97. n.V.a. 1.). Dannenhero kann man in Exempeln/ da der diviſor nur einen Grad hat/ bald zur Fertigkeit kommen/ wenn man nur einmahl für allemahl lernt/ mit einer jeden einzelnen Zahl/ theils andere einzele / die gröſſer oder eben ſo groß ſind/ als ſie ſelber/ theils auch zuſammengeſetzte von 2 Graden/ da die Zahl im höchſten Grad wenigſtens üm eine vnitet kleiner/ der andere aber aufs höchſte 9 iſt/ fertig zu dividiren. Z. E. mit 6 darffſtu nur dividiren lernen/alle Zahlen von 6 bis 59. kömmt es unter 6/ ſo geht es nicht an: kömmt es über 59/ ſo dividirſtu jeden Grad a part. Solches nun kann gar füglich geſchehen/ und wird dir dazu unter andern die im Anhange dieſes erſten Buchs (n. 7.) befindliche Diviſions-Tabelle gute Dienſte thun.

Hülffs-Mittel bey einem diviſore von einer Figur.

Daß man bey einem diviſore mit mehr Figuren jeden Grad a part nehme.

§. 99. Wenn der diviſor aus mehr/ als einem Grad beſteht: ſo hat er aufs wenigſte ſo viel Grad mit eins zu dividiren / als er ſelber hat / bißweilen aber wohl gar einen mehr (§ 97. n. III. a. 5.). Weil es nun daher nothwendig ſchwer werden muß/mit einmahl zu errathen/wie oft der gantze diviſor in ſo viel Graden ſtecke: ſo hat man auch hiebey noch auf einen weitern Vortheil dencken müſſen. Nemlich man ſuchet nur erſt / wie oft der höchſte Grad des diviſoris in dem über ihm ſtehenden Grad (und dem Reſt von vorigen/ ſo einer verhanden) ſtecke/ und ſo denn multiplicirt man mit dem quotienten einen jeden Grad a part, und ziehet bey jeden die daher entſtehende Summe beſonders von den über ihm ſtehenden Grad und dem Reſt vom vorigen ab / ꝛc. Wie man in den Aufgaben ſelbſt mit mehrern ſehen wird.

Hülffs-Mittel bey einem diviſore von mehr Figuren.

§. 100. Solcher geſtalt dividirt man hier eigentlich zu reden auch nur mit einem Grad oder einer einzelnen Zahl / (nemlich mit dem höchſten Grad / denn die übrige Arbeit beſteht im multipliciren und ſubtrahiren). Es hat aber der höchſte Grad/ oder die erſte Figur des diviſoris, ordentlich auch nur einen Grad über ſich (nemlich wenn der diviſor ſo viel Grad einnimmt als er ſelber hat (§. 97. n. III. a. 2.) oder höchſtens zweene Grad (nemlich wenn er einen Grad

mehr

mehr einnimmt ibid.). Folglich hat die einzele Zahl im höchſten Grad in dem erſten Fall keine andere, als eine einzele Zahl zu dividiren (§. 21. n. 4.) und zwar die eben ſo groß oder gröſſer iſt, als ſie ſelber, (§. 97. n. II.) in dem andern Fall aber eine zuſammen geſetzte von zwoo Figuren, und zwar eine ſolche, da die höchſte nicht gröſſer, als ſie ſelber, doch aber wohl eben ſo groß, die andere aber aufs höchſte 9 iſt (§ 97. n. V. a. 2.). Und dannenhero hat man hier auch zugleich ein Hülffs-Mittel an dem vorigen (§. 99.), nur daß man noch lernen müſte, mit einer einzelnen Zahl auch ſolche zuſammen geſetzte Zahlen von 2 Figuren zu dividiren, da die erſte Figur eben ſo groß, als ſie ſelber, die andere aber aufs höchſte 9 wäre, welches bey dem vorigen (§. 99.) nicht nöthig war. Z. E. Man müſte mit 6 noch die Zahlen von 60 bis 69 dividiren lernen.

Anm. Das wäre nun zwar eine ſchlechte Mühe, denn ein jeder ſiehet ja gleich, 6 ſtecke in 60 10 mahl, und das übrige würde er auch leicht finden: Indeß aber iſt auch das nicht einmahl nöthig. Denn es müſte in ſolchem Fall allemahl wenigſtens 10 zum quotienten kommen. Es iſt aber das ſchlechterdings unmüglich, (wie ich in den Grund-Sätzen §. 102. n. 9. zeigen will). daher nimmt man niemahlen mehr, als 9 zum quotienten, wenn man auch dem erſten Anſehen nach mehr haben könnte, und hat alſo an obigem Hülffs-Mittel völlig genug.

Daß noch eine Schwierigkeit bleibe.

§. 101. Solchem nach bleibet bey einem diviſore von mehr Figuren noch eine einige Schwierigkeit übrig. Nemlich wie man gleich abſehen könne/ob die übrigen Grad es werden zugeben / daß man diejenige Zahl/welche man haben kann/wenn man mit dem höchſten Grad in die über ihm ſtehende Zahlen dividirt, zum quotienten des gantzen diviſoris in alle darüber ſtehende Grad behalten könne? und wo nicht/wie man es errathen könne/was denn für eine zu nehmen ſey? denn nach der bißherigen Art nimmt man ſo lange immer 1 weniger/ bis es angeht/ welches aber ſehr verdrießlich und weitläuftig iſt/ſonderlich für Anfänger. daher wird von vielen gewünſchet/daß man doch darinn ein bewährtes Mittel vorſchlagen mögte: andere aber meinen/ es ſey gar unmüglich ein ſolches zu finden / oder würde doch ſehr viel Reguln erfordern. Nun dünckt mich zwar nicht/daß es gantz unmöglich ſeyn ſollte/wenn man ſich nur die Sache diſtinct vorſtellen will: auch nicht/ daß es eben ſo gar viel Reguln erfodern ſollte/ zumahl/ wenn der diviſor etwa nur 2 / 3/ oder 4 Grad hätte (denn in ſehr groſſen wird es ſchwerer halten). Allein weil man ſolcher Schwierigkeit überhaupt durch die vortheilhaffte Art guten theils entgehen kann/ wie wir an ſeinem Ort ſehen werden: ſo wollen wirs dißmahl dabey laſſen.

§. 102.

§. 102. Hieraus ſind nun folgende beſondere Grund-Sätze der diviſion anzumercken.

1. Der dividendus und quotient ſind Zahlen von einerley Benennung. Z. E. Wenn man Thaler theilt, ſo bekommt man Thaler. Der diviſor mag heiſſen/ wie er will (§. 84.).

2. Der diviſor kann nicht gröſſer seyn / als der dividendus. (§. 85.).

Anm. Die Meinung iſt nicht/als ob ein ſolcher nicht vorkommen könne / (welches ja wohl geſchicht §. 89.) ſondern daß man damit nicht operiren könne.

3. Wenn der diviſor dem dividendo gleich/ſo kommt eine 1 zum quotienten. (§. 85. a. 1.).

4. 1 dividiret nicht/ vielweniger eine 0 (§. 85. a. 2. 3.).

Anm. Weil eine null nicht allein/und in zuſammengeſetzten nicht vorne an ſtehen kann (§. 14. a): ſo iſt es gar nicht müglich / daß man zu ſuchen hätte/wie oft 0 in einer gültigen Zahl ſtecke ? denn in zuſammen geſetzten dividirt nur die vorderſte Zahl. (§. 100.).

5. Ein jeder Grad des dividendi ſoll mit dem gantzen diviſore dividirt werden (§. 83.) / verglichen mit (§. 97. n. III.).

6. Der quotient, den der diviſor in den über ihm ſtehenden Graden auf einmahl haben ſoll / kann oder darf niemahls höher/ als 9. seyn.

Anm.

Anm. Dis kann alſo erwieſen werden. Der diviſor beſteht entweder aus einem Grad/ oder aus mehrern / und bey dieſem dividirt man doch eigentlich auch nur mit einem Grad. (§. 100.). Daher iſt der diviſor jedesmahl eine einzele Zahl und ſolche hat in beyden Fällen ordentlich auch nur eine einzele zu dividiren/ aufs höchſte aber zweene Grad (§. 97. n. III. a. 5.). Wenn alſo eine einzele Zahl eine andere einzele Zahl dividirt: ſo kann der quotient unmüglich über 9 ſeyn/ denn die kleinſte einzele Zahl (1) ſteckt in der höchſten (9) nur 9 mahl/ geſchweige die übrigen. Wenn aber eine einzele Zahl zweene Grad zu dividiren hat: ſo iſt die höchſte Zahl ordentlich üm eine vnitet kleiner als dieſelbe/ oder höchſtens nur eben ſo groß/ die andere aber jedesmahl höchſtens nur 9. Iſt das erſte/ nemlich/ daß die höchſte Zahl üm eine vnitet kleiner/ ſo kann der quotient nicht über 9 ſeyn, denn wäre er 10/ ſo nähme man ja einmahl zehn mehr weg/ als vorhanden wären. Z. E. Der diviſor wäre 7/ der dividendus 68: ſo müſte 7 in 68 dividiren. Nun nehme man 7 10 mahl/ ſo hat man ſchon 70/ und das iſt mehr als 68. Iſt das letzte/ nemlich daß die höchſte Zahl eben ſo groß: ſo müſſen doch die übrigen Grad kleiner ſeyn/ als die übrigen im diviſore, (§. 97. n. V. a. 2.) Z. E. Der diviſor wäre 68/ der dividendus 679/ ſo müſte 68 unter 679/ alſo

ſtehen

ſtehen 679 / und folglich 6 in 67 dividiren.
68

Nun kanſtu wohl ſagen / 6 in 67 habe ich 11 mahl / aber den quotienten leiden die übrige Zahlen nicht / denn von 67 bliebe nur 1 zum Reſt / die machte mit 9 aus 19 / nun ſollteſtu auch ſagen 8 mahl 11 iſt 88/ 88 aber von 19 kann man nicht. wollteſtu 6 in 67 auch nur nehmen 10 mahl / ſo bliebe von 67 zwar wohl 7 zum Reſt/ und die macht mit 9 zuſammen 79. Aber/ weil die folgende Zahl des diviſoris (8) nothwendig gröſſer / als des dividendi ſeyn muß/ ſo wird wieder eine decas zu viel weggenommen. Denn 8 mahl 10 iſt 80/ und doch ſind nur noch 79 da. Folglich geht es nirgends an/daß man auf einmahl einen quotienten bekommen/der über 9.

7. So vielmahl eine Zahl in einer andern ſteckt/ der ſo vielte Theil iſt auch jene von dieſer. Z E. 3 ſteckt in 12 4 mahl/ daher iſt 3 der vierte Theil von 12 oder $\frac{1}{4}$.

Anm. Dis hat groſſen Nutzen in der practiſchen Rechnung.

8. Wenn eine Zahl von der andern durch die dritte ohne Reſt kann dividirt werden / ſo kann ſie auch von der dritten durch die andere dividirt werden. Z. E. 12 wird von 3 durch 4 dividirt, denn ich ſage/ 3 in 12 habe ich 4 mahl. Folglich kann auch 12 von 4 durch 3 dividirt werden/denn ich kann ſagen/ 4 in 12 habe ich 3 mahl.

Anm. Manchem mögte die Regul deutlicher ſeyn/ wenn man ſagte: Wenn der dividendus durch den diviſorem aufgeht/ ſo geht auch der dividendus durch den quotienten auf/ und zwar ſo/ daß der vorige diviſor nun der quotient wird. dis hat hin und wieder ſeinen Nutzen.

9. Unter dem multiplicando und multiplicante kann man allemahl einen zum diviſore ihrer Summe annehmen/welchen man will. und wenn man einen von beyden dazu angenommen/ ſo muß nothwendig der andere zum quotienten kommen und NB. kann nie ein Reſt bleiben. Z. E. 2 mahl 4 iſt 8. Folglich/ wenn 8 zu dividiren wäre/ ſo könnte man ſie ſo wohl mit 2 als 4 ohne Reſt dividiren/ und wenn man 2 zum diviſore nimmt/ ſo wird 4 zum quotienten kommen/ als 2 in 8 habe ich 4 mahl/ und 4 in 8 habe ich 2 mahl.

Anm. Dieſer Satz iſt auch von ungemeinem Nutzen. Der Grund beſteht kürtzlich darinn. Die Summe iſt eine Zahl/ welche den multiplicandum ſo oftmahls in ſich hält/ als der multiplicans vniteten hat/ oder dieſen ſo oft/ als jener vniteten hat (§. 58.). Folglich ſteckt der multiplicandus ſo oft in der Summe/ als der multiplicans vniteten hat/ und dieſer ſo oft/ als jener vniteten hat. Daher kann der multiplicandus der diviſor, und der multiplicans der quotient werden/ denn der diviſor ſteckt in dem dividendo, und der quotient zeigt/ wie oft jener darinn ſtecke (§. 77.). Und ſo auch ümgekehrt/

der

der multiplicans kann der diviſor, und der multiplicandus der quotient werden.

II. Aufgaben.

Wie vielerley Aufgaben hier nöthig?

§. 103. Es eräugnen ſich bey der diviſion gar unterſchiedene Fälle/ bey denen immer etwas beſonders zu mercken iſt. Daher man ſehr viele unterſchiedene Aufgaben haben müſte/wenn man auf jede ein eigen Exempel ſetzen wollte. Damit wir aber ſo kurtz davon kommen als müglich/ſo wollen wir etliche Haupt-Aufgaben nehmen/ und dabey viele Special-Aufgaben mit berühren (§. 22. n. 7. a. 1.)/ überhaupt aber iſt daher zum voraus zu mercken. Es eräugnen ſich die unterſchiedenen Fälle 1. In Abſicht auf das gantze Exempel/ (oder den gantzen dividendum und diviſorem), und 2. in Abſicht auf einen jeden Grad des dividendi und den gantzen diviſorem, der ſolchen dividirt (§. 97.). Was die Fälle erſterer Art betrifft/ ſo werden darauf die Haupt-Aufgaben eingerichtet ſeyn: was aber die andern anlanget/ ſo werden ſie als Special-Aufgaben in jenen mit eingeſchoben/ und jedesmahl am Rande bey den numern kürtzlich bezeichnet werden. Die Fälle der erſtern Art aber ſind hauptſächlich folgende/ 1. in Abſicht auf den dividendum, daß er entweder in den diviſorem grade aufgeht/ oder daß ein Reſt übrig bleibt. 2. in Abſicht auf den diviſorem, daß er entweder aus einem/ oder

aus

aus mehrern Graden beſteht. Hierauf wollen wir nun die Haupt-Aufgaben ſolchergeſtalt einrichten daß die 1ſte Aufgabe ſey ein Exempel zu dividiren / da der diviſor einen Grad hat / und der dividendus grade aufgeht/die II. da der diviſor auch einen Grad hat/ der dividendus aber einen Reſt behält. Die III. da der diviſor mehr Grad hat/ und der dividendus grade aufgeht/und endlich die IV. da der diviſor auch mehr Grad hat / aber der dividendus einen Reſt behält. Und weil das unter den Special-Aufgaben noch eine gar mercklich unterſchiedene operation erfodert/wenn der diviſor gröſſer iſt/ als der höchſte Grad oder die höchſten Grade des dividendi: ſo wollen wir jetztbeſagte Haupt-Aufgaben zugleich auf dieſe beyden Fälle noch alſo mit einrichten / daß bey der II. Aufgabe zugleich der diviſor mit einem Grad gröſſer ſey/ als der höchſte Grad des dividendi, und bey der IV. daß der diviſor von mehr Graden gröſſer ſey/als die vörderſten Grade des dividendi.

1ſte Aufgabe.

§. 104. Ein Exempel zu dividiren/da der diviſor einen Grad hat/ und der dividendus grade in denſelben aufgeht.

Z. E. Der dividendus wäre 20134/ der diviſor 2/ was würde der quotient ſeyn? verfahre alſo.

Einrichtung.

1. Setze den dividendum alſo hin/ daß hinter/ unter und über demſelben Platz bleibe/ und ziehe einen perpendicular-Strich hinten dran und durch denſelben einen kleinen queer-Strich

Strich grade gegen den Zahlen über/ſtehet alſo:

Anm. 1. Hinten ſoll Platz bleiben/ weil da der quotient zu ſtehen kommen muß. Unten/weil da der diviſor ſtehen ſoll. Oben/ weil da der Reſt hinzuſchreiben. 20134⊦

Anm. 2. Der Perpendicular-Strich muß den quotienten vom dividendo unterſcheiden/ weil beyde in einer Linie hinter einander zu ſtehen kommen. Der kleine Queer-Strich aber iſt darům gut oder nöthig/ damit man in gröſſern Exempeln/ wenn unten und oben hernach Zahlen zu ſtehen kommen (a. 1.)/den dividendum von allen andern Zahlen wieder unterſcheiden könne/ da es ſonſt unkenntlich wird. Alſo iſt diejenige Zahl der dividendus, welche den Queer-Strich gegen über hat. Sonſt ſoll einiger Meinung nach das Zeichen (†) ſo viel/ als ein f ſeyn/ und dis facit bedeuten. Denn der quotient heißt ſonſt auch wohl das facit.

Anm. 3. Dieſe Einrichtung iſt in allen Aufgaben einerley/ nur daß man/ nachdem die Exempel (hauptſächlich die diviſores) gröſſer oder kleiner ſind/ auch mehr oder weniger Platz laſſen muß (a. 1.). Daher wollen wir ſolche in allen folgenden Aufgaben immer voraus ſetzen.

2. Setze den diviſorem 2 unter den höchſten Grad des dividendi,(oder unter den erſten Grad zur lincken). ſtehet alſo: Operation.

Anm. Daß man hie beym höchſten Grad zur lincken anfängt / hat ſonderlich und eigentlich dieſe Urſach. Weil ein jeder Grad in den diviſorem, nicht allemahl grade aufgeht / und der Reſt hernach zum folgenden Grad zu nehmen iſt (§ 97. n. IV.). Fingeſtu nun zur rechten an / ſo würdeſtu den einmahl bekommenen quotienten oft ändern müſſen. Fügte ſichs aber / daß alle Grad in den diviſorem juſt aufgingen: ſo könnteſtu anfangen / wo du wollteſt. Z. E. Wenn du 246 mit 2 dividiren ſollteſt. Allein man bleibt lieber bey dem / was allgemein iſt / wo man ſonſt keinen Vortheil von einer änderung hat.

20134	
2	

3. Nun ſprich: 2 in 2 habe ich 1 mahl / dieſe 1 / als den quotienten / ſetze nun gleich hinter den perpendicular-Strich / grade gegen dem Queer-Strich deſſelben über / ſtehet alſo:

20134	1
2	

Anm. Du dividirſt jetzo mit dem diviſore den **fünften** Grad / welcher **zehn tauſend** bedeutet (§. 10.). Daher iſt es ſo viel / als ob du ſagteſt 2 in 20000. bringt für jeden 10000. alſo ſollteſtu hinter die 1 eigentlich noch vier nullen ſetzen: aber weil die übrigen Grad des dividendi jeder auch noch ſeinen beſondern quotienten bringt / der in dem quotienten eben den Grad einnehmen muß / den er im dividendo

gehabt (§.97. n. 1.): ſo werden die übrigen Grad hinter der 1 im quotienten ohndem noch voll/ und ſind die nullen nicht nöthig.

4. Nun multiplicire mit dem quotienten (1) den diviſorem (2), und die Summe ſubtrahire von dem Grad des dividendi. Nemlich ſprich: 1 mahl 2 iſt 2/ 2 von 2 geht auf. und indem du das ſagſt/ ſo ſtreich den diviſorem und den dividendum aus/ ſtehet alſo: Wo der diviſor dem Grad gleich.

20134†1
2

Anm 1. Daß man mit dem quotienten den diviſorem wieder multiplicirt, und die Summe ſubtrahiren ſoll/ das macht ſonſt unter andern eben das dividiren oder die operation ſo intricat, ſonderlich wenn der diviſor mehr Grad hat, daß man nicht weiß/ wie es doch recht zugehe, daß der verlangte quotient heraus komme. Denn man muß auf einmahl dividiren/ multipliciren/ ſubtrahiren. Daher hat man den Grund davon einmahl für allemahl recht zu merckẽn / warům es geſchehe. Kurtz man will dadurch erfahren / ob man recht dividirt habe / d. i. ob der diviſor ſo oft in dem Grad ſtecke/ als man vermeinet/ oder ob er mehr oder weniger darinn ſtecke? Nemlich wir werden im 6ten Capittel der erſten Section hören daß man ein gantzes Diviſions- Exempel dadurch probire / wenn man den diviſorem durch den

 quo-

quotienten multiplicire / und der dividendus wieder zur Summe komme. Und das geſchicht nun hier auch bey einem jeden Grad / als einem beſondern Diviſions-Exempel (§. 97.). Denn wenn man den diviſorem durch den quotienten multiplicirt / und es kömmt eine Zahl heraus / welche entweder eben ſo groß iſt / als der darüber ſtehende Grad des dividendi, oder doch zum wenigſten ſo groß / daß der dividendus nur weniger vniteten mehr hat / als der dividendus ſelbſt ausmacht: ſo iſt es ein Zeichen man habe den diviſorem ſo oft (und nicht mehr auch nicht weniger) von dem Grad weggenommen / als es müglich geweſen / oder als er darinn ſteckt / d. i. man habe recht dividirt. Ob aber die durch die multiplication des diviſoris und des quotienten gefundene Summe ſo beſchaffen ſey, das findet man durch die ſubtraction, oder wenn man die Summe von dem Grad ſubtrahirt. Solche Probe aber iſt hier um ſo viel nöthiger / weil / wenn man in einem Grad verfehlt / das gantze Exempel unrecht wird.

Anm. 2. Daraus aber iſt zu erkennen, daß / wenn der diviſor eben ſo groß / als der Grad iſt / der darüber ſteht / man alles das nicht nöthig habe / denn da weiß man gleich / er ſtecke nur 1 mahl in dem Grad (§. 85. a. 1.). daher ſchreibt man nur gleich eine 1 in dem quotienten hin / wie n. 3. ſtreicht alles aus / und geht weiter.

Anm.

Anm. 3. Daß man den diviſorem und den Grad ausſtreicht/ geſchicht/ damit man wiſſe/ womit man bereits fertig ſey/ oder nicht.

5. Schreibe den diviſorem unter den nächſtfolgenden vierten Grad/ und mache es eben/ wie n. 2/3/4. Nemlich ſprich 2 in 0 kann ich nicht. Daher ſchreibe eine 0 in den quotienten hinter die 1. ſage ferner 0 mahl 2 iſt 0 (§ 67. n. 3). 0 von 0 geht auf/ und indeß ſtreich die 2 und die 0 aus/ ſtehet alſo: Wo im dividendo eine null.

20134†10
22

Anm. 1. Dis iſt alſo zu verſtehen. Du dividirſt jetzo den vierten Grad/ gilt tauſend/ alſo frageſtu wie viel ein jeder unter den zweenen von den vorhandenen tauſend bekomme? Nun aber ſind gar keine tauſend da. Folglich merckſtu in dem quotienten an/ daß man von den tauſenden nichts kriege/ und das geſchicht durch die 0 (§. 14). wollteſtu die 0 gar weglaſſen/ ſo würde der quotient einen Grad weniger kriegen/ und die erſte 1 (n. 3.) in dem vierten Grad zu ſtehen kommen/ und daher nicht mehr zehn tauſend/ ſondern nur tauſend heiſſen/ welches ein groſſer Abſchlag wäre.

Anm. 2. Weil die 0 vorne ohndem nichts gilt (§. 14. a.): ſo iſt nicht einmahl nöthig/ daß man ſie mit durchſtreiche (n. 4. a.).

Anm. 3. Wenn du es erſt geläuffig: ſo darfſtu in ſolchem Fall (da eine null im dividendo ſteht)

nur gleich eine null im quotienten ſetzen / und den diviſorem ausſtreichen/und denn nur gleich zum folgenden Grad gehen.

Wo der Grad des dividendi kleiner als der diviſor. 6. Schreibe den diviſorem unter den nächſtfolgenden dritten Grad/ und verfahre eben ſo / wie n. 2. 3. 4 Nemlich ſprich: 2 in 1 kann ich nicht/ daher ſchreibe eine 0 in dem quotienten. ſage ferner/ 0 mahl 2 iſt 0: 0 von 1 bleibt 1. und indeß ſtreich die 2 (als den diviſorem) aus, aber NB. die 1 im dividendo laß ſtehen/ ſtehet alſo:

Anm. 1. Dis iſt alſo zu verſtehen / du dividirſt jetzo den dritten Grad der gilt hundert. Alſo iſt die Frage/ wie viel ein jeder unter den zweenen von den vorhandenen hundert bekomme? Nun aber iſt nur 1 hundert da/ alſo kann keiner ein gantzes hundert bekommen. Und das deuteſtu wieder im quotienten durch eine null an (wie n. 5. a. 1.)/ und darfſt ſie nicht weg laſſen (ibid.).

20134 | 100
222

Anm. 2. Daß du die 1 nicht ausſtreichen/ ſondern ſtehen laſſen ſollt / geſchicht darům / weil das 1 hundert noch zu theilen übrig bleibt/und mit zum folgenden Grad zu nehmen (§. 97. n. III.). daher du hernach wirſt an ſtatt 3 haben 13 decades.

Anm 3. Wenn du es erſt geläuffig: ſo darfſtu in ſolchem Fall nur eine null in den quotienten

ten ſetzen/ und NB. den diviſorem, nicht den dividendum, ausſtreichen/ und gleich zum folgenden Grad gehen.

7. Schreibe den diviſorem unter den nächſtfolgenden andern Grad/ und verfahre wie (n. 2 3. 4.) / nemlich ſprich: 2 in 13 (n. 6. a. 2.) habe ich 6 mahl/ dieſe 6 ſetze in den quotienten. ſage ferner: 6 mahl 2 (oder 2 mahl 6) iſt 12: 12 von 13 bleibt 1. dieſe 1 ſetze grade über die 3/ das andre ſtreich alles aus/ ſteht alſo: Wo der Grad des dividendi nicht aufgeht.

1	
20134	1006
2222	

Anm. 1. Dis iſt alſo zu verſtehen: du dividirſt jetzo den andern Grad/ bedeutet zehn/ oder decades. Alſo iſt die Frage: Wie viel ein jeder unter den zweenen von den vorhandenen 13 decaden bekomme? Antw. ein jeder bekömmt 6 decades, und eine bleibt übrig/ folglich ſetzeſtu 6 in den quotienten/ und die 1 über dem Grad/ davon ſie den Nahmen hat/ und iſt alſo die 1 zu dem folgenden Grad zu nehmen (§. 97. n. IV.). Daher ſind hernach an ſtatt 4 14 vniteten zu dividiren.

Anm 2. Was das ſubtrahiren betrifft/ ſo iſt deßfals zu mercken. Es iſt hier das integrum 13 (in dividendo) / der ſubtrahendus aber 12/ und ſo haſtu in jedem zweene Grad. Nun biſtu oben gewohnt geweſen/ einen Grad nach dem andern vorzunehmen (§. 49.)/ und das

 kannſtu

kannſtu hier endlich auch beybehalten. Z. E. Du dächteſt: 2 von 3 bleibt 1/1 von 1 geht auf/ das ſtünde ſchrifftlich alſo: 13
Allein weil du hier im operiren den 12
ſubtrahendum nicht hinſchreiben 1
kanſt/ ſondern ihn nur im Gemüthe behalten mußt: ſo iſt es weit beſſer/daß du dich gewöhneſt mit eins zweene Grad von zweenen Graden zu ſubtrahiren (wie ſchon §. 49. a. geſagt iſt)/ weil man ſonſt die eine Zahl leicht drüber vergißt. Noch iſt dis dabey beſonders/ daß man hier den Reſt nicht unten ſondern oben hin ſetzet.

Wo der Grad des dividendi aufgeht. 8. Schreibe den diviſorem endlich unter den erſten Grad hin/ und verfahre wieder/ wie n. 2. 3. 4. Nemlich ſprich: 2 in 14 (n. 7. a. 1.) habe ich 7 mahl/ und die 7 ſetze in den quotienten. Sage ferner: 7 mahl 2 (oder 2 mahl 7) iſt 14: 14 von 14 geht auf; daher ſtreich alles weg/ ſtehet endlich alſo:

1	
20134	10067
22222	

Anm. 1. Bey dieſem letzten Grad/ iſt noch die Frage/ wie viel ein jeder vniteten bekomme? Antw. 7. daher kommet die 7 in den quotienten. Solchergeſtalt bekömt nun ein jeder von den 20134 Thlr. zu ſeinem Theil 10067 Thlr. (§. 84).

Anm. 2. In dieſer erſten Aufgabe ſind die meiſten beſondern Fälle und Special-Aufgaben mit-

mit berührt / auch ein deutlicher Begriff von allen gemachet, daher man dieſe wohl zu begreiffen ſuchen muß: wir aber werden nun in folgendem kürtzer gehen können.

§. 105. Ein Exempel zu dividiren, da der diviſor einen Grad hat / der aber gröſſer / als der höchſte Grad des dividendi iſt / und da der gantze diviſor in den gantzen diviſorem nicht aufgeht. Z. E. Der dividendus wäre 346 Thlr. / der diviſor 4 / was würde der quotient ſeyn? Verfahre alſo: II. Aufgabe.

1. Setze den dividendum hin / wie (§. 104 n. 1.).

2. Nun ſolteſtu nach (§. 104. n. 2.) den diviſorem 4 unter den höchſten Grad ſetzen. Weil aber der diviſor gröſſer iſt und daher dieſer höchſte Grad zu dem folgenden zu nehmen (§. 97. n. III.): ſo übergehe ihn, und ſchreib den diviſorem nur gleich unter den nächſtfolgenden Grad / ſtehet alſo:

Anm. 1. Dis iſt alſo zu verſtehen. Eigentlich ſollteſtu die 4 unter den höchſten Grad ſetzen (§. 104. n. 2.). Und weil der höchſte Grad hier hundert bedeutet: ſo wäre die Frage / wie viel hundert bekömmt ein jeder unter vieren von 3 hundert? Antw. Keins. Folglich müſteſtu eine 0 in den quotienten ſetzen / und den diviſorem wegſtreichen / aber die 3 im dividendi ſtehen laſſen / (wie §. 104. n. 6.). ſtünde alſo: Weil aber die 0 vorne an im

346	ǂ
4	

346	ǂ0
4̶	

quotienten nichts nützete (§. 14. a. 1.); auch die 4 ohndem wieder weggeſtrichen wird / und die 3 allein ſtehen bleibt: ſo kannſtu alle die Mühe erſparen / und ſetzeſt in dieſem Fall den diviſorem nur gleich unter den andern Grad.

Anm. 2. Weiter als einen Grad darfſtu ihn aber mit eins niemahlen fortrücken (§ 97. n. III. a 1.). zumahl da es unmüglich geſchehen kann/ daß im höchſten Grad eine o ſtünde.

3. Operire nun mit dem diviſore in die beyden Grad / wie ſonſt (§ 104. n. 2. 3. 4). nemlich ſprich 4 in 34 habe ich 8 mahl. 8 mahl 4 iſt 32. 32 von 34 bleibt 2. ſtehet alſo:

```
  2
 346|8
 4
```

4. Schreibe den diviſorem unter den nächſtfolgenden Grad, und operire/ wie ſonſt. Nemlich ſprich 4 in 26 habe ich 6 mahl. 6 mahl 4 (oder 4 mahl 6) iſt 24. 24 von 26 bleiben 2. dieſe 2 ſetze über der 6 hin/ ſtehet alſo:

```
 22
 346|86
 44
```

5. Weil nun kein Grad mehr übrig iſt: ſo iſt dis der Reſt vom gantzen dividendo. daher laß entweder die 2 an ihrem Ort ſtehen/ und unterſcheide ſie nur durch einen runden Circul von den übrigen Zahlen/oder/ ſetze ſie hinten an dem quotienten mit dem diviſore Bruchweiſe hin (§. 96.). ſtünde alſo:

```
 2(2            22
 346 | 86 oder  346 | 86 2/4. Thlr.
 44             44
```

Anm.

Anm. 1. Wenn man den Reſt Bruchweiſe ſetzt/ das iſt vieler Urſachen wegen beſſer. Sonderlich haben wirs in den Exempeln zur Urung nöthig/ weil man ihn ſonſt gar nicht anmercken könnte.

Anm. 2. Eben ſo machte mans auch/ wenn der letzte Grad wäre an ſich kleiner geweſen / als der diviſor, und er alſo ſelbſt hätte zum Reſt übrig bleiben müſſen (§. 97. n. V.).

§. 106. Aus dieſen beyden Aufgaben (§. 04. und 105.) iſt nun folgende kurtze Regul der diviſion **mit einer Figur** leicht zu verſtehen. *Kurtze Regul mit einer Figur zu dividiren.*

1. Setze den dividendum hin / und mache hinten einen Perpendicular Strich daran (§. 104. n. 1.).

2. Schreibe den diviſorem unter den höchſten Grad des decidendi, oder/ ſo dieſer kleiner/ als jener/ gleich unter den nächſtfolgenden Grad/ (§. 104. n. 2. §. 105. n. 2).

3. Suche / wie vielmahl er in dem einen oder zweenen (über ihm und zur lincken ſtehenden Graden) ſtecke? und die Zahl/ ſo ſolches anzeiget/ ſchreibe hinter den Strich/ zum quotienten (§. 104. n. 3).

4. Mit dieſem quotienten multiplicire den diviſorem, und die Summe ſubtrahire von der über dieſem ſtehenden Graden. unter dem operiren ſtreich alles aus / und ſo etwas übrig bleibt / ſo

ſo ſchreibe es drůber / über die Zahl/ wovon es ůbrig bleibt (§. 104. n. 4. ſeqq.).

Anm. Wenn man erſt ein wenig fertig darinn iſt: ſo kann man des weitlåuftigen multiplicirens und ſubtrahirens in dieſer Art Exempeln wohl entůbriget ſeyn/ weil es einem ohndem gleich in die Augen/ fållt/ wie oft eine Zahl in einer andern ſtecke? und was ůbrig bleibe?

5. Setze den diviſorem unter den nåchſtfolgenden Grad/ und ſuche/ wie oft er in demſelben/ und dem Reſt vom vorigen/ (ſo einer vorhanden iſt/) ſtecke/ und verfahre ferner/ wie vorhin (n. 3. 4.)

6. Thue desgleichen nach einander mit allen ůbrigen Graden des dividendi, nur wenn bey dem letzten Grad entweder er ſelbſt/ oder etwas davon zum Reſt ůbrig bleibet: ſo ſchreibe es entweder über denſelben ſchlechthin auf / oder ſetze es mit dem diviſore Bruchweiſe hinter den quotienten (§. 105. n. 5.).

Anm. Die Exempel mit einer Figur ſind noch leicht: aber die mit mehr Figuren ſind ſchwerer.

§. 107. Exempel zur Ubung mit einer Figur.

	dividendus		diviſor		quotient
1.)	63285	mit	2	fac.	$31642\frac{1}{2}$
2.)	39789	-	3	-	13263
3.)	52431	-	4	-	$13107\frac{3}{4}$
4.)	29712	-	5	-	$59942\frac{2}{4}$
5.)	8002372	-	6	-	$1333728\frac{4}{6}$
6.)	2131740	-	7	-	$304534\frac{2}{7}$
7.)	1930048	-	8	-	241256
8.)	7402193	-	9	-	$822465\frac{8}{9}$

§. 108. Ein Exempel zu dividiren / da der diviſor aus mehr / als einem Grad oder Figur beſteht. Z. E. Der dividendus wäre 12348 Fl. der diviſor 12 / was wird der quotient ſeyn? verfahre alſo: III. Aufgabe.

1. Schreibe den dividendum hin / (wie §. 104. n. 1.).

2. Setze den diviſorem gleich unter ſo viel Grad des dividendi von der lincken gegen die rechte / als er ſelber hat / ſtehet alſo: 12348†
12

Anm. Daß der diviſor gleich unter ſo viel Grad kommen ſoll / iſt (§. 97. n. III. a. 2.) gegründet. Die Sache ſtehet alſo. Der höchſte Grad des dividendi gilt hier zehen tauſend / es kann aber unter den 12 keiner ein gantzes zehen tauſend Fl. davon bekommen / folglich müſte in dem quotienten eine 0 geſetzt, und der höchſte Grad zum folgenden genommen werden. Alſo bekömmt der diviſor 12 doch hernach nothwendig 2 Grad zu dividiren. Die null aber nutzt im quotienten nichts: daher läßt man ſie lieber weg / und ſetzt den diviſorem gleich unter ſo viel Grad / als er ſelber hat. Eigentlich aber hätte er den höchſten Grad auch dividiren ſollen.

3. Unterſuche / wie oft die erſte Zahl des diviſoris in der über ihr ſtehenden Zahl des dividendi ſtecke / nemlich ſprich: 1 in 1 habe ich 1 mahl / dieſe 1 / als den quotienten / behalte im Sinn. Wo der Grad des dividendi dem diviſori gleich.

Anm.

Anm. 1. Daß du nur ſuchſt/ wie oft die erſte Zahl in der über ihr ſtehenden ſtecke/ geſchicht/ weil es in ſolchen Exempeln ordinair ſchwer iſt/ mit eins zu ſagen/ wie oft der gantze dividendus in den über ihn ſtehenden Graden ſtecke (§ 99). Jedoch iſt es gut/ daß man ſich nach und nach gewöhne/ ſolches mit einmahl zutreffen. Welches bey einem diviſore von 2/ 3. Graden meiſtens/ wo aber der diviſor den darüber ſtehenden Graden gantz oder faſt gleich iſt/ wie hier/ allemahl leicht iſt. Denn da braucht man aller der Weitläuftigkeiten nicht/ die nun folgen werden.

Anm. 2. Daß du den quotienten noch im Sinn behalten/ und nicht hinſchreiben ſollſt/ geſchicht/ weil der quotient des erſten Grads nicht allemahl der quotient des gantzen diviſoris bleiben kann (§ 100). da man ihn denn wieder auslöſchen müſte.

4. Multiplicire mit dieſem quotienten den gantzen diviſorem von Grad zu Grad/ und zwar von der lincken gegen die rechte durch/ und eines jeden Grads Summe ſubtrahire in Gedancken von dem über ihm ſtehenden Grad und dem Reſt vom vorigen (ſo einer vorhanden)/ und wo ein Reſt bleibt, den behalte allemahl im Sinn. Nemlich ſprich: 1 mahl 1 iſt 1: 1 von 1 geht auf. 1 mahl 2 iſt 2: 2 von 2 geht auf.

Anm. 1. Daß du mit dem quotienten den gantzen diviſorem multiplicireſt/ und die Summe ſub-

ſubtrahireſt/ geſchicht damit du erfahreſt/ ob auch der quotient des erſten Grads könne der quotient des gantzen diviſoris bleiben/ welches du noch nicht wuſteſt (n. 3. a. 1.). Denn das kanſtu durch die multiplication und ſubtraction erfahren (§. 104. n. 4. a. 1.). Und eben das iſt die Urſach/ warum du noch alles in Gedancken ohne etwas zu ſchreiben machen ſollt.

Anm. 2. Du ſollt einen Grad des diviſoris nach dem andern multipliciren und die Summe eines Grads nach dem andern/ von einem Grad nach dem andern ſubtrahiren/ denn das iſt das leichteſte / und ſo biſtu es gewohnt (§. 49. und 66). Kannſtu ihn aber mit eins multipliciren und die Summe mit eins abziehen: ſo iſt es beſſer (§. 49. a. 1. §. 66. a. 2.). welches auch leicht müglich iſt/ denn der quotient iſt jedesmahl nur eine einzele Zahl (§. 102. n. 6.) / und folglich die Summe höchſtens nur 2 Grad.

Anm. 3. Du ſollt hier von der lincken gegen die rechte multipliciren und ſubtrahiren / da es ſonſt umgekehrt geſchehen (§ 54. n. 2. u. 73. n. 2)/ weil der Reſt allemahl mit zum folgenden Grad zur rechten zu nehmen iſt. (§ 97. n. IV.)

Wo der quotient der erſten Zahl kan behalten werden.

5. Weil ſich nun die Summe des gantzen diviſoris von den über ihm ſtehenden Graden völlig ſubtrahiren läſſet (n. 4.): ſo ſetze nun den quotienten des erſten Grads an ſeinen Ort / und ſchreibe nun auch auf/ was du vorhin (n. 4.)

nur

nur in Gedancken behalten ; Nemlich in während der multiplication und ſubtraction ſtreich alles aus/ was abgethan iſt/ und wo ein Reſt bliebe/ welches doch hier nicht iſt/ da ſetze ihn drüber/ ſtehet alſo:

12348†1
12

Anm. Wie es zu halten geweſen/ wenn es nicht wäre angegangen/ wird (n.8.9.) folgen.

6. Schreibe den diviſorem einen Grad weiter/ ſo daß die letzte Zahl unter demſelben/ die andere aber unter den zur lincken nächſtfolgenden Grad komme / ſtehet alſo:

12348†1
122
1

Anm. 1. Hiedurch wird das beſtätiget/ daß der gantze diviſor jeden Grad dividiren ſolle. Denn ob er gleich dißmahl oben nur einen Grad hat / ſo darf er doch nicht gleich unter die 2 folgenden Grad gerückt werden/ wie n.2. ſondern ſo denn erſt / wenn man in dem quotienten angemerckt hat/ daß er nichts bekom̃e.

Anm. 2. Daß die eine Zahl ſoll unter dem Grad zur lincken ſtehen / und nicht beyde unter dem folgenden Grad / geſchicht nicht allein / damit es fein ordentlich ausſehe/ und weil beyde unter einem Grad nicht Platz haben / ſondern auch abſonderlich darům/ weil ſie den Reſt vom vorigen dividiren műſte/ wenn einer vorhanden wåre. Und ſo iſt es auch / wenn der diviſor noch aus mehr/ als 2 Graden beſteht.

7. Nun

Wo über der erſten Zahl des diviſoris nichts ſteht.

7. Nun unterſuche nach n. 3. wie oft die erſte Zahl (1) in der über ihr ſtehenden ſtecke/und denn multiplicire und ſubtrahire wie n. 4. Weil aber über der erſten Zahl nichts ſteht: ſo ſage nur 1 in nichts oder 0/ habe ich 0 mahl. Die 0 ſetze in den quotienten / und weil 0 nicht multiplicirt: ſo ſtreich nur den diviſorem gleich weg/ aber die Zahl des dividendi laß ſtehen/ ſtehet alſo:

Anm. In ſolchen Fall ſetzet man nur gleich ohne Weitläuftigkeit die 0 in den quotienten/ und ſtreicht den diviſorem weg/ oder ſetzt ihn gar nicht einmahl drunter/ ſondern gleich 2 Grad weiter.

```
12348†10
122
1
```

Wo der quotient der erſten Zahl nicht kan behalten werden.

8. Schreibe den diviſorem einen Grad weiter/ wie n. 6. und verfahre wie n. 3. 4. Nemlich ſprich im Gemüthe 1 in 3 habe ich 3 mahl. 3 mahl 1 iſt 3: 3 von 3 geht auf. 3 mahl 2 iſt 6: 6 von 4 kann ich nicht. Und alſo läßt ſich die Summe des diviſoris und quotienten nicht von den Graden des dividendi ſubtrahiren/ und folglich kann auch der quotient nicht zum quotienten des gantzen diviſoris behalten werden/ wie n. 5. daher

9. Nimm 1 weniger zum quotienten/ (nemlich an ſtatt 3 nimm 2) und verſuche es abermahl im Gemüthe nach n. 4. ob es angehen wolle.

Nemlich ſprich 2 mahl 1 iſt 2 : 2 von 3 bleibt 1. 2 mahl 2 iſt 4/ 4 von 14 bleibt 0. Alſo geht es an/ indem gar noch ein Reſt übrig bleibt : daher verfahre nun / wie n. 5. ſtehet alſo:

Anm. 1. Wåre es noch nicht angegangen / ſo håtteſtu ſo lange 1 weniger nehmen müſſen/ bis es angegangen wåre.

10	
12348	102
1222	
11	

Anm. 2. In der Subtraction bleibt über dem letzten Grad nichts übrig. Du muſt aber hier nicht dencken/ ſo dürfteſtu auch nichts drüber ſchreiben wie ſonſt/ wo nichts zur lincken übrig geblieben n. 5. Sondern weil hier zur lincken ſchon eine Zahl zum Reſt geblieben / die mit zum nunmehro folgenden dritten Grad von ihr zu nehmen/ und alſo hundert bedeuten ſoll/ ſo muß die dazwiſchen ſtehende Stelle ausgefüllt werden (§. 14. a.). Sonſt aber könnte man es endlich an den Zahlen des dividendi wohl abnehmen/ in welchen Grad der vorige Reſt 1 gehöre/ und daher die null zur Noth wegbleiben (ibid.). zugleich aber ſiehet man daraus/ wie nöthig es überhaupt ſey/ daß man den Reſt juſt über den Grad hinſchreibt/ wovon er übrig bleibt/ weil er davon ſeine Gültigkeit behalten muß.

10. Schreibe den diviſorem einen Grad weiter wie n. 6./ und verfahre wie n. 3. 4. und weil es angeht : ſo operire nach n. 5. ſtehet endlich alſo :

§. 109.

```
    1
   10
12348 | 1029 Thlr.
12222
  111
```

§. 109. Ein Exempel zu dividiren/ da der diviſor aus mehr/ als einem Grad / beſteht, die aber gröſſer ſind / als eben ſo viel Grad im Anfang des dividendi, und da der dividendus nicht grade aufgeht. Z. E. Der dividendus wäre 36745 Thlr. der diviſor 483/ was wird der quotient ſeyn ? Verfahre alſo: IV. Aufgabe.

1. Setze den diviſorem gleich alſo unter den dividendum, daß die erſte Zahl deſſelben frey bleibe/ ſtehet alſo:

```
36745 |
  483 |
```

Anm. Der Grund davon iſt ſchon (§. 97. n. III. a. 3.) gezeiget/ und auch aus (§. 108. n. 2. a.) nun leicht zu verſtehen.

2. Nun 1. unterſuche/ wie oft die erſte Zahl in der über ihr und zur lincken ſtehenden Zahl ſtecke/ (wie §. 108. n. 3.). ſprich/ 4 in 36 habe ich 9 mahl. 2. probire ob der quotient könne behalten werden nach (§. 108. n. 4.). du wirſt aber befinden/ daß es nicht angehe. Daher 3. nimm 1 weniger zum quotienten (nemlich an ſtatt 9 nimm 8) und probire abermahl/ ob das angehe. (§. 108. n. 8. 9.). Du wirſt aber finden, daß es noch nicht angehe/ daher 4. nimm noch einmahl

 1 we-

1 weniger (§. 108. n 9. a. 1.), und verſuche / ob es nun angehen wolle (ibid.). Und weil es nun angehet: ſo 5. verfahre endlich (wie §. 108. n. 5.) ſtehet alſo:

```
    2
   39
   813
 36745 | 7
  483
```

Anm. 1. Ich wil hier der kürtze wegen nicht ausdrucken / was man bey jedem Puncte denken oder ſprechen muß / weil man zur Noth in den angewieſenen Stellen Nachricht findet. Weil aber hier ein gröſſeres Exempel iſt: ſo will ich doch zum Muſter aller übrigen nur den 5ten Punct völlig ausdrucken / wie zu operiren ſey. Nemlich 1. ſprich: 4 mahl 7 iſt 28: 28 von 36 bleiben 8. (NB. dis iſt mit eins ſubtrahirt. Anfänger müſſen jeden Grad a part nehmen und ſagen / 8 von 6 kann ich nicht / 8 von 16 bleiben 8. 2 von 2 geht auf. wie §. 54). 2. 7 mahl 8 iſt 56: 56 von 87 bleibet 31. (Anfänger machen jeden Grad wieder a part). 3. 7 mahl 3 iſt 21: 21 von 314 bleiben 293. (Anfänger machen jeden Grad a part). Und ſo iſt es in dem Exempel völlig aufgeſchrieben zuſehen.

Anm. 2. Wer nun alle Puncte ſo durchgeht / der wird gewahr werden / was das für eine ſchreckliche Weitläufftigkeit ſey / und was die Schwierigkeit auf ſich habe / davon (§. 101.) gedacht worden. ſonderlich wird er finden / daß es faſt unmüglich ſey / den Reſt allemahl im Sinn zu behalten / zumahl wenn man jeden Grad a part

ſub-

ſubtrahirt. Daher kanns nicht ſchaden/ wenn man es auf ein blådgen a part aufſchriebe.

3. Schreibe den diviſorem einen Grad weiter/ wie (§. 108. n. 6.) und operire ferner / wie hier n. 3. nur daß du den Reſt noch Bruchweiſe hinter den quotienten ſetzeſt (§. 105, n. 5). ſtehet endlich alſo:

```
    2 5 (3
    3 9 5
    8 1 3 (7
  3 6 7 4 5 |  76 37/483 Thlr.
    4 8 3 3 |
      4 8
```

§. 110. Aus dieſen beyden Aufgaben (§. 108. und 109.)/ iſt nun folgende kurtze Regul der diviſion mit mehr Figuren leicht zu verſtehen.

1. Schreibe den dividendum hin / (wie ſonſt §. 104. n. 1.) den diviſorem aber alſo darunter/ daß er von der lincken gegen die rechte / ſo viel Grad einnehme/ als er ſelber hat/ (§. 108. n. 2.) oder ſo er gröſſer als dieſelben / noch einen Grad mehr (§. 108. n 1.).

2. Unterſuche wie oft die erſte Zahl / in der über ihr und zur lincken ſtehenden Zahl. (wo anders eine vorhanden) ſtecke ? (§. 108. n. 3.) und verſuche in Gedancken durch die multiplication und ſubtraction, ob der quotient derſelben könne der quotient des gantzen diviſoris bleiben. (§ 108. n. 4.).

3. Kann er es bleiben: ſo ſetze den quotienten an ſeinen Ort/ und multiplicire damit jeden Grad des diviſoris von der lincken gegen die rechte durch / und indeß ziehe die Summe eines jeden Grads von der über ihm und zur lincken ſtehenden Grad (ſo einer vorhanden) ab/ ſtreich alles aus/ was abgethan/ und eines jeden Grads Reſt ſetze grade über ihn (§. 108. n. 5.).

4. Kann ers nicht bleiben: ſo nimm ſo lange 1 weniger zum quotienten/ und verſuche mit jedem/ ob er es ſeyn könne/ bis es angehet (§. 108. n. 8. 9.). und ſo denn verfahre wieder wie hier n. 3.

5. Schreibe den diviſorem üm einen Grad des dividendi weiter/ ſo daß der letzte Grad des diviſoris unter demſelben / die andern aber nach der Ordnung weiter gegen die lincke zu ſtehen kommen. (§. 108. n. 6). und verfahre nach Befinden/ wie hier n. 2. 3. 4.

6. Fahre damit fort bis kein Grad des dividendi mehr übrig iſt / und wo zuletzt ein Reſt bleibt: denſelben ſetze hinter den quotienten Bruchweiſe hin. (§. 109. n. 3).

Der Erweiß. §. 111. Der Erweiß ſo wohl von der letzten Regul §. 110. als von der vorigen §. 107. beſtehet darinn. Der quotient ſoll anzeigen/ wie oft der diviſor in dem dividendo ſtecke §. 77. Nun ſucht und bemercket man/ vermöge der Aufgaben/ wie oft der gantze

divi-

diviſor in einem jeden Grad des dividendi (von dem höchſten bis zum niedrigſten) ſtecke. Folglich bringt man nach den gegebenen Reguln den verlangten quotienten heraus / und ſind ſie alſo richtig.

§. 112. Exempel zur Ubung mit mehr Figuren.

dividendus,		divisor,		quotiens,
1. 38427582	mit	51	fac.	753482
2. 16168344	-	43	-	376008
3. 43561960	-	65	-	670184
4. 27804010	-	85	-	327106
5. 82700	-	250	-	$330\frac{200}{250}$
6. 5721	-	430	-	$13\frac{131}{430}$
7. 610640406	-	831	-	734826
8. 4503476982	-	487	-	9247386
9. 27813996714	-	7483	-	3716958
10. 56328421626	-	9258	-	6084297

Der Erſten SECTION
Sechſtes Capittel.
Anhang zu den Specien Von der Probe derſelben.
1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 113.

Durch die Probe verſtehen wir/wenn man unterſuchet oder darthut/ daß man in einem gewiſſen Exempel nach der Regul einer gewiſſen Aufgabe / richtig operiret / und die verlangte Zahl herausgebracht habe (Vorber. §. 33.).

Anm. 1. Bißweilen nennt man auch das eine Probe/ wenn man auf eine andere Weiſe darthut/ daß eine gewiſſe Regul richtig ſey / welches ordentlich durch den Erweiß geſchicht. (Vorber. §. 33. a. 1.). Z. E. Wenn einer in der vortheilhaften Art durch einen Erweiß nicht zu bedeuten wåre / daß der Vortheil richtig ſey: ſo låßt man ihn wohl zur Probe ein Exempel nach der gemeinen Art machen / daß er ſehe/ es komme eben das heraus.

Anm. 2. Die Nothwendigkeit und der Nutzen der Probe / ingleichen die Unbequemlichkeit der gemeinen Arten iſt bereits oben über-

überhaupt angezeiget worden (Vorber. §. 33. a.3) und hiebey zu wiederhohlen.

Anm. 3. Daß man die Proben bis hieher verſpart/iſt unter andern auch darům geſchehen/ weil eine Species durch die andere probirt wird/ daher man die andere nothwendig vorher auch wiſſen můſſen.

§. 114. Folglich ſind ſo viel Proben nǒthig und mǒglich/ als Aufgaben und Regeln vorkommen. Weil aber die 5 Species der Grund zur gantzen Arithmetic ſind/das ůbrige aber nur eine application derſelben iſt/(Vorber. §.25.): ſo kann man ſich damit begnůgen / wenn man nur die Species zu probiren weiß. damit man aber doch es in der application einiger maſſen ůbe/ſo wollen wir nach der Regul de Tri auch noch von der Probe derſelben kůrtzlich gedencken.

§. 115. Eine Probe iſt eigentlich nur nǒthig/ wo man wiſſen wil / ob man die verlangte Zahl richtig herausgebracht habe (§. 113). Folglich bedarf man in der numeration keine (Vorber. §. 22.). hingegen werden wir noch die Probe 1. der addition, 2. der ſubtraction, 3. der multiplication 4. der diviſion zu ſehen haben.

II. Aufgaben.

§. 116. Ein Additions - Exempel pfleget ſonderlich auf zweyerley Weiſe probirt zu werden. 1. durch die ſubtraction 2. durch wegwerfung der 9. Z. E. wollen *Probe der addition.*

wir das oben (§. 39.) ausgearbeitete Exempel vornehmen/und es auf beyderley Arten probiren.

Erſte Art.

1. Setze den unterſten addendum D. unter die Summe/ und ſubtrahire ihn von derſelben/ bleibt 7436.

2. Unter dieſen Reſt ſetze den addendum C. und ſubtrahire ihn davon/ bleibt noch 7304.

3. Unter dieſen Reſt ſetze noch den addendum B. und ſubtrahire ihn/ ſo bleibt noch 3233.

4. Darunter ſetze den addendum A. und ſubtrahire ihn. ſo bleibt nichts ſtehet alſo:

Anm. 1. Der Erweiß iſt dieſer. In der addition ſetzet man einen addendum zu dem andern/ und bringet dadurch eine Summe heraus/ die allen gleich iſt (§.28.). Durch die ſubtraction nim̃t man hier einen addendum nach dem andern von der Summe wieder hinweg. Wenn alſo richtig addiret iſt/ (und NB auch richtig ſubtrahiret wird) ſo muß durch Abzug aller addendorum die Summe grade aufgehen. Denn bliebe etwas übrig/ ſo wäre die Summe gröſſer/ als alle addendi

A.	3233
B.	4071
C.	132
D.	6631
	14.067
D.	6631
	7436
C.	132
	73.04
B.	4071
	3233
A.	3233
	0000

zuſam-

zuſammen genommen: hingegen wenn der letzte Reſt kleiner wäre/ als der letzte addendus, daß dieſer nicht könnte davon ſubtrahirt werden: ſo wäre ſie kleiner als alle addendi zuſammen genommen/ und folglich in beyden Fällen nicht recht operirt.

Anm. 2. Die Probe iſt demnach wohl richtig: aber in praxi nicht practicable, denn 1. ſie iſt zu weitläuftig. Wenn würde man mit der Probe fertig werden/ wenn man eine Rechnung von etlichen Blättern addirt hätte? 2. Wer iſt mir gut davor/ daß ich nicht in der ſubtraction der addendorum, und alſo in der Probe/ ſo wohl fehle/ als in der addition derſelben/ ja daß ich nicht in beyden zugleich fehle. Wenn daher die Summe nicht grade aufgeht: wer ſagt mir/ ob der Fehler im addiren oder im ſubtrahiren/ oder in beyden ſtecke? und alſo muß ich doch von vorn wieder anfangen. Thut man alſo nicht viel geſcheuter/ daß man nur gleich das Exempel noch 1 oder 2 mahl wieder nach addirt, &c. (wie Vorb. §. 33. a. 2. geſagt).

Anm. 3. Sonſt kann man noch dreyerley dabey mercken. 1. Es gilt gleich viel/ man fängt beym erſten addendo an/ und ſchreitet von einem zum andern/ bis zum letzten/ oder fängt vom letzten an/ wie hier geſchehen. 2. Es iſt nicht nöthig, daß man alle addendos ſubtrahirt, ſondern kann einen übrig laſſen. Denn wenn

wenn der dem Reſt von der vorigen gleich iſt: ſo verſteht ſichs von ſelbſt/ daß die Summe würde nach Abzug deſſelben grade aufgehen (§. 45). Iſt er aber gröſſer oder kleiner/ ſo iſt entweder unrecht addirt, oder probirt. 3. Man hat nicht nöthig/ die addendos allemahl unter den Reſt herab zu ſchreiben/ ſondern kann ſie oben ſtehen laſſen/ nur muß man ſo denn deſto behutſamer ſeyn/ daß man ſich nicht irre/ und den Reſt ſubtrahire/ oder in einen unrechten addendum hineingerathe.

Anm. 4. Zur Ubung kann man einige von obigen Exempeln (§. 41.) probiren laſſen.

Andere Art.

1. Mache zur Seiten des Exempels ein (x) oder einen Strich (—)

2. Zähle die gültigen Zahlen der addendorum nach ihrem Werth vor ſich ohne Abſicht auf ihre Stelle (es ſey von oben oder unten/ von der rechten oder lincken) alſo durch/ daß/ wenn du 9 zuſammen addirt, du wieder von neuen anfangeſt. Wenn du damit fertig: ſo ſchreibe in die oberſte öffnung des x, oder über die Linie/ was zuletzt über 9 da iſt. Z. E. In obigen Exempel bleibt zuletzt nichts über 9/ alſo ſetze eine null hin.

3. Thue deßgleichen mit der Summe/ nur daß du/ was über 9 bleibt/ unter das Creutz oder Linie ſetzeſt.

4. Wenn

4. Wenn nun von beyden gleich viel bleibt/ wie hier/ ſo iſt das Exempel richtig/ ſtehet alſo:

A.	3233
B.	4071
C.	132
D.	6631
	14067

0 ✕ 0 0 oder 0/0

Anm. 1. Der Erweiß iſt lang und ſchweer/ doch curieux. Wenn die Summe eines Grads über 9 kömmt: ſo ſetzt man die zehner gegen die lincke/ und die einer läßt man in demſelben Grad (§ 139. n. 5). und läßt alſo ſo viel neunen weg/ als man zehner zu dem folgenden Grad bringt. Die Zahl der zehner aber mit den einern / die man hinſchreibt / machen ſo viel aus/ als an der Summe noch fehlt/ wenn man ſo viel neunen zuſammen nimmt/als man wegläſſet. Z. E. Die Summe eines Grads wäre 23. da ſetzt man 3 vniteten in denſelben und die 2 zehner in den folgenden Grad/ und läſſet 2 neunen weg. Die beyden neunen ſind 18/die 2 zehner und 3 einer addirt ſind 5. 5 und 18 ſind 23. Demnach müſſen die gültigen Zahlen (oder die decades und vniteten/ die man hingeſchrieben) der Summe (ohne Abſicht auf ihre Stelle) zuſammen addirt, ſo viel ausmachen/als die übrigen Zahlen der addendorum,wenn man in dieſen auch erſt ſo viel neunen weggeworffen / als in der Summe

aus-

ausgelaſſen ſind. und folglich/ wenn man die übrigen Zahlen der addendorum, und auch die gültigen Zahlen der Sum̄e zu lauter 9 machet: ſo müſſen oben ſo viel als unten ſeyn, und nach Abzug derſelben oben ſo viel als unten übrig bleiben. Nun aber da man alle 9 in den addendis wegwirft; ſo wirft man nicht allein die (oder ſo viel) weg/ als in der Summe ausgelaſſen ſind/ ſondern auch die/ und ſo viel/ als noch in der Summe wircklich ſtehen; und bleibt alſo nothwendig von den addendis und der Summe nach Abzug aller neunen einerley übrig/ wo man recht addiret hat.

Anm. 2. Die Probe iſt alſo/ wie der Erweiß zeiget/ ſehr curieux und richtig/ und hat dem erſten Erfinder wohl ſehr viel nachdenckens gekoſtet: aber ſie iſt auch nicht practicable. denn 1. ſie iſt ſehr weitläuftig 2. es iſt eben ſo leicht/ daß man in wegwerffung der 9/ als in der addition ſelbſt irre. und 3. die Wahrheit zuſagen/ man kan ſich nicht darauf verlaſſen Zwar wenn das Exempel richtig iſt: ſo muß ſie allemahl zutreffen/ laut des Beweiſes. allein nicht allemahl wenn ſie zutrifft/ iſt auch das Exempel richtig/ daß man doch durch die Probe wiſſen will. denn man kann die Zahlen verſetzen. Z.E. an ſtatt 14067/ nimm 14076/ oder 41067 ꝛc. oder gar mit andern verwechſeln. Z. E. an ſtatt 14067/ nimm 2367 oder 30771/ꝛc. und die Probe wird doch zutreffen.

Anm.

Anm. 3. Damit man ſonderlich dem letzten Fehler abhülffe: ſo hat man noch dis dazu gethan. 1. Man rechnet an/ wie viel man neunen bey der Sum̃e weglaſſe/und addirt die/ſo in der Summe ſtehen dazu/und bemerckt, was übrig iſt. 2. Man zählet nach/wie oft man 9 in den addendis wegwerffe / und was übrig bleibt. Wenn nun ſo viel neunen unten / als oben / ſind/und gleich viel übrig: ſo hält man das Exempel für richtig. Es hilft etwas/ aber nicht völlig / und iſt dazu noch weitläufftiger.

§. 117. Ein Subtractions - Exempel pfleget auch, auf zweyerley Art probiret zu werden. 1. durch die addition, 2. durch wegwerffung der 9. Z. E. wollen wir das oben §. 55. ausgearbeitete Exempel nehmen. Probe der ſubtraction.

Erſte Art.

1. Mache einen Strich unter dem Reſt.

2. Addire den ſubtrahendum und den Reſt zuſammen.

3. Wenn das integrum heraus kömmt; ſo iſt das Exempel richtig/ſtehet alſo:

300425
21364
279061
300425

Anm. 1. Der Erweiß iſt. Der ſubtrahendus und der Reſt zuſammen genommen/ ſind dem integro gleich (§. 47): wenn demnach durch die addition des ſubtrahendi und des Reſtes eine Summe kömmt/

kömmt/ ſo dem integro gleich: ſo iſt das Exempel richtig.

Anm. 2. Dieſe Probe iſt richtig leicht und kurtz/ und kann daher wohl beybehalten werden. Man hat aber nicht eben nöthig/ eine Linie zu ziehen/ und die Summe drunter zu ſetzen/ ſondern kann gleich in Gedancken addiren / und jeden Grad der Summe gegen des integri Grad/ der drüber ſteht/ halten.

Anm. 3. Zur Ubung kann man einige von obigen Exempeln nehmen. (§. 57).

Die andere Art.

1. Wirf in dem integro immer 9 weg/ und was übrig bleibt ſetze zur Seiten hin/ wie in der andern Art beym addiren (§. 116.).

2. Thue eben das mit dem ſubtrahendo und dem Reſt.

3. Bleibt in beyden gleich viel übrig: ſo iſt die operation richtig geweſen/ ſtehet alſo:

300425			5
21364	5	oder	X
279061	5		5

Anm. 1. Der Erweiß iſt aus dem Erweiß der andern Art beym addiren (§. 116.) abzunehmen/ wenn man nur merckt/ daß der ſubtrahendus und der Reſt als die addendi, das integrum aber als die Summe anzuſehen ſey. Mehr will ich kürtze wegen davon nicht ſagen.

Anm.

Anm. 2. Die Probe iſt kurtz genug/ kann aber auch triegen / wie (§. 116. a. 2.).

§. 118. Ein Multiplications-Exempel pflegt man ordentlich und am beſten durch die diviſion zu probiren. Z. E. nehmen wir das oben (§. 73.) ausgearbeitete Exempel. Verfahre alſo: Probe der multiplication.

1. Nimm die Summe zum dividendo und den multiplicantem zum diviſore an.

2. Dividire jenen durch dieſen / ſo muß der multiplicandus zum quotienten kom̃en/ſtehet alſo:

```
      1
 180429 | 60143
 333333 |
```

Anm. 1. Der Erweiß iſt. die Summe hålt den multiplicandum ſo oft in ſich / als der multiplicans vniteten hat (§. 58) Folglich ſteckt hinwiederum der multiplicandus ſo oft in der Sum̃e/ als der multiplicans vniteten hat. Wenn man demnach die Summe durch den multiplicantem dividirt: ſo iſt der quotient eine Zahl / die ſo oft in dem multiplicante ſteckt / als der multiplicans vniteten hat/ und alſo dem multiplicando gleich/ wenn recht operirt geweſen.

Anm. 2. Dieſe Probe iſt zwar richtig: aber iſt 1. weitläuftiger und 2. ſchweerer/ als wenn man das Multiplications-Exempel ſelbſt noch einige mahl wieder nachrechnete. Denn die diviſion iſt die ſchweerſte ſpecies (§ 77. a. 6.).

Anm. 3. Man hat auch eine Art mit wegwerfung

der 9 zu probiren: aber ſie iſt/ eben wie ſonſt/ vielen Schwierigkeiten unterworffen / daher wir ſie gar übergehen.

Anm. 4. Zur Ubung kann man einige von obigen Exempeln (§ 76.) nehmen.

Probe der diviſion. §. 119. Ein Diviſions-Exempel wird ordentlich und am beſten durch die multiplication probirt. Z. E. Nimm obiges Exempel (§. 104). verfahre alſo:

1. Nimm den quotienten zum multiplicando, und den diviſorem zum multiplicante an.

2. Multiplicire jenen durch dieſen.

3. Iſt die Summe dem dividendo gleich: ſo iſt recht operirt geweſen/ ſtehet alſo:

Anm. 1. Der Erweiß iſt aus obigen (§. 118.	10067	quotient
	2	diviſor
a. 1.) leicht zu begreif-	20134	dividendus

fen/weil nur alles umgekehrt iſt.

Anm. 2. Dieſe Probe hat ihre Richtigkeit/ und weil ſie leichter iſt / als die diviſion ſelbſt zu wiederhohlen (§. 77. a. 6.): ſo kann man ſie wohl beybehalten.

Anm. 3. Man hat hier ſonſt auch eine Probe durch wegwerffung der 9/ aber es gilt von ihr auch/ was (§. 118. a. 3.) geſagt.

Anm. 4. Zur Ubung nehme man einige Exempel aus (§. 107. und §. 112.).

Ende der erſten Section.

Des erſten Abſchnitts
Andere SECTION,
Von den Speciebus mit unterſchiedenen Sorten in gantzen Zahlen.
Das erſte Capittel.
Von unterſchiedenen Sorten in gantzen Zahlen überhaupt/ Und von der NUMERATION inſonderheit.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 120.

Exempel mit unterſchiedenen Sorten in ganzen Zahlen ſind/ da und ſo fern man zugleich mit ganzen Zahlen/ von unterſchiedener Benennung zuthun bekömmt/ welche ſich ihrer Gültigkeit nach als Gantze und Theile von ſolcher Art gegen einander verhalten/ die durch Zuſammenſetzung und Zerlegung in einander können oder müſſen verwandelt werden.

Was Ex. mit unterſchiedenen Sorten in ganzen Zahlen?

Anm. 1. Es werden in dieſer definition die Exempel von unterſchiedenen Sorten in ganzen Zahlen unterſchieden/ 1. Von Exempeln mit einer Sorte in gantzen Zahlen. 2. Von Exempeln mit unterſchiedenen Sorten in

gebrochenen Zahlen. Und bey beyden wird 3. vorausgeſetzt, der Unterſcheid zwiſchen Exempeln mit einer und unterſchiedenen Sorten überhaupt. Von dem letztern iſt bereits etwas geſagt (Vorber.§. 10.) / wird aber in der tractation von ſelbſt immer deutlicher werden. Der andere Unterſcheid ſteckt in den Worten mit ganzen Zahlen/man wird ihn aber in der andern Section des andern Abſchnitts erſt völlig und am beſten begreiffen können. Hier aber iſt nun noch von dem erſten Unterſcheid mit mehrern zu gedencken.

Anm. 2. Es iſt aber überhaupt zu mercken/ daß man den Unterſchied unter Exempeln mit einer und unterſchiedenen Sorten ſonderlich in ſo fern gebraucht/als die letztern in der operation etwas beſonders erfodern/das in den erſtern nicht nöthig iſt/und zwar hauptſächlich in Abſicht auf die theorie oder Unterweiſung/ daß man die Lernenden von Stuffen zu Stuffen weiter führe/ weil ſie ſonſt/ ſonderlich in der practiſchen Art leicht confus werden / wo man es in einander menget. Daher wir es nicht allein in ganzen Zahlen/ ſondern auch in Brüchen: und in beyden nicht allein in den Specien/ ſondern auch in der Regul de Tri zu beobachten für nöthig und nützlich erkennen.

Anm. 3. Wenn man nun den Unterſcheid zwiſchen Exempeln von einer und unterſchiedenen Sorten in ſolcher Abſicht bemercken will: ſo

ſo kömmt es hauptſächlich auf zwey Puncte an/ nemlich daß man in Exempeln von unterſchiedenen Sorten zugleich zu thun habe 1. mit Zahlen von unterſchiedener Benennung/ und zwar 2. von ſolcher unterſchiedenen Benennung/ die ſich ihrer Gültigkeit nach als gäntze und Theile gegen einander verhalten. Denn ſo lange man nur zu thun hat/ 1. mit Zahlen von einer Benennung / oder 2. doch nur von ſolcher unterſchiedenen Benennung / die ſich nicht als Gantze und Theile gegen einander verhalten : ſo lange bedarf man weiter nichts zu wiſſen/ als was in den Exempeln von einer Sorte geſaget wird/und daher werden ſie mit einander Exempel von einer Sorte genannt. Man pflegt ſich ſonſt gern darinn zu verirren/ daß man denckt/Exempel von einer Sorte wären ſolche / darinn man nur mit Zahlen von einer Art oder Benennung zu thun hätte, und hingegen Exempel von unterſchiedenen Sorten/ darinn man mit Zahlen von unterſchiedener Art oder Benennung zu thun bekomme. Allein wir haben bereits oben gehört/ daß auch in Exempeln mit einer Sorte können Zahlen von unterſchiedener Art und Benennung ſtehen (§ 62. a. und 84 a.)/ und werden es noch ferner ſehen. Es kömmt alſo darauf an / daß die Zahlen von ſolcher unterſchiedenen Benennung ſind/ die ſich als gantze und Theile gegen einander verhalten. Sol-

che confuſion aber hat meiſtens noch dieſe zum Grunde/ daß man Zahlen von unterſchiedenen Sorten und unterſchiedener Art ſchlecht hin für eins hält/ zumahl da ſie im lateiniſchen einen Nahmen haben/ und numeri heterogenei heiſſen. Wie fern aber Zahlen von unterſchiedenen Sorten heterogenei ſind oder nicht/ wird ſich zu ſeiner Zeit im folgenden beſſer erklären laſſen.

Anm. 4. Sonſt iſt noch zu mercken/ daß geſagt worden/ Gantze und Theile von ſolcher Art/ die ſich in einander verwandeln laſſen. Denn das hat die operation in Exempeln von unterſchiedenen Sorten vornehmlich beſonders/ daß man bald gantze in Theile, bald Theile in gantze verwandeln muß. Dieſes alles / und warüm noch dis und jenes in der definition ſtehe/ wird ſich in folgenden nach und nach von ſelbſt weiter aufklären.

Was unterſchiedene Sorten ihrer Natur nach ſind?

§ 121. Solche unterſchiedene Sorten ſind ihrer Natur nach gewiſſe willkührlich angenommene Begriffe (a)/ darunter man ſich insgemein/ ſonderlich im Handel und Wandel / die quantität (b) und den Werth der Dinge deutlich vorzuſtellen pflegt. Denn Handel und Wandel beſteht vornehmlich darinn / daß einer dem andern eine gewiſſe quantität Waaren liefert/ und der andere ihm den Werth derſelben erſetzet. Man kann aber weder die quantität noch den

Werth der Dinge ſich ſelbſt oder andern diſtinct vorſtellen / wo man nicht einen gewiſſen ſchon bekannten Begriff (der quantität oder des Werths einer andern Sache) annimmt / und noch ſelbigem die quantität und den Werth der gegenwärtigen Sache ausdrucket. Dergleichen Begriff aber pfleget man überhaupt ein Maaß (c) zu nennen/ und wenn man darnach die quantität oder den Werth einer andern Sache abnimt/ das nennet man Meſſen. Z. E. Der Käuffer verlangt eine gewiſſe quantität Tuch/er kann aber den Verkäuffer nicht bedeuten / wie viel er haben wolle/ er nehme denn ein gewiſſes Maaß an/ das beyden bekannt iſt/ Z. E. er ſpräche 30 oder 40 Ellen. Der Verkäuffer will den Werth dafür wieder haben / er kann aber den Käuffer nicht bedeuten/ wo er nicht auch ein Maaß deſſelben annimmt/ das beyden bekannt iſt. Z. E. er ſagt für die Elle 2/ 3/ 4 Thlr.

Anm. 1. (a) Man hat ſich nothwendig über gewiſſe Begriffe vergleichen müſſen / die man durchgehends gebrauchen wolle. denn ob man gleich allerley zum Maaß annehmen kann: ſo würde man doch ſchwerlich bey allen Fällen etwas finden/ das es diſtinct vorſtellte/oder das beyden gleich bekannt wäre. Z. E. Der Käuffer könnte zu dem Verkäuffer ſagen / er wollte ſo viel haben/ als er neulig bekommen / oder als zu einem Kleide gehörte ꝛc. da wäre im erſten Fall das neulig geholte/ im andern

aber das Kleid das Maaß. Aber ein jeder ſieht/ daß das etwas ungewiſſes und weitläufftiges ſey. Daher hat man einen allgemeinen Begriff annehmen müſſen/ damit man alle quantiteten Tuch bedeuten könnte.

Anm. 2. (b) Ich nehme das Wort quantität hier nicht im engern Verſtande/ daß es allein die Gröſſe eines Cörpers in die länge / breite und dicke bedeutet, (wie es alſo beſonders in der geometrie genommen wird) : ſondern im weitläufftigern Verſtande/wie es im gemeinen Leben gewöhnlich iſt / und begreiffe darunter nicht allein die Gröſſe / ſondern auch die Schweere/die Menge der Dinge ꝛc. Z. E. Man ſagt eine quantität Zinn/ Bley/ in Abſicht auf das Gewicht/eine quantität Pappier / in Abſicht auf die Menge u. ſ. w.

Anm. 3. (c) Dieſen allgemeinen Begriff des Maaſſes und des Meſſens hat man wohl zu mercken/ weil wir ihn noch oft gebrauchen werden. Sonſt nennt man das inſonderheit ein Maaß/ wodurch man ſich den Raum/ den die Cörper einnehmen/ vorſtellet (§. 122.).

Anm. 4. Weil man die Nahmen ſolcher angenommenen Begriffe ordentlich pfleget neben die Zahlen zu ſchreiben : ſo iſt das wohl die Urſach mit/ daß man gemeiniglich die Exempel von unterſchiedenen Sorten pflegt Exempel in benañten Zahlen/und die von einer Sorte Exempel in unbenannten Zahlen zu nennen.

Allein benannte und unbenannte Zahlen (lat. numeri determinati & indeterminati) haben ſonſt einen **weitern** Verſtand/ ſo daß überhaupt alle Zahlen/ welche eine gewiſſe Art vniteten andeuten/ benannte Zahlen ſind/ ob ſie gleich nicht zu ſolchen angenommenen Begriffen gehören/ Z. E. 3 Kugeln. und dennoch machen auch ſolche benannte Zahlen/ die einen angenommenen Begriff bedeuten/ nicht einmahl allezeit Exempel von unterſchiedenen Sorten aus/ wie wir bereits geſehen haben/ und noch ſehen werden. **Unbenannte** Zahlen aber ſind alle Zahlen/ die keine gewiſſe Art vniteten andeuten/ ſondern die man noch nennen kann wie man will. Z. E. Die meiſten in den ſpeciebus mit einer Sorte angeführte Exempel zur Ubung haben keinen Nahmen/ man kann ſie nennen wie man will/ Thlr. Centner/ Gulden/ Pfund ꝛc. ob wohl manche bey dieſen Wörtern noch tieffer gehen.

Daß verſchiedene Arten der angenommenen Begriffe.

§. 122. Demnach haben wir überhaupt zweyerley Arten ſolcher angenommenen Begriffe. Die erſte Art iſt, dadurch man ſich die quantität/ und die andere/ dadurch man ſich den **Werth** der Dinge deutlich vorſtellet. Dieſe nennt man mit einem Worte **Müntzen** oder **Müntz-Sorten**/ jene aber ſind wieder unterſchieden/ nach der unterſchiedenen **Beſchaffenheit** der Dinge/ deren quantität man ſich vor-

vorſtellen ſoll. Nemlich die quantität 1. **einiger** Dinge ſtellet man ſich vor nach ihrer **Schweere**/ 2. **einiger** nach ihrem Umfang oder **Raum**/ den ſie einnehmen/ 3. **einiger** nach ihrer **zahlbaren Menge**/ 4. **einiger** nach ihrer **Daurung** oder **Zeit**. Zu jeder Art hat man nun auch beſondere Begriffe angenommen. 1. die/ welche die Schweere vorſtellen/ heiſſen mit einem Worte das **Gewicht**/ 2. die/ welche den **Raum** vorſtellen/ mit einem Worte das **Maaß** (im engern Verſtande §. 121. a. 3.)/ 3. die/ welche die **zahlbare Menge** vorſtellen/ mögte man mit einem Worte **Hauffen** nennen. Z.E. ein Schock/ ein Decher.2c. 4 die/ welche die **Zeit** vorſtellen/ mögten wohl heiſſen das **Zeit-Maaß**.

Anm. Von allen dieſen Arten wird man nähere Nachricht finden in der im Anhange dieſes erſten Buchs n. 8. befindlichen Tabelle/ von der Gültigkeit der unterſchiedenen Sorten/ welche man nunmehro zu conferiren hat.

Wie dieſe Arten zu unterſcheiden? §. 123. Eine jede ſolcher Arten der angenommenen Begriffe/ wollen wir eine Claſſe nennen: und werden wir alſo/ alles in eins gerechnet/ ſonderlich 5 Claſſen der unterſchiedenen Sorten haben. Die **erſte** hält in ſich die **Müntz-Sorten**: die **andere** das **Gewicht**: die **dritte** das **Maaß**: die **vierte** die **Hauffen**: die **fünfte** das **Zeit-Maaß**. Diejenigen **Sorten** nun/ die zu einer Claſſe gehören/ wollen wir **Sorten aus einer Claſſe** nennen/

nen, die aber nicht zu einer Claſſe gehören, Sorten aus unterſchiedenen Claſſen.

Anm 1. Weñ man es genau nehmen will: ſo kann und muß man aus der dritten Claſſe wenigſtens drey Claſſen machen. Denn man mißt ihrem Raum nach ab 1. Zuſammenhangende Cörper / durch Lången-Flåchen-oder Cubic-Maaß. 2. Nicht zuſammenhangende kleine Cörper, durch gewiſſe Behåltniſſe. Z. E. Scheffel / ꝛc. 3. flůßige Cörper auch durch gewiſſe Behåltniß. Z. E. Faß, Kannen, ꝛc. (ſiehe die angeführte Tabelle). So wåre auch bey andern noch manches zu erinnern, wir haben aber endlich daran genug.

Anm. 2. Dieſe benannte Haupt-Claſſen der Sorten ſind gantz allgemein und gehen durch alle Oerter und Lånder / wo Handel und Wandel getrieben wird. Denn man gebraucht überall Müntze, Maaß, Gewichte, u ſ. w.

§. 124. Wenn man Sorten aus unterſchiedenen Claſſen gegen einander hålt, Z E. Thaler aus der erſten, und ein Pfund aus der andern oder eine Elle aus der dritten Claſſe: ſo wird man durchgehends befinden, daß ſie ihrer Gültigkeit nach gar keine Verwandſchaft mit einander haben / und daher auch ſchlechterdings nicht als Gantze und Theile gegen einander können angeſehen werden. Denn der

Daß Sorten aus unterſchied. Claſſen nicht hieher gehören.

der Begriff von einem Theil bringet mit ſich/ daß etwas vorhanden ſey; welches zum Begriff des gantzen gehöre (Vorber. §. 5.) daß/ wenn noch etwas gewiſſes dazu kommt/ oder er ſelbſt noch ein oder etliche mahl genommen wird/ ſo viel vorhanden ſey / als zum völligen Begriff eines Gantzen nöthig iſt. Solches aber iſt bey Dingen von gantz unterſchiedener Art unmüglich. Z. E. Es ſage mir einer/ welches iſt unter beyden das Gantze und welches der Theil/ die Elle oder der Thaler? it. wie viel Thaler muß man haben/ oder was und wie viel muß man dazu legen / daß eine Elle daraus werde? oder wie viel Ellen muß ich haben / daß ein Thaler oder Pfund daraus werde? u.ſ.w. Und daher können vermöge der oben gegebenen definition (§. 120.) Sorten aus unterſchiedenen Claſſen keine Exempel von unterſchiedenen Sorten ausmachen.

Anm. 1. Solche Dinge/ darunter die eine nicht ſo groß/ oder gröſſer werden kann / als die andere/ man mag ſie ſo oft zuſammen nehmen als man will/(wie hier Ellen und Thaler oder Pfund/) werden ſonſt quantitates heterogeneæ (gröſſen von unterſchiedener Art) genannt. Hingegen diejenigen heiſſen quantitates homogeneæ, (gröſſen von einer Art/) darunter die eine ſo groß oder gröſſer werden kann / als die andere/ wenn man ſie etliche mahl zuſammen nimmt. Wenn aber

aber eins ſo groß iſt oder wird / als das andere: ſo heiſſen es quantitates æquales, (gleiche gröſſen); und daher müſſen dieſe nothwendig auch eben ſo wohl homogeneæ ſeyn, als die vorigen.

Anm. 2. Es iſt die Rede jetzo davon nicht / ob die Elle an ſich / oder die durch die Elle gemeſſene Sache nicht könne einen Thaler koſten / oder ein Pfund wiegen / welches wohl müglich / aber auch nicht einmahl allgemein und alſo ungewiß iſt: ſondern ob aus dem Begriff einer Elle als eines Längen-Maaſſes / könne der Begriff eines Thalers als einer gewiſſen Müntze / oder eines Pfundes als eines Gewichts heraus kommen / welches unmüglich iſt.

Anm. 3. Es iſt die Meinung nicht / als könnten Sorten aus unterſchiedenen Claſſen nicht in einem Exempel von unterſchiedenen Sorten mit vorkommen / welches oft / ja in der Regul de Tri meiſtentheils geſchicht: ſondern daß ſie vor ſich kein Exempel von U. S. ausmachen können / und daß ein Exempel von U. S. nicht darüm ein ſolches iſt, weil ſie mit darinn vorkommen / ſondern weil unterſchiedene Sorten aus einer Claſſe darinn ſtehen. Z. E. Man ſagte 1 Pfund kömmt 6 Thlr. was kommen 50 Pfund? da ſind Pfund und Thlr. aus unterſchiedenen Claſſen / und es iſt doch kein Exempel von U. S. hingegen wenn ich ſage

1 Pfund

1 Pfund kömt 7 Thlr. was kommen 30 Pfund und 16 Loth? ſo iſt es ein Exempel von U.S. weil Pfund und Loth darinn ſtehen.

Daß die Sorten einer Claſſe nicht einerley.

§. 125. Was die **Sorten aus einer Claſſe** anbetrifft, ſo iſt davon überhaupt noch zweyerley zu bemercken I. daß man **überall** in jeder Claſſe **verſchiedene Sorten** angenommen habe / nemlich **gröſſere** und **kleinere** / weil man ſich bald eine groſſe bald eine kleine quantität / bald einen groſſen bald einen kleinen Werth vorzuſtellen hat. Daß aber gleichwohl II. man nicht **überall einerley** (gleich **viel** / oder gleich **groſſe**) Sorten angenommen / ſondern / weil ſie **willkührlich** ſind (§. 121.) / an einem Ort dieſe / an einem andern andere / an einem Orte ſo viel / an dem andern ſo viel erwählet habe. Daher ſich denn ein jeder zuförderſt diejenigen Sorten aus jeder Claſſe bekannt zu machen hat / die ſeines Orts gewöhnlich ſind / und denn auch diejenigen / die an ſolchen Orten gebräuchlich / wo er etwa Handel und Wandel zu treiben nöthig hat. Jene nennt ein ſolcher **einheimiſche** / dieſe aber mit einem Wort **fremde** oder **ausländiſche Sorten**.

Anm. 1. Was demnach einem **einheimiſche** ſind / das ſind einem andern **fremde** Sorten / und was einem **fremde** ſind / das ſind einem andern **einheimiſche**: weil ihnen dieſe Benennung nicht in Abſicht auf ihre Natur ſondern

dern nur in Abſicht auf die Perſon/ die ſolche gebrauchet/ beygeleget wird.

Anm. 2. Wir nehmen in dieſem Buch diejenigen für einheimiſch an/ die in Sachſen üblich ſind/ und darauf werden auch die Exempel vornehmlich eingerichtet ſeyn. Es iſt aber/ wie wir hernach ſehen werden/ der Grund der operation in einheimiſchen und ausländiſchen einerley. Wenn man ihn daher in einheimiſchen recht faſſet: ſo wird man auch in ausländiſchen Sorten ohne Anſtoß fortkommen können / ſo bald man nur ihre Gültigkeit weiß oder höret. Man wird aber zu ſeiner Zeit auch hier die Gültigkeit der nöthigſten ausländiſchen Sorten aufgezeichnet finden.

§. 126. Wenn man nun die Sorten einer Claſſe/ (einheimiſche und einheimiſche/ oder einheimiſche und ausländiſche /) ihrer Gröſſe oder Gültigkeit noch gegen ein ander hält: ſo gibt es die Sache ſelbſt / und lehret es der Augenſchein und Gebrauch / daß ſie überhaupt als quantitates homogeneæ (gröſſen von einer Art §. 124. a. 1.) können und müſſen angeſehen werden. Denn entweder es trifft ſo zu/ daß ſie (ob gleich nicht dem Nahmen nach/ doch ihrer Gültigkeit nach einander gleich ſeyn: oder (welches am meiſten geſchicht) daß ſie einander ungleich ſeyn. Iſt nun das erſte/ ſo ſind ſie gar quantitates æquales (gleiche Gröſſen §. 124. a. 1.):

Daß Sorten einer Claſſe Gröſſen von einer Art.

Iſt

Iſt das andere/ ſo können doch die kleinern den gröſſern gleich werden. Denn wenn man auch den geringſten Begriff von einer quantität oder einem Werth annähme/ den man nur erdencken mögte: ſo muß doch derſelbige / wenn man ihn immer zuſammen ſetzet/ endlich den Begriff einer gröſſern können erreichen. Z. E. Man ſetze / man hätte einen Begriff eines Gewichts/ welches in ſeiner Schweere auch nur einem Sandkorn gleichete: ſo würde doch durch vielfältige Zuſammenſetzung deſſelben endlich das Gewicht eines Loths/ eines Pfundes/ eines Centners ꝛc. herauskommen müſſen/ und ſo auch in andern.

Daß gleiche Sorten kein Ex. von U. S. machen.

§. 127. Wenn Sorten einer Claſſe ihrer Gültigkeit nach einander gleich ſind: ſo kann eine nicht ein Theil von der andern ſeyn (denn ein Theil muß weniger ſeyn/ als das gantze/ Vorber. §. 5.) und daher können ſie vor ſich auch kein Exempel von unterſchiedenen Sorten ausmachen. Denn ſie ſind in der That eine Sorte/ ob ſie gleich nicht einerley Nahmen haben / und kann eine für die andere angenommen (Vorber. §. 32. n. 2.)/ und eine in die andere verwandelt werden / ſo bald man nur ihren Nahmen verwechſelt.

Daß ungleiche Sorten als gantze und Theile anzuſehen.

§. 128. Wenn aber Sorten einer Claſſe einander ungleich ſind/ (es ſeyen einheimiſche gegen einheimiſche/ oder einheimiſche gegen ausländiſche/):ſo können

ſie

ſie als gantze und Theile gegen einander angeſehen werden. (Denn es ſind quatitates homogeneæ §. 126. verglichen mit §.124.a.1.). Und zwar eine jede Sorte kann ein gantzes ſeyn von allen denen/ die kleiner/ als ſie ſind / und ein Theil von allen/die gröſſer als ſie ſind (Vorb. §.5.). jedoch mit dem Unterſcheid/ daß bißweilen eine kleinere Sorte alſo ein Theil iſt von einer gröſſern / daß / wenn man ſie einige mahl nimmt / ſie juſt ſo viel ausmache / als die gröſſere/die als das gantze gegen ſie angeſehen wird: bisweilen aber alſo / daß / wenn man ſie einige mahl nimmt / ſie immer entweder etwas mehr oder weniger ausmacht / als die gröſſere. In dem erſten Fall heiſſet ſie ein grader Theil/ (pars aliquota), in dem andern aber ein ungrader Theil/ (pars aliquanta). Z.E. Ein Groſchen iſt ein grader Theil von einem Thaler / denn 24 Groſchen machen juſt einen Thaler aus. Hingegen ein Gulden iſt ein ungrader Theil eines Thalers: denn nehme ich einen Gulden ein mahl/ ſo iſt er weniger / nehme ich ihn zweymahl/ ſo iſt er mehr/ als ein Thaler.

Anm. 1. Demnach kañ eine gröſſere Sorte/ die ein gantzes iſt in Abſicht auf die kleineren/ die ſie unter ſich hat/ ein Theil ſeyn in Abſicht auf die gröſſern/ die ſie noch über ſich hat: aber die gröſte Sorte unter allen iſt allein als ein gantzes anzuſehen / denn ſie hat keine mehr über ſich. Eben alſo kann auch eine

kleinere Sorte / die ein Theil iſt in Abſicht auf die gröſſern / die ſie über ſich hat / ein gantzes ſeyn in Abſicht auf die kleinern / die ſie noch unter ſich hat: aber die kleinſte unten allen iſt allein als ein Theil anzuſehen / denn ſie hat keine mehr unter ſich.

Anm. 2. Eine kleinere Sorte / die ein grader Theil iſt von dieſer gröſſern / die kann ein ungrader Theil ſeyn / von einer andern gröſſern: und umgekehrt / welche ein ungrader Theil iſt von dieſer / kann ein grader Theil ſeyn von einer andern.

Anm. 3. Die Benennung und der Begriff eines graden und ungraden Theils / (partis aliquotæ & aliquantæ) iſt ſonſt allgemein / wo man ſolche Gantze und Theile haben kann / und nicht allein bey den U. Sorten gebräuchlich / doch hat dieſer allgemeine Begriff alhier nothwendig müſſen / und bequemlich können mit angeführet und applicirt werden.

Daß U. S einer Claſſe können in einander verwandelt werden.

§. 129. Weil aber ungleiche Sorten einer Claſſe dennoch Gröſſen von einer Art ſind (§. 126.): ſo folget ferner / daß ſich auch unter denſelben eine in die andere verwandeln laſſe. Denn wie eine kleinere durch zuſammenſetzung kann einer gröſſern gleich werden: alſo auch eine gröſſere einer kleinern / wenn ſie in ſolche zertheilet wird. Man nennt aber das eine Sorte in eine andere verwandeln / wenn man

die

die eine Sorte in den Werth der andern bringt/ und ihr ſo denn auch den Nahmen der andern beyleget (a). Und zwar wenn man eine gröſſere Sorte (als ein gantzes) in eine kleinere (als ihren Theil) verwandelt; ſo nennt man es ins beſondere eine Sorte in eine andere reſolviren/ (oder mit einem Worte eine reſolution)/ Z. E. Wenn man einen Thaler zu 24 Groſchen machet: hingegen wenn man eine kleinere Sorte (als Theile) in eine gröſſere (als gantze) verwandelt; ſo nennt man es/ eine Sorte in eine andere reduciren / (oder mit einem Worte eine reduction,) Z. E. Wenn man eine Anzahl Groſchen zu Thalern macht (b).

Anm. 1. (a) Bey der Verwandelung ungleicher Sorten iſt alſo zweyerley nöthig/ 1. daß man die eine in den Werth der andern bringe/ und 2. daß man ihr den Nahmen der andern beylege. Bey verwandelung gleicher Sorten war nur das letztere nöthig / denn im Werth war eine ſchon der andern gleich (§. 127.).

Anm. 2. (b) Manche brauchen die Wörter reduction und reſolution nur/ wenn man eine gröſſere Sorte in eine kleinere verwandelt/ die von jener ein grader Theil iſt/ oder eine kleinere in eine ſolche gröſſere/ davon ſie ein grader Theil iſt. Wir aber nehmen es auch davon/ wo eine ein ungrader Theil von der an-

dern iſt. Z. E. Wenn man Gulden in Thaler/ oder Thaler in Gulden verwandelt.

Daß U.S aus einer Claſſe Exempel von U.S. machen.

§. 130. Da nun ungleiche Sorten aus einer Claſſe / es ſeyen einheimiſche gegen einheimiſche/ oder einheimiſche gegen ausländiſche / ſich als gantze und Theile gegen einander verhalten (§. 128). und auch in einander können/ verwandelt werden (§. 129.): ſo können vermöge der gegebenen definition (§. 120.), Ungleiche Sorten aus einer Claſſe mit einander Exempel von unterſchiedenen Sorten ausmachen/ es mögen einheimiſche mit einheimiſchen oder einheimiſche mit ausländiſchen ſeyn/ it. ſie mögen als gantze und grade oder ungrade Theile anzuſehen ſeyn.

Anm. Jetzo iſt die Rede davon / was aus der Natur der ungleichen Sorten flieſſe/ und daher geſchehen könne: Wo aber ſolches geſchehe/ ſolches wird in folgenden / theils aus dem gemeinen Gebrauch / theils aus der Natur der Aufgaben zu erſehen ſeyn.

Was der Gebrauch hiebey mitbringe?

§. 131. Wenn man aber auf den gemeinen Gebrauch acht hat: ſo iſt zu erſt folgendes anzumercken 1. daß man ſich die vorhabende quantität oder den vorhabenden Werth nicht mit eins an einheimiſchen und ausländiſchen Sorten zugleich vorſtellet (ob es wohl müglich wäre)/ ſondern an einheimiſchen

allein

allein/ oder an ausländiſchen allein. 2. daß man aus denſelben auf einmahl keine andere nimmt/ als die ſich als gantze und grade Theile verhalten/ mit ausſchlieſſung der ungraden Theile und zwar 3. alſo/ daß man zuerſt die gröſte unter denſelben nimmt/ die man/ und ſo lange man ſie haben kann: und/ wenn man die nicht mehr haben kann/ ordentlich (a) diejenige/ ſo unter den nach ihr folgenden kleinern/ die ein grader Theil von ihr ſeyn können/ die gröſte iſt: und wenn man die nicht mehr haben kann/ die/ ſo nach ihr noch die gröſte und ein grader Theil von ihr iſt u ſ. w. Z. E. Wenn man eine gewiſſe quantität wägen will: ſo nimmt man nicht einheimiſch und ausländiſch Gewicht zuſammen/ ſondern ordentl. einheimiſches/ und zwar 1. den Centner als die gröſte Sorte des Gewichts/ wenn man ihn haben kann/ d. i. wenn die gegebene quantität einen Centner erreichet/ und ſo lange man ihn haben kann/ es ſey 1/ 2/ 3/ oder mehrmahl. 2. Wenn man aber keinen Centner mehr haben kann: ſo nimmt man Pfund ſo lange und ſo viel man kann: 3. kann man kein Pfund mehr haben/ ſo nimmt man Loth u. ſ. f. Alſo auch in den übrigen Claſſen.

Anm. (a) Ich ſage ordentlich. Denn bißweilen überſchlägt man wohl einen oder mehr. Z. E. In dem Gewichte iſt nach dem Centner ein Stein/ der ein grader Theil von einem Centner iſt/ und doch braucht man ihn nicht

noch nach dem Centner / ſondern von den Centnern geht man gleich auf die Pfund / da muß man nun alſo acht geben auf den Gebrauch / und ſich/wie in andern Stücken / alſo auch hierinn darnach accommodiren.

Wie man das ausſpreche oder aufſchreibe? §. 132. Was man nun beym ausmeſſen angemercket hat / und wie man es angemercket: alſo pflegt man es auch nach einander auszuſprechen/oder hinter einander hinzuſchreiben/ ſo daß die gröſte Sorte voran oder zur lincken / und die kleinern immer weiter gegen die rechte zu ſtehen kommen. Eine ſolche Reihe Sorten aber / die man auf einmahl zu gebrauchen / auszuſprechen und hinzuſchreiben pflegt/ wollen wir künftig einen Satz unterſchiedener Sorten nennen. Z. E. 3 Centner 24 Pfund 3 Loth 2 Quentlein. Die Sorten eines Satzes aber wollen wir nach ihrer Ordnung alſo unterſcheiden/ daß wir die gröſſern in Abſicht auf die kleinern vorhergehende/ und die kleinern in Abſicht auf die gröſſern folgende nennen. Und zwar die nächſt vorhergehende / oder nächſtfolgende Sorte / ſoll heiſſen die unmittelbahr vorhergehende und unmittelbar folgende / die übrigen aber mit einem Worte die mittelbar vorhergehenden und mittelbar folgenden.

Anm. 1. Dieſe allgemeine Nahmen werden uns hernach zu ſtatten kommen/ daher man ſie zu mer-

mercken hat. welche Sorten aber aus jeder Claſſe unter den einheimiſchen ordentlich einen Satz zuſammen pflegen auszumachen/ und in was für Ordnung/ wird in der im Anhang n. 8. befindlichen Tabelle zu ſehen ſeyn.

Anm. 2. Man hat bißweilen in einer Claſſe mehr als einen Satz U. S. und zwar meiſtentheils alſo/ daß man den Anfang von verſchiedenen gröſſern macht / die aber hernach die kleinern zu ihren graden Theilen mit einander gemein haben. Z. E. In **Müntzen** fängt ſich ein Satz von **Thalern** / und einer von **Gulden** an/ hernach aber haben ſie **Groſchen** und **Pfenning** rc. mit einander gemein. it. Im **Gewicht** fängt ſich einer von **Centner**/ und einer von **Steinen** an / beyde aber haben Pfund / Loth/ rc. gemein. Jedoch pflegt ein Satz an dieſem/ der andere an jenem Ort/ einer bey dieſer / der andere bey jener Sache mehr gebraucht zu werden. Z. E. Nach Steinen wiegt man mehrentheils Flachs/Wolle rc. Andere Dinge aber nach Centnern. Auch darinn richtet man ſich nach dem Gebrauch.

Anm. 3. Man verſtehet durch einen Satz 1. überhaupt alle die Sorten/ die ihn zuſammen pflegen auszumachen, wenn ſie auch nicht aufgeſchrieben ſind. 2. wenn wircklich alle oder auch nur einige davon in einer Reihe aufgezeichnet ſtehen.

Anm. 4. Wenn alle Sorten beyſammen ſind / die zu einem Satz gehören / ſo wollen wir es einen vollkommenen Satz nennen, wenn aber nur etliche da ſind / einen unvollkommenen Satz. Diejenige Sorte / davon ſich ein Satz anhebet / ſoll ſchlechthin die gröſte oder höchſte Sorte eines Satzes / und die / damit er ſich ſchlieſſet / die kleinſte Sorte eines Satzes genannt werden.

Was für Sorten in einem Satz ſtehen?

§ 133. Daraus aber folget nun / daß vermöge des gemeinen Gebrauchs (§ 131.) in einem Satze U. S. 1. keine andere Sorten zuſtehen kommen / als einheimiſche allein / oder gewiſſe ausländiſche allein. 2. als ſolche gröſſere und kleinere Sorten / da dieſe grade Theile von jenen ſind. 3. daß von den kleinern nicht mehr eintzele vniteten können zugegen ſeyn / als daß zum wenigſten noch eine weniger ſey / als zur unmittelbahr vorhergehenden gantzen gehören / (denn ſonſt hätte man das gantze ſelbſt noch einmahl haben können / wieder den Gebrauch (§. 131.)

Anm. Daß alles dieſes keine andere / als Sorten einer Claſſe ſeyn können / verſteht ſich von ſelbſt, und davon iſt auch jetzo allein die Rede / und folglich auch voraus zuſetzen.

Was ähnliche und unähnliche Sätze ſind?

§. 134. Wenn man zweene Sätze U. S. aus einer Claſſe gegen einander hält / und ſie heben von einerley gröſſern Sorte an / und gehen in einerley

ley kleinern fort: ſo wollen wir ſie ähnliche Sätze nennen. Geſchicht aber das nicht: ſo ſollen ſie unähnliche Sätze heiſſen. Daraus aber iſt offenbar / I. daß es auf dreyerley Weiſe unähnliche Säze geben könne 1. wenn in einem Satze einheimiſche / u. in dem andern ausländiſche Sorten ſtehen / 2. weñ in beyden zwar nur einheimiſche oder ausländiſche von einem Ort ſind / aber die Sätze ſich doch nicht von einerley gröſſern anheben / ob ſie gleich in einerley kleinern fortgehen mögten / davon (§. 132. a. 2.) gedacht. 3. wenn in beyden zwar ausländiſche ſind / aber doch von unterſchiedenen Oertern. Z. E. in einem wären Engliſche / in dem andern Holländiſche Sorten. II. Daß ähnliche Sätze hingegen in allen den Stücken übereinkommen müſſen.

Anm. 1. Wenn beyde Sätze vollkommen ſind: ſo iſt ihre ähnlichkeit und Unähnlichkeit nach allen Stücken gleich zu erkennen. Eben ſo auch / wenn ſie unvollkommen ſind / ausgenommen in dem einen Fall / wenn in beyden ſolche kleine Sorten einer Claſſe ohne ihre gröſſere beyſammen ſtehen / die ſonſt zweenen unterſchiedenen gröſſern gemein ſind. Z. E. man hätte in 2 Sätzen Pfund und Loth / daraus könnte man vor ſich nicht erkennen / ob beyde ſollten als Theile von Centner / oder von Steinen angeſehen werden / ſondern man müſte

es aus andern Umſtänden errathen / wenn etwas daran gelegen iſt (§.132 a.2.).

Anm. 2. Die Rede iſt jetzo wieder nicht von Sorten unterſchiedener/ſondern einer Claſſe. Wenn aber zwoo Sätze U. S. aus unterſchiedenen Claſſen vorkommen und zu unterſcheiden ſind/ mögen ſie ſchlechthin/ Sätze aus unterſchiedenen Claſſen heiſſen. Gleich wie die andern alle mit einem Worte Sätze aus einer Claſſe genannt werden.

Warům und weñ man reſolvire und reducire? §. 135. Es erfodert ferner theils der gemeine Gebrauch / theils die Sache ſelbſt. I. Daß/ wenn man vermöge der operation eine gröſſere Sorte nicht behalten kann/ man ſie in kleinere/als ihre Theile/ reſolvire/ und das ſo lange/ bis man eintzele Theile davon bekommen kann: jedoch allemahl in ſolche/ die mit ihr zu einem Satz gehören. wo man aber auch die kleinſte Sorte eines Satzes nicht behalten kann / da muß und pflegt man einen Bruch daraus zu machen.

Anm. Diß geſchicht ſonderlich in der diviſion, und wo dieſe gebrauchet wird. und zwar/daß man ſie reſolvirt/ erfodert die Sache ſelbſt/ aber daß man ſie juſt in ſolche Theile reſolvirt/ das erfordert der Gebrauch: wie alles das mit mehrern aus der diviſion mit einer Sorte zu wiederhohlen iſt/ von §. 85. an/ bis 94. incl. zum Theil geſchicht das auch in der ſubtraction.

II. Daß / wenn man eine ſo groſſe Anzahl vniteten einer kleinen Sorte hat / daß ſie gantze ausmachen können/man ſie in gröſſere/ als gantze/ reducire/ und zwar auch allemahl in ſolche / die mit ihr zu einem Satz gehören / und ſo lange / als noch gröſſere daraus werden können / bis zur höchſten Sorte deſſelben Satzes. Bey dieſer aber beruhet man.

Anm. 1. Dis iſt in den vermehrenden Specien d.i. in der addition und multiplication (Vorb. §. 19.) möglich und nöthig. Daß man aber die Summe der vniteten einer kleinern Sorte nicht ungeändert läßt/ ſondern gantze daraus macht: geſchicht darům / weil man ſich von wenigen gantzen einen beſſern Begriff machen kann / als von vielen kleinern. Z. E. Man verſteht insgemein beſſer, was 8 Groſchen/ als 96 Pfenning ſind, it. was 12 Thaler als 288 Groſchen ſind.

Anm. 2. In kleinern Summen verſchlägt es endlich nichts/ Z. E man ſagt wohl 18 Pfenninge für 1 Groſchen 6 Pfenning. it. 30 Gr. für 1 Thlr. 6 Groſchen ꝛc. Aber das iſt nichts allgemeines / ſondern nur in gewiſſen Fällen / an gewiſſen Orten ꝛc. üblich: allein in der arithmetic nimmt man das an/ was allgemein iſt.

Anm. 3. Wenn aber in einem unvollkommenen Satz die kleine Sorte zu verſchiedenen Sätzen gehören kann (§. 134. a. 1.): ſo verwandelt man

man ſie/ in welche man will/ oder in die welche in dem Fall die gewöhnlichſte iſt (§. 132. a. 2.).

Was daraus folge? § 136. Daraus iſt nun offenbar/ daß vermöge des Gebrauchs bey Vermehrung und Verminderung gewiſſer gegebener Sorten eines Satzes / 1. andere Sorten/ (nemlich kleinere oder gröſſere/ ingleichen mehr oder weniger) entſtehen können/ als gegeben ſind. 2. aber dennoch keine andere/ als die mit den gegebenen zu einerley Satz gehören / und daß daher 3. der gegebene und der daraus entſtandene oder gefundene Satz müſſen ähnliche Sätze ſeyn.

Daß und wenn ähnliche oder unähnliche Sätze gegeben werden. § 137. Wir werden zu ſeiner Zeit ſehen/ daß es in manchen Fällen nur auf einen gegebenen Satz ankomme/ (Z. E. in der multiplication und diviſion) in manchen aber mehrere Sätze ſtatt finden/ (Z. E in der addition, ſubtraction, und Regul de Tri). Iſt nun das erſtere: ſo verſteht ſichs von ſelbſt/ daß 1. keine andere Sorten/ als welche ſich als gantze und grade Theile gegen einander verhalten / können gegeben werden / vermöge des §. 133. und daß 2. auch keine andere / als ſolche in der operation entſtehen können/ vermöge des § 136. und folglich 3. man in dem gantzen Exempel mit keinen andern Sorten zu thun habe/ als die ſich als gantze und grade Theile verhalten. Iſt aber das letztere: ſo pflegen zwar ordentlich

und am meiſten auch nur lauter ähnliche Sätze gegeben zu werden, und alsdenn hat es eben die Bewandniß/ wie in ſolchem Fall/ da nur ein Satz gegeben wird. Jedennoch aber können und pflegen auch bißweilen unähnliche Sätze gegeben zu werden / und folglich können auch in einem Exempel ſolche Sorten vorkommen die ſich als gantze und ungrade Theile / gegen einander verhalten (§.134). Z.E. es ſollen Sätze von Thalern/ und von Gulden / addiret werden.

§. 138. Wir werden aber auch vernehmen / daß vermöge der Natur der Aufgaben ſolche gegebene unähnliche Sätze zuvor in ähnliche Sätze zu verwandeln ſind / ehe man den verlangten Satz herausbringen kann. Und daraus iſt weiter offenbar 1. daß man in ſolchem Fall auch gantze in ungrade Theile/ oder ungrade Theile in gantze / verwandeln müſſe. 2. daß/wenn ſolches geſchehen/es ferner die Bewandniß habe/ als wenn lauter ähnliche Sätze oder gar nur ein Satz gegeben ſind (§.137). Daß unähnliche Sätze in ähnliche zu verwandeln ſind.

Anm. Der Nutzen von den bisherigen paragraphis wird ſich hernach zeigen.

§. 139. Unterſchiedene Sorten ſind Begriffe / darunter man ſich die quantität und den Werth der Dinge vorſtellet (§.121). und zwar die letztern ſind gantz allgemeine Begriffe in ſol- Daß und wie fern U S. allgemeine Begriffe.

chem

chem Verſtande / daß man ſich darunter aller Dinge Werth vorſtellet oder vorſtellen kann / deren Werth man ſich vorſtellen will und ſoll / man mag ſie ſchätzen nach ihrer Anzahl / Güte / Gröſſe / Schweere / oder wie man will. Hingegen die erſtern ſind nur allgemein in ihrer Art. Z. E. die Sorten des Gewichts braucht man / ſo oft man ſich die Schweere der Dinge vorſtellen will / die Sorten des Maaſſes / wenn man ſich den Raum vorſtellen will u. ſ. w.

Anm. Wir reden jetzo von den Sorten in ihrer Natur betrachtet / nicht ſo fern ſie dieſen oder jenen Nahmen führen. Denn ob gleich an einem Orte andere Sorten gebräuchlich ſind / als an dem andern (§. 125.): ſo ſtellet ſich doch ein jeder Ort unter ſeinen Sorten alle Sachen vor / deren quantität oder Werth er wiſſen will: gleich wie auch überall ſolche Arten der Sorten angenommen ſind (§. 123. a. 2.).

Daß bey Sorten und Sätzen auf die Art der Sachen zu ſehen.

§. 140. Daraus aber iſt nun abzunehmen 1. daß einerley Sorten einer Claſſe dennoch können unterſchieden ſeyn und hingegen / unterſchiedene Sorten einer Claſſe dennoch können übereinkommen in Abſicht auf die Art der Sachen / deren quantität oder Werth jede vorſtellet. Z. E. man hätte zwoo Zahlen 9 und 12: beyde hieſſen Pfund / aber die 9 bedeutete 9 Pfund Zinn / die 12 aber 12 Pfund Zucker. Und hingegen man hätte zwoo

zwoo Zahlen 8 und 16 : jene hieſſe Centner/ dieſe Pfund/ aber beyde wären Zinn. 2. daß ähnliche Sätze einer Claſſe dennoch können unterſchieden seyn / und hingegen unähnliche Sätze dennoch können übereinkommen in Abſicht auf die Art der Sachen / deren quantität oder Werth jede vorſtellet. Z. E. man hat die beyden ähnlichen Sätze/ 8 Centner 3 Pfund 16 Loth : und 2 Centner 16 Pfund 24 Loth. bedeutete nun die erſte Kupfer/ die andere Meßing/ ſo wären ſie unterſchieden: Hingegen bedeuteten beyde Kupfer, oder beyde Meſſing/ ſo kämen ſie überein.

Anm. 1. Dieſer Unterſcheid und die Ubereinſtimmung der Sorten und Sätze einer Claſſe in Abſicht auf die Art der Sache/ kann/ pflegt und muß ſonderlich bemerckt werden bey denen Sorten/ welche die quantität vorſtellen. Denn die Müntz-Sorten ſind gar zu allgemein / und ſetzen meiſtens ſchon voraus, daß die Sache/ deren Werth vorzuſtellen iſt / ſchon nach ihrer quantität durch andere Sorten determinirt ſey.

Anm. 2. Es gibt auch (laut der Tabellen von Gültigkeit der Sorten) in manchen Claſſen ſolche Sorten / die nur von einer gewiſſen Art Sachen gebräuchlich ſind / bey denen fällt demnach das weg / was in dieſem paragrapho geſagt worden.

§. 141.

Wie ſie nach der Art der Sache zu bezeichnen? §. 141. Damit wir nun ins künftige auch in dieſer Abſicht die Sorten und Sätze kurtz unterſcheiden können: ſo ſollen 1. unterſchiedene Sorten und unähnliche Sätze einer Claſſe, die in Abſicht auf die Art der Sache überein-einkommen, heiſſen unterſchiedene Sorten einer Art, und unähnliche Sätze einer Art die aber darinn nicht überein kommen, unterſchiedene Sorten unterſchiedener Art, und unähnliche Sätze unterſchiedener Art. Hingegen aber 2. einerley Sorten und ähnliche Sätze einer Claſſe, die in Abſicht auf die Art der Sache übereinkommen, ſollen heiſſen einerley Sorten einer Art, und ähnliche Sätze einer Art: die aber nicht übereinkommen, einerley Sorten unterſchiedener Art, und ähnliche Sätze unterſchiedener Art.

Anm. Wir können dieſen Unterſcheid ſelbſt gar nicht, und folglich auch dieſe kurtze Benennungen nicht gar wohl entbehren, wie wir zu ſeiner Zeit finden werden. Kürtzlich beſteht es darinn. Wenn bey Sorten oder Sätzen die Worte einer Art, oder unterſchiedener Art ſtehen, ſo ſieht man damit auf die Art der Sachen, deren quantität oder Werth vorgeſtellet wird.

Wie fern Zahlen von U. S. heterogenei ſind? §. 142. Aus dieſem allen, was bißher geſagt iſt, kann man denn nun endlich völlig ausmachen, wie fern Zahlen von

U.S.

U. S. ſo wohl einer als unterſchiedener Claſſen heterogenei ſind / oder nicht? ingleichen / wie fern Zahlen von einerley Sorten aus einer Claſſe (denn aus unterſchiedenen Claſſen kann man nicht einerley Sorten haben/) homogenei ſind/oder nicht? daran uns im nachfolgenden ſehr viel gelegen iſt/und darauf bereits (§. 120. a. 3.) gewieſen worden. Solches aber recht zu faſſen: ſo iſt überhaupt zu mercken/daß man die Sorten entweder 1. in ſich ſelbſt nach ihrer Natur und weſentlichen Gültigkeit/oder 2 in Abſicht auf die Art der Sachen / die ſie bezeichnen/betrachten müſſe.

§. 143. Betrachtet man ſie nun in ſich ſelbſt/ ſo ſind 1. Zahlen von U. S. aus. U. Claſſen ſchlechterdings heterogenea (§. 124). Hingegen 2. U. S. aus einer Claſſe ſind heterogenea, ſo fern ein gantzes etwas anders iſt (oder unter einem andern Begriff ſteht) als ein Theil. aber ſie ſind homogenea, ſo fern ſie doch gröſſen von einer Art (quantitates homogeneæ) ſind (§. 126.). und endlich 3. einerley Sorten aus einer Claſſe ſind ſchlechterdings homogenea, denn ſie ſind gar gleiche Gröſſen (quantitates æquales) (§. 126. u. 127). 1. In ſich ſelbſt betrachtet.

Anm. 1. Es ſind alſo die U. S. einer Claſſe / welche eigentlich in Exempeln von U. S. vorkommen/ auch in ſich ſelbſt betrachtet mehr homogenea, als heterogenea. denn ob ſie gleich als gantze und Theile unterſchieden ſind: ſo ſind

ſie doch ſolche gantze und ſolche Theile / die in einander können verwandelt werden/ wenn man jene zerleget / und dieſe zuſammen ſetzet. und ſind alſo eigentlich zu reden allein der gröſſe nach unterſchieden.

Anm. 2. Sonſt gibt es in andern Dingen auch wohl gantze und Theile / da aber dieſe von ſolcher unterſchiedenen Art ſind/daß die gantze nicht können in eine Art der Theile zerleget/ und aus einer Art Theilen nicht kann ein gantzes zuſammen geſetzet, und folglich auch durch Zuſammenſetzung und Zerlegung eins nicht in das andere verwandelt werden. Z. E. eine Uhr beſtehet aus Rädern / aus der Feder/ aus dem perpendicul &c. aber aus bloſſen Rädern oder Federn / oder perpendiculn kann keine gantze Uhr zuſammen geſetzet/ und ein gantze Uhr kann nicht allein in perpendiculn, oder Federn ꝛc. zerleget werden. Damit hat es alſo eine gantz andere Bewandniß/ deñ da ſind es weder partes aliquotæ noch aliquantæ (§. 128.) ſondern partes heterogeneæ,und folglich auch die gantzen und Theile quantitates heterogeneæ (§. 124.a.1.). Und daher iſt in der definition nicht umſonſt geſetzt: Gantze und Theile von ſolcher Art/ die ſich durch Zuſammenſetzung und Zerlegung in einander verwandeln laſſen. (§. 120).

§. 144.

§. 144. Betrachtet man aber die Sorten in Abſicht auf die Art der Sachen: ſo ſind in dieſer Abſicht überhaupt alle die homogenea, welche Sachen einer Art/ und heterogenea, die Sachen unterſchiedener Art bezeichnen (Vorb. §. 4. a. 1.). Und daher I. können U. S. aus U. Claſſen homogenea ſeyn/ und Exempel von U. S. ausmachen/ wenn man nemlich 1. die quantität von einerley Sache auf zweyerley Weiſe determinirt hätte. Z. E. Man hätte eine quantität Oel gewogen/ eine andere quantität Oel aber gemeſſen. Und 2. zwiſchen dem Gewicht und dem Maaß derſelben eine gewiſſe Verhältniß wäre/ daß man Z. E. ſagen könnte: 3 Pfund Oel gehen auf das Maaß Oel/ oder 3 Maaß gehen auf 1 Pfund Oel. Denn da würden das Gewicht und das Maaß/ als Sorten U. Claſſen/ quantitates homogeneæ, und verhielten ſich als Gantze und Theile gegen einander/ die in einander könnten verwandelt. 2. In Abſicht auf die Art der Sachen.

Anm. 1. Dergleichen Fälle komen im leben ofters vor. aber es geht nie anders an/ als nur auf eine gewiſſe Art der Materie. Z. E. Hier war in beyden Oel. Denn das Maaß Oel/ das juſt 3 Pfund wiegt/ wird nicht eben ſo viel wiegen/ wenn man andere flüßige materien dafür nimmt.

Anm. 2. Wenn nun ſolche Fälle vorkommen/ und dieſe dem Nahmen nach unterſchiedene

Sorten / nicht in der Gültigkeit einander gar gleich ſind: ſo muß doch eine allemahl darunter nothwendig entweder ein grader oder ungrader Theil von der andern ſeyn. Und folglich kommen ſie übrigens mit U. S. einer Claſſe dem Grunde und der operation nach völlig überein / und erfodern alſo weiter keine beſondere tractation: ſondern es werden von nun an beyde zuſammen genommen.

II. Bleiben U. S. aus einer Claſſe in dieſer Abſicht ungeändert/ wie ſie (§. 143. n. 2.) waren/ wenn ſie zugleich einerley Sache bedeuten. hingegen wenn ſie unterſchiedene Sachen andeuten: ſo können ſie in ſolchen Fällen/ da zugleich eine Gleichheit der Sache erfodert wird/ nicht in Exempeln von U. S. ſtatt finden.

III. Können einerley Sorten einer Claſſe doch in dieſer Abſicht/ Sorten von U. Art (heterogenea) werden / und daher in ſolchen Fällen/ da eine Gleichheit der Sache erfodert wird/ weder in Exempeln von einer / noch in Exempeln von U. S. ſtatt finden.

Wo jede Abſicht ſtatt habe / und welche die vornehmſte ſey?

§. 145. Hiebey werden nun im Gemüthe die Fragen entſtehen. 1. Wo hat man denn bey U. S. aus einer oder unterſchiedenen Claſſen / ingleichen bey einerley Sorten einer Claſſe / auf ihre weſentliche Gültigkeit allein, und wo hat man zugleich auf die Art der Sache

zu

zu ſehen? und 2. welche Abſicht hätte denn den Vorzug / oder wornach ginge es / wenn ſie in einer Abſicht homogenea, in der andern heterogenea wären? Auf das erſte dient zur Antwort: Das gibt die Sache ſelbſt an die Hand / oder was man dißmahl wiſſen wolle / daran einem gelegen iſt. Z. E. Man hätte eine gewiſſe quantität von allerhand Waaren eingekaufft / und wollte aus ihrer Schweere wiſſen / wie viel ſie Fracht kommen würden: ſo würde man bloß ihrer aller Gewicht addiren / und eben ſo auch nach der Regul de Tri den Uberſchlag machen / Z. E. 1 C. komt ſo viel Fracht / wie viel ſo und ſo viel? da ſähe man alſo auf die weſentliche Gültigkeit der Gewichts-Sorten allein. Hingegen wenn man eine gewiſſe quantität von einer gewiſſen Art Waaren erhandelt hätte / und wollte von dergleichen noch eine gröſſere quantität kauffen: da ſähe man auf die Sorten und auf die Art der Sache zugleich. Auf das andere dient zur Antwort: Wenn man allein auf die weſentliche Gültigkeit ſiehet / ſo iſt es genug / daß die Sorten unter ſich von einer Art (homogenea) ſeyn / die Sachen mögen ſeyn / wie ſie wollen. Hingegen / wenn man zugleich auf die Sache ſiehet / ſo müſſen ſie in beyderley Abſicht von einer Art (homogenea) ſeyn / ſonſt geht es nicht an. Z. E. Ich kann nicht ſagen 1 Pfund Zinn koſtet 6 Groſchen / was koſten 12 Pfund Zucker / oder Bley? denn die Sachen ſind ungleicher

Art. Auch nicht/ 1 Pfund Zinn koſtet 6 Groſchen/ was koſten 12 Cubic-Schuh Zinn? denn die Sorten ſind ungleicher Art. Hingegen kann ich ſagen: 1 Pfund Zinn koſtet 6 Groſchen/ was koſten 4 Centner Zinn? Denn da ſind Sorten und Sachen von einer Art.

Anm. 1. Und das iſt nun die Urſach/ daß (§. 144. n. 1.) erfodert worden/ es ſollte nebſt der Gleichheit der Sachen/ auch eine Verhältniß unter Sorten aus unterſchiedenen Claſſen ſeyn. Iſt das nicht/ wie in vorigem Exempel zwiſchen Pfund und Cubic-Schuh/ ſo geht es nicht an. wüſte oder ſuchte man aber die Verhältniß unter 1 Pfund und 1 Cubic-Schuh/ ſo könnte man ſie als Sorten von einer Art tractiren.

Anm. 2. Zum Beſchluß dieſes Puncts erinnere noch mit wenigem wie nöthig es ſey/ daß man unterſchiedene Sorten nicht ſchlechterdings für heterogenea halte/ und daß man daher wiſſe und behalte/ wie fern ſie es ſind/ oder nicht/ wie bißher gezeiget iſt. Denn wir werden z. E. in der dritten Section vernehmen/ daß man unter heterogeneis keine Verhältniß finden könne. wären nun U. S. ſchlechterdings heterogenea, wie ſie alſo ſchlechthin genannt werden (Vorber. §. 10. und §. 120. a. 3.): ſo könnte man in der Regul de Tri keine U. S. in dem erſten und dritten Satz haben/ oder müſte doch der allerſchönſten Vortheile in der

der practiſchen Regul de Tri entbehren / wie zu ſeiner Zeit erhellen wird.

§. 146. Aus allen dem / was bißher geſagt iſt / erhellet / daß man überhaupt zweyerley Art Exempel von U. S. haben könne. Nemlich I. ſolche / da zwar nur eine Sorte gegeben wird / da aber vermöge der operation andere daraus entſtehen / welche ſich mit der gegebenen als Gantze und Theile gegen einander verhalten.

Wie vielerley Art Ex. von U. S. es gebe?

Anm. Die Möglichkeit ſolcher Fälle iſt zu erkennen aus (§. 135. n. I. und II. und §. 136.). daß aber diß Exempel von U. S. zu neñen ſeyn / ob gleich manche dergleichen hieher nicht zu rechnen ſcheinen / erhellet daraus 1. weil man in ſolchem Exempel zugleich mit gantzen und Theilen zu thun bekömmt (§. 120.). und 2. weil aus einer Sorte keine andere entſtehen können / ohne durch die reduction oder reſolution, da man doch beydes in Exempeln von einer Sorte noch nicht gelernet hat / und es demnach hier als etwas beſonders iſt. (§. 120. a. 2. u. a. 4). Wenn aber vermöge der operation die gegebene eine Sorte in keine gantze oder Theile zu verwandeln iſt / ſo braucht man weiter nichts / als was zu Exempeln mit einer Sorte nöthig iſt / und in ſo fern gehören ſie auch hieher nicht (§. 120. a. 2.).

II. Wenn wircklich unterſchiedene Sorten gegeben werden / die ſich als gantze und Theile

gegen einander verhalten / es ſey nun daß ſie in einem oder mehrern Sätzen ſtehen (§. 137.). Jedoch kann ſich in ſolchem Fall / wenn dieſe U. S. in mehreren Sätzen / (die auf einander eine Abſicht haben /) anzutreffen ſind / in der operation ein gar mercklicher Unterſcheid finden / weil nemlich alle Sätze mit einander entweder ähnliche Sätze ſind / oder auch unähnliche Sätze ſeyn können (§. 137. u. 138.).

Wie vielerley Arten Aufgaben nöthig ſind?

§. 147. Demnach werden wir die gantze Abhandlung dieſer und der vierten Section auf dreyerley Art Aufgaben einzurichten haben / daß man nemlich richtig und fertig zu verfahren wiſſe /

I. In ſolchen Aufgaben / da nur eine Sorte gegeben wird / aber da in der operation unterſchiedene Sorten entſtehen.

II. Da ſchon unterſchiedene Sorten in einem oder mehrern Sätzen gegeben werden / die aber doch zu einerley Satz gehören. Und

III. Da U. S. in mehrern Sätzen gegeben werden / die aber unähnliche Sätze ausmachen.

Anm. Was die dritte Art der Aufgaben anlanget: ſo ſind ſolche von wenig arithmeticis mitgenommen. Allein es iſt doch höchſt nöthig / ſolche a part abzuhandeln 1. weil ſolche Fälle täglich vorkommen / und 2. einer / der auch die erſte und andere Art fertig kann / dennoch in dieſer dritten noch anſtoſſen wird.

§. 148.

§. 148. Wir haben bereits gehöret (§. 120. a. 4.) / und die Erfahrung wird es ferner beſtätigen / das Exempel von U. S. in den ſpecien und der Regul de Tri in der operation, bis für Ex. mit einer Sorte vornehmlich beſonders haben, daß man gantze in Theile reſolvire / oder Theile in gantze reducire. Folglich hat man die reſolution und reduction zur Vorbereitung auf dieſelben / alhier einmahl für allemahl zu lernen / welches auch in den Aufgaben dieſes Capitels geſchehen ſoll.

Das die reſolutio und reductio vorher zu lernen.

Anm. Man wird finden / daß man ordinair die reſolution zu den Aufgaben der multiplication mit U. S. und die reduction zu den Aufgaben der diviſion mit U. S. mache. Wenn man es aber recht bedenckt: ſo ſind es allgemeine Hülffs-Mittel bey der operation aller ſpecierum und der Regul de Tri mit U. S. Daher man ſie 1. nicht zu eigentlichen Exempeln der ſpecierum machen kan / auch 2. nicht bis in die multiplication und diviſion verſparen darf / ſondern ſie 3. als allgemeine Hülffs-Mittel voraus ſetzen muß.

§. 149. Aus dem bißherigen iſt aber auch abzunehmen / daß eine gedoppelte reſolution und eine gedoppelte reduction nöthig ſey: nehmlich 1. eine ſolche / da man mit gantzen und graden Theilen zu thun hat / und 2. eine ſol-

Daß eine gedoppelte reſolution und reduction ſey.

che/ da man mit gantzen und ungraden Theilen zu thun hat. folglich ſind die Aufgaben auf dieſe beyde Fälle einzurichten.

Anm. 1. Dis hat ſeinen Grund ſonderlich (§. 135. bis §. 138. auch §. 147.).

Anm. 2. Wir werden in dem andern Buche eine eigene Reductions-Rechnung finden. Solche betrifft nun zwar auch allein gantze und ungrade Theile/ ſonderlich in einheimiſchen und ausländiſchen Sorten/aber es wird daſelbſt nicht eine in die andere verwandelt/wie hier/ſondern es wird nur geſucht/wie viel gantze man von jeder Sorte nehmen müſſe/ daß ſie juſt im Werth übereinkommen/ Z. E. wenn man ſucht/ daß Thaler und Kayſer Gulden ſich in gantzen alſo vergleichen/daß/ wenn man 3 Käyſer Gulden nehme/ ſie juſt 2 Thlr. ausmachen und umgekehrt 2 Thlr. juſt 3 Käyſer Gulden machen/und was dergleichen mehr iſt.

Beſondere Fälle bey gantzen und graden Theilen.

§. 150. Wenn man gantze in grade Theile reſolvirt, oder grade Theile in Gantze reducirt, ſo finden ſich dabey dieſe beſondere Fälle 1. daß man entweder eine kleine in die unmittelbar vorhergehende reducirt und eine gröſſere in eine unmittelbar folgende reſolvirt : oder daß jenes in eine mittelbar vorhergehende/ und dieſes in eine mittelbar folgende geſchehe. Und 2. daß in jetzt-benannten beyden Fällen/

von

von der Sorte/ darein eine andere zu reſolviren oder zu reduciren/ entweder noch nichts vorhanden iſt/ oder bereits etwas vorhanden iſt. Darauff iſt alſo in den Aufgaben auch mit zu reflectiren.

Anm. 1. Wenn man alle in einem Satz vorhandene Sorten in die kleinſte reſolvirt, die zugegen iſt: ſo pflegt man davon ins beſondere zu ſagen/ man bringe alle Sorten unter einen Nahmen. Und das kömmt in der gemeinen Art überaus ofte vor/ daher man dieſe Redens-Art wohl zu behalten/ und auch die operation davon in den Aufgaben beſonders zu mercken hat.

Anm. 2. Es eräugnen ſich zwar bey Gantzen und ungraden Theilen auch mancherley Fälle/ aber ſie ſind leicht aufzulöſen/ wenn man nur zuvor die Fälle bey gantzen und graden Theilen wohl gefaſſet hat.

§. 151. Man kann aber weder in den Aufgaben der Specien und der Regul de Tri ſelbſt/ noch in den Vor-Aufgaben der reſolution und reduction fort kommen/ wo man nicht vorher Sätze von U. S. ſchreiben und ausſprechen lernt. Daher wir ſolche / als zur numeration beſonders gehörige Aufgaben/ noch vor allen andern mit zu nehmen haben.

Daß man Sätze von U. S. müſſe ſchreiben und ausſprechen lernen.

§. 152.

Grund- und willkührliche Sätze.

§ 152. Zuletzt sind noch einige beſondere theils Grund- theils willkührliche Sätze von U. S. anzumercken.

1. In einem Satze U. S. werden keine andere als gantze und grade Theile geſetzt (§. 133. n. 2).

2. In einem Satze werden von den Theilen höchſtens nicht mehr vniteten geſetzt/ als daß wenigſtens noch eine weniger ſey/ als zu ihrer unmittelbar vorhergehenden gantzen erfodert werden (§. 133. n. 3.). Z. E. Von Groſchen ſetzt man nicht mehr als 23. von Loth nicht mehr als 31. 2c.

3. Eine vnität von einer gröſſern Sorte iſt mehr/ als alle vorhandene vniteten der unmittelbar folgenden Sorte, ja als alle vorhandene vniten aller folgenden Sorten zuſammen genom̃en.

Anm. Dis flieſſet aus n. 2./ und iſt eben ſo/ als (§. 21. n. 5.).

4. Alle Sorten eines Satzes ſind in gewiſſer Abſicht gantze/ in gewiſſer Abſicht Theile/ aber die gröſte iſt allein ein gantzes/ und die kleinſte allein ein Theil (§. 128. a. 1.).

5. Eine gröſſere Sorte hat zu ihren graden Theilen/ alle nach ihr folgende Sorten deſſelben Satzes: und eine kleinere Sorte iſt ein grader Theil von allen vorhergehenden Sorten deſſelben Satzes.

Anm. Dis flieſſet aus n. 1. Z. E. Ein Thaler

hat

hat nicht allein die Groſchen ſondern auch die Pfenninge und Heller zu graden Theilen.

6. So bald man ſo viel vniteten von einer kleinern Sorte beyſammen hat / als zu einer gröſſern gehören/ reſolvirt man ſie in dieſelbe/ (§. 137. n. II.).

7. Wenn eine Sorte in eine andere reſolvirt wird/ ſo entſteht eine gröſſere Anzahl vniteten (§. 88.); Hingegen wenn vniteten einer kleinern Sorte in eine gröſſere reducirt wird : ſo enſteht eine kleinere Anzahl vniteten : Aber in beyden Fällen bleibt doch einerley Gültigkeit. (Vorber. §. 32. n. 5.). Z. E. aus 1 Thlr. kommen 24 Groſchen/ aber 1 Thlr. iſt ſo viel als 24 Groſchen/ und 24 Groſchen ſo viel/ als 1 Thlr.

Anm. Es entſtehet zwar ein anderer Nahme/ aber es bleibt doch einerley Werth (aliud nomen, ſed idem valor.).

8. In der reduction geht man ſo weit/ als man kann/ aber in der reſolution nur ſo weit/ als es nöthig iſt/ (§. 135. n. I. u. II.).

9. Die gröſten Sorten ſtehen in einem Satz zur lincken/ die kleinern zur rechten. (§. 132.).

II. Aufgaben.

I. Aufgaben der Numeration.

Wie ein Satz U. S. zu ſchreiben?

§. 153. Einen Satz U. S. zu ſchreiben. Z. E. Es würde dir folgender gegeben : ſechs und achtzig Thaler/ acht-

zehen

zehen Groſchen/ neun Pfennige/ und ein Heller. Verfahre alſo:

1. Schreibe die Anzahl der vniteten von der gröſten Sorte alſo hin / wie (§. 24.).

2. Setze den Nahmen derſelben mit der gewöhnlichen Abbreviatur zur rechten daneben / ſtehet alſo: 86 Thlr.

Anm. Einige ſetzen die Abbreviatur auch wohl über die Zahl/ und zur rechten einen kleinen
Thlr.
Strich darneben alſo. 86--. Es gilt gleich viel/ wir wollen aber das erſte behalten.

3. Thue deßgleichen mit allen übrigen Sorten/ doch ſo/daß ſie nach der Ordnung weiter gegen die rechte kommen. Stehet alſo:

86 Thlr. 18 Gr. 9 Pf. 1 Hlr.

Anm. 1. Daß man die Sorten von der lincken gegen die rechte ſchreibt / hat ſeinen Grund (§. 132.). Daß man ihren Nahmen dabey ſetzt/ geſchicht/ damit man ſie nicht mit andern verwechſele. daß man es aber mit einer Abbreviatur thut / wo man ſolche haben kann / geſchicht/ damit man deſto kürtzer davon komme. Welche aber zu nehmen ſey/ iſt aus der (§. 20.) angeführten Tabelle zu erkennen.

Anm. 2. Wenn von einer Sorte gar keine vnität vorhanden iſt: ſo ſetzt man an ſtatt der Zahl eine 0/ oder bloß zwoo kleine Strichlein hin/

hin / und die Abbreviatur daneben. Z. E. Wenn hie keine Pfennige wären, ſo ſtünde es alſo: 86 Thlr. 18. Groſchen o Pfennig. (oder = Pfennig) 1 Heller / das letzte iſt das gewöhnlichſte.

Anm. 3. Wenn man viele ähnliche Sätze U. S. auf einmahl zu ſchreiben hat: ſo ſetzt man eine jede Sorte unter ihres gleichen / und zwar 1. ihre Zahlen alſo unter einander, daß vniteten unter vniteten / ꝛc. zu ſtehen kommen / (wie §. 30. n. 2.). und 2. an ſtatt der Abbreviatur ſetzt man einen bloſſen Strich grade unter der oberſten / weil man daran doch wohl wiſſen kann / was ſie bedeuten ſolle. Z. E. Wenn man nebſt dem obigen Satz noch dieſen hätte. 19 Thlr. = Gr. 8 Pf. 1 Heller: ſo ſtünden ſie beyde alſo unter einander:

86 Thlr.	18 Gr.	9 Pf.	1 Hlr.
19 ---	= --	8 --	1 ---

Anm. 4. In groſſen Rechnungen / da viele Sätze unter einander kommen / ziehet man gar an ſtatt der Abbreviaturen und der Striche Linien herab / und ein jedes Fach nennt man eine columne, und ihren Nahmen ſetzt man oben drüber / dadurch man ſie denn alſo unterſcheidet / daß man Z. E. die / wo Thlr. drüber ſteht / nennt die columne der Thaler / wo Gr. drüber ſteht / die columne der Groſchen ꝛc.

§. 154. Einen Satz von U. S. auszuſprechen. Z. E. Es wäre dir ge- Wie ein Satz U. S. auszuſprechen.

gegeben 184 C. 83 lb. 30 L. Verfahre alſo:

1. Hebe bey der lincken an / und ſprich die erſte Zahl aus/ (wie §. 22.).

2. An die Zahl hänge den durch die Abbreviatur angedeuteten Nahmen dran.

3. Thue desgleichen nach der Ordnung mit den übrigen / nur vor der letzten ſetze noch das Wort und hinein. Hieſſe alſo: hundert und vier und achtzig Centner/ drey und achtzig Pfund und dreyßig Loth.

Anm. 1. Daß du von der lincken anfängeſt iſt gegründet (§. 132.) das andere theils (§ 20.) theils (§. 22.).

Anm. 2. Wo von einer Sorte nichts vorhanden iſt/ (wie §. 153. a. 2.): ſo übergeht man ſie gantz / und nennt auch nicht einmahl den Nahmen / ob gleich die Abbreviatur da ſteht.

2. Aufgaben der Reſolution in grade Theile.

1ſte Aufgabe. §. 155. Eine Sume von gantzen in unmittelbar folgende grade Theile zu reſolviren/ von denen noch nichts vorhanden iſt. Z. E. Du hätteſt 36 Thlr/ und wollteſt wiſſen/ wie viel ſie Groſchen ausmachten. Verfahre alſo:

1. Siehe zu/ wie viel ſolcher Theile ein gantzes in ſich halte? Z. E. hier macht 1 Thlr. 24 Gr. aus.

2. Mit

2. Mit dieſer Zahl (24) multiplicire die Anzahl der gantzen/ ſo zeiget die Summe die Anzahl der kleineren Sorte an/ die du verlangeſt.

3. Daher ſetze das Zeichen derſelben daneben. Stehet alſo:

	36 Thlr.
	24
	144
	72
	864 Gr.

Anm. 1. Der Erweiß iſt. Die verlangte Anzahl der Theile muß die gegebene Anzahl der gröſſern Sorte ſo oft in ſich halten/ als 1 gantzes eintzele Theile von derſelben Art in ſich hält. Eine ſolche Zahl aber findet man/ wenn man die gegebene Anzahl der gantzen / durch die Anzahl der einzelnen Theile / die zu 1 gantzen gehören multiplicirt (§ 58.).

Anm. 2. Wenn man die Regul de Tri erſt verſteht: ſo wird man auch den Erweiß beſſer penetriren. Denn die liegt in der That ſchon zum Grunde / ob man es gleich wohl nicht denckt. Denn es würde nach derſelben heiſſen 1 Thlr. macht 24 Groſchen/ was machen 36 Thlr.? ſo iſts klar.

§. 156. Eine gegebene Summe von gantzen in mittelbahr folgende grade Theile zu reſolviren / von denen noch nichts vorhanden iſt. Z.E. Du hätteſt 16 Thlr. und ſollteſt oder wollteſt ſie zu Pfennigen machen. Verfahre alſo: 2te Aufgabe.

1. Reſolvire die gegebene gantze zu erſt in die unmittelbahr folgende graden Theile (wie §. 155.).

2. Dieſe reſolvire wieder in ihre unmittelbahr folgende grade Theile / und ſo immer weiter / biß du die verlangte Theile erreicheſt. Hiernach ſtůnde obiges Exempel alſo:

	16 Thlr.
	24
	64
	32
	384 Gr.
	12
	768
	384
	4608 Pfen.

Anm. 1. Der Erweiß iſt klar aus dem vorigen (§. 155. a. 1.). denn es iſt hier nur eine wiederhohlte reſolution.

Anm. 2. Man kőnnte zwar von der gegebenen Sorte / gleich auf die verlangte ſpringen / wenn man nemlich die gegebene Anzahl gantze mit der Anzahl der verlangten eintzelnen Theile / die ein gantzes in ſich hålt / multiplicirte (gantz wie §. 155.). Z. E. Hier håtte 1 Thaler 288 Pfennig. Allein man geht lieber von Stuffen zu Stuffen fort / weil man alſo kleinere multiplicantes und alſo eine leichtere operation hat.

Anm. 3. Man operirt hier bey n. 2. gleich wieder in die n. 1. gefundene Zahl / und ſetzt nicht jedes a part hin / ſondern alles unter einander herab.

3. Aufgabe. §. 157. Eine gegebene Summe von gantzen in unmittelbar oder mittelbahr

bahr folgende grade Theile zu reſolviren / von denen bereits etwas vorhanden iſt. Z. E. Du hätteſt 24 Thlr. 16 Gr. 9. Pfennige/und wollteſt oder ſollteſt/alles zu Pfennigen machen. Verfahre alſo:

1. Reſolvire die höchſte Sorte in die unmittelbahr folgende/ und ſo ſchon etwas von dieſer vorhanden iſt/ das addire dazu.

2. Dieſe zuſammen reſolvire in die ihr unmitterbahr folgende/ und ſo davon ſchon etwas vorhanden/ das addire auch dazu.

3. Fahre damit fort/ bis du zu Ende kömmeſt. Hiernach ſtünde obiges Exempel alſo:

24	Thlr.
24	
96	
48	
576	Gr.
16	add.
592	Gr.
12	
1184	
592	
7104	Pfenn.
9	add.
7113	Pfennig.

Anm. 1. Der Erweiß iſt aus (§. 155. und §. 156.) klar/ denn hier kömmt nichts dazu/ als daß man die vorhandene Theile gleich zu der von denen vorhergehenden gantzen entſtehenden Summe addirt.

Anm. 2. Man könnte zwar jede Sorte a part reſolviren in die verlangte Theile/ aber das erfoderte weit mehr Mühe. Z. E. Man reſolvirte hier 1. die Thlr. vor ſich in Pfennige (nach §. 156.) 2. die Gr. auch vor ſich in

Pfennige (nach §. 155.). 3. addirte man die Summe der Pfennige/ die aus Thlr. und Gr. entſtanden/ zuſammen. Und 4. dazu addirte man endlich die vorhandene Pfennige/ ſo kåme eben das/ aber mit mehr Mühe.

Anm. 3. Man kann aber in der addition der vorhandenen Theile nach kürtzer dazu kommen/ wenn man ſie nicht a part drunter ſchreibt/ ſondern ſie ſo gleich bey Erfindung der vorigen Summe im Gemüthe dazu addirt.

Anm. 4. Dieſe Aufgabe/ und zwar wie das dabey ſtehende Exempel eingerichtet iſt/ kömmt ſehr oft vor/ und wird unter dem Titul angedeutet; daß man alle Sorten unter einen Nahmen bringe (§.150.a.1.). Oft muß man alle vorhandene Sorten noch in eine kleinere bringen/ als die kleinſte unter ihnen iſt/ welches aber hieraus leicht zu verſtehen. Z.E. Wenn man hier alle Sorten hätte unter den Nahmen der Hlr. bringen ſollen. (wie §. 158. n.I.n.6.)

§. 158. Exempel der reſolution gantzer in grade Theile zur Ubung/ nach denen drey Aufgaben.

I. In Müntzen. 1. Jemand hat 99 Thlr. wie viel ſind es Groſchen? Antw. 2376 Gr. 2. 7 Thlr. machen 2058 Pfennig. 3. 490 Thlr. machen 11776 Gr. 4. 14295 Mfl. 15 Gr. machen 300210 Gr. 5. 3 Thlr. 15 Gr. 11 Pf. machen 1055 Pf. 6 234 Thlr. 16 Gr 3 Pf. machen 135174 Heller.

II. Im

II. **Im Gewicht.** 1. 8 C. machen 888 lb. 2. 16 C. 84 lb. machen 7188 lb. 3. 9 Steine machen 198 lb. 4. 32 C. 18 lb. 16 L. machen 455232 L. 5. 6 Steine 6 lb. 18 L. machen 4434 Loth.

III. **Im Maaß.** 1. 6102 Winſpel machen 146448 Scheffel. 2. 730 Winſpel 16 Schfl. machen 17536 Schfl. 3. 8 Winſp. 17 Scheffel machen 3344 Mätzen.

IV. **In Hauffen.** 1. 18 Ballen Pappier machen 180 Rieß. 2. 36 Ballen machen 360 Rieß. 3. 4 Ballen machen 800 Bücher Pappier. 4. 6 Schock und 2 Mandel machen 390 Stück.

V. **Im Zeit-Maaß.** 1. Eine Woche macht 168 Stunden. 2. Ein Monath (zu 30 Tage gerechnet) macht 672 Stunden. 3. Ein Jahr/ oder 52 Wochen 1 Tag 6 Stunden/ machen 8766 Stunden. 4. Eben das macht 525960 Minuten.

3. Aufgaben der reduction grader Theile in ihre Gantze.

§. 159. Eine Summe grader Theile in ihre unmittelbar vorhergehende Gantze zu reduciren/ von denen noch nichts vorhanden iſt. Z. E. Du hätteſt 183 Pfennige / und wollteſt ſie zu Groſchen machen. Verfahre alſo:

1. Siehe zu/ wie viel eintzele Stück von der

gegebenen Sorte zu einem ſolchen gantzen gehören darein du ſie reduciren willt. Z. E. 12 Pf. machen 1 Gr.

2. Mit dieſer Anzahl dividire die gegebene Anzahl der kleinern Sorte/ ſtehet alſo:

3. Der quotient zeiget an/ wie viel gantze die Theile ausmachen/ daher ſetze das Zeichen der Gantze daneben. Der Reſt aber zeiget/ wie viel eintzele Theile noch übrig

1
6
1 8(3 | 15
1 2 2
1

bleiben/ die kein gantzes erreichen / daher ſetze ſie hinten am quotienten mit ihrem Zeichen dran/ ſtehet alſo:

1
6
1 8(3 | 15 Gr. 3 Pf.
1 2 2
1

Anm. 1. Der Erweiß iſt Die verlangte Anzahl der Gantze / die aus den Theilen werden können / muß ſo oft in der gegebenen Anzahl der Theile ſtecken/ als Theile in einem gantzen ſtecken. Eine ſolche Zahl aber findet man/ wenn man die gegebene Anzahl mit der Anzahl der Theile eines gantzen dividirt (§ 77.).

Anm. 2. Durch die Regul de Tri wäre dis auch klar / denn da hieſſe es : 12 Pf. machen 1 Gr. was machen 183 Pfennige ?

§ 160. Eine Summe grader Theile in ihre mittelbar vorhergehende gantze zu reduciren/ von denen noch nichts vorhanden iſt. Z. E. Du

hät-

håtteſt 663 Pf. und wollteſt ſie zu Thlr. machen. Verfahre alſo:

1. Reducire die Theile zu erſt in ihre unmittelbar vorhergehende Gantze / nach §. 159. ausgenommen, daß du nach n. 3. bey dem quotienten das Zeichen derſelben / und den Reſt nicht gleich dabey ſetzeſt.

2. Reducire dieſe wieder in ihre unmittelbar folgende gantze / bis du die verlangte gantze erreicheſt. Und

3. So dann ſetze den Nahmen derſelben / und den Reſt von den vorigen nach ihrer Ordnung hinten dran. ſtůnde alſo:

1	1(7	
6 6 (3	5 5	2 Thlr. 7 Gr. 3 Pf.
1 2 2	2 4	
1		

Anm. 1. Der Erweiß iſt / wie §. 159. denn es iſt nur eine wiederhohlte reduction.

Anm. 2. Man kőnnte die Pf. wohl unmittelbar in Thaler verwandeln / aber 1. man håtte einen ungeſchicktern diviſorem, nemlich an ſtatt 12 / 288. 2. Man můſte den Reſt der Pfennige doch noch in Groſchen reduciren. Alſo iſt jenes beſſer.

§. 161. Eine Summe grader Theile in mittel- oder unmittelbar vorhergehende Gantze zu reduciren / von denen ſchon etwas vorhan-

 den

den iſt. Z. E. Du hätteſt 397 Pf. und noch 6 Thlr. 16 Gr. und wollteſt ſie zu Thalern machen. Verfahre alſo:

1. Reducire die gegebene Summe der Theile zu erſt in die unmittelbar folgende gantze / wie §. 159 und wo von denſelben ſchon etliche vorhanden die addire dazu.

2. Dieſe zuſammen reducire in ihre unmittelbar folgende / und wo ſchon etwas vorhanden / das addire dazu.

3 Fahre damit fort / bis du zu deinem Zweck kommſt. Hiernach ſtünde das gegebene Exempel alſo:

3 (1	(1		
3 8 7	3 3 Gr. 4 8	2 Thl.	zuſam̃en 8 Thl. 1 Gr.
1 2 2	1 6 add. 2 4	6 add.	1. Pf.
1	4 9 Gr.	8 Thl.	

Anm. 1. Der Erweiß bleibt / denn es kömmt nichts dazu / als nur die addition.

Anm. 2. Es will ſich nicht wohl thun laſſen / daß man die gantze gleich zu dem quotienten im Gemüthe addirt / indem man ihn findet / jedoch könte man es thun / wenn man ihn von neuen abſetzet Sonſt aber kommen dergleichen Exempel in dieſer Form vor ſich nicht ofte vor / in der That aber geſchicht dis doch allemahl / wenn man groſſe Rechnungen addirt: denn da ſchlägt man die Pfenn. zu der columne der Gro-

Groſchen/und addirt ſie dazu/und denn ſchlägt man ſie zuſammen zur columne der Thaler. Siehe die addition in U. S.

§. 162. Exempel der reduction grader Theile in gantze zur Ubung nach den drey Aufgaben. Dazu kann man die Exempel der reſolution §. 158. nach einander alſo durchnehmen / daß man die Theile / ſo aus gantzen durch die multiplication entſtanden / nun durch die diviſion wieder in gantze reducire/und alſo obige Exempel zugleich probire. Z. E. Aus n. 1. heiſt das 1ſte Ex. 99 Thlr. machen 2376 Gr. nun nim̃ 2376 Gr. und Frage/ wie viel ſind es Thaler? Denn weil die multiplication durch die diviſion und dieſe durch jene probiret wird (§. 118. u. §. 119): ſo wird auch die reſolution durch die reduction, und dieſe durch jene probirt. Denn die reſolution geſchicht durch die multiplication, und die reduction durch die diviſion. Sonſt aber wird man durch und durch in den ſpecien und der Regul de Tri mit U. S. Exempel der reſolution und reduction zur Ubung genug bekommen.

4. Aufgaben der reſolution und reduction bey gantzen und ungraden Theilen.

§. 163. Eine Summe von gantzen in ungrade Theile zu reſolviren / und eine Summe von ungraden Theilen in gantze zu reduciren/ wenn die gantzen oder die ungra- 1ſte Aufgabe.

den Theile keine grade Theile aus ihrem Satz bey ſich haben. Z. E. 1. du hätteſt 100 Rfl. und wollteſt wiſſen wie viel es Thlr. wären? oder 2. du hätteſt 100 Thlr. und wollteſt wiſſen, wie viel es fl. wären? Verfahre alſo:

1. Siehe zu, was für NB. grade Theile ſie mit einander gemein haben oder haben können, und wo ſie ihrer mehrere gemein haben, welche unter denſelben die gröſſeſten ſind. Z. E. Thlr. und Fl. haben mit einander als grade Theile gemein die Groſchen, die Pf. und die Heller. Man erwählt aber daraus die Groſchen.

2. Reſolvire die NB. gegebene Sorte (es mögen die gantze oder die ungraden Theile ſeyn) in ſolche gemeinſchaftliche grade Theile nach (§. 155. oder §. 156.). wie es die Sache erfodert.

3. Reducire die Summe der gefundenen gemeinſchaftlichen graden Theile in die NB. verlangte Sorte, (es mögen die gantze oder ungraden Theile ſeyn) nach §. 159. oder 160. wie es die Sache erfodert, ſo iſt es geſchehen. Hiernach ſtünden obige beyden Exempel alſo:

1. 100 Rfl. 1(1
16 4 6(6
600 1 6 0 0|6 Thlr. 16 Gr.
100 2 4 4
1600 Gr. 2

2. 100

2.	100 Thlr.	ß	
	24	8	
	400	2400	150 Fl.
	200	1666	
	2400 Gr.	11	

Anm. 1. Der Erweiß iſt aus obigem abzunehmen. Denn 1. wird hier die gegebene Sorte richtig in die gemeinſchaftlichen graden Theile reſolvirt/ nach (§. 155. 156.) und 2. die gemeinſchaftlichen graden Theile werden richtig in die verlangte Sorte reducirt/ nach (§. 159. 160.). Folglich iſt die gegebene Sorte richtig in die verlangte reducirt/ oder reſolvirt.

Anm. 2. Es ſind dieſe beyde Aufgaben in eine zuſammen gezogen/ weil die operation in beyden gleich iſt/ wie die beyden Exempel ausweiſen. Denn weil die reduction und reſolution nicht unmittelbar von einer Sorte in die andere geſchehen kann/ indem es ungrade Theile ſind/ſondern durch gemeinſchaftliche grade Theile: ſo ſind nicht allein die gantzen ſondern auch die ungraden Theile in Abſicht auf die gemeinſchaftliche Theile für gantze zu rechnen. Welche nun von beyden gegeben wird/ die muß in die graden Theile reſolvirt werden/es ſey welche es wolle: und welche verlanget wird/ die muß aus den Theilen reducirt werden/ es ſey auch welche es wolle. In der practiſchen Art aber werden die Aufgaben a part vorzunehmen ſeyn. Anm.

Anm. 3. Daß man unter mehrern gemeinſchaftlichen graden Theilen die gröſten erwählen ſoll/ geſchicht darům / weil dabey ſo wohl die reſolution n. 2. als reduct. n. 3. kůrtzer iſt/ als wenn man kleinere Theile nimmt.

Anm. 4. Es wird nicht eben erfodert / daß die graden Theile / die ſie mit einander gemein haben / eben ſolche ſeyn / die beyde in ihren Såtzen ordentlich bey ſich zu haben pflegen. Wie die Groſchen bey Thlr. und Fl. ſind/denn der Satz der Thaler iſt Thlr Gr. Pf / der Satz der Fl. iſt auch Fl. Gr. Pf. ſondern ſie mögen hergenommen ſeyn wo ſie wollen/wenn es nur grade Theile von beyden ſeyn.

Anm. 5. Wollte man die Sache zum voraus aus der Regul de Tri erlåutern / ſo wůrde Z. E. obiges 2te Exempel alſo aufzuſetzen ſeyn/ 1 Thlr. macht 1 Fl. 8 Gr. was werden 100 Thlr. machen ? wenn man nun den mittelſten Satz unter einen Nahmen bringt/wåre 24 Gr. und damit den dritten multiplicirt: ſo bekommt man 2400 Gr. Und wenn man die in Fl. reducirt/ſo bekom̄t man auch 150 Fl. hingegen das erſte Exempel wůrde alſo ſtehen/ 1 Fl. macht 16 Gr. was machen 100 Fl. wenn man nun mit dem mittlern Satz den dritten multiplicirt/ ſo kommen 1600 Gr. und daraus werden auch 66 Thlr. 16 Gr.

2te Aufgabe. §. 164. Gantze in ungrade Theile zu reſolviren, und ungrade Theile in gantze

gantze zu reduciren/ wenn die gegebene gantze oder ungrade Theile ſchon grade Theile ihres Satzes bey ſich haben/ du hätteſt 24 Thlr. 18 Gr. 9 Pf. und wollteſt ſie zu Gulden machen. Verfahre alſo:

1. Wenn dieſelben Theile den gemeinſchaftlichen graden Theilen gleich ſind/ ſo addire ſie nach der reſolution (§. 163. n. 2.) dazu.

2. Wenn ſie aber gröſſer als die gemeinſchaftlichen ſind/ ſo reſolvire ſie auch in die gemeinſchaftliche graden Theile. (denn welche kleine Sorte ein grader Theil von der gröſten Sorte eines Satzes iſt/ die muß auch ein grader Theil ſeyn von allen Sorten deſſelben Satzes/ die gröſſer als ſie ſind §. 152. n. 5. und ſich alſo dieſe in jene allemahl reſolviren laſſen.).

3. Sind ſie aber kleiner/ ſo laß ſie ungeändert ſtehen/ und ſetze ſie hernach an die verlangte und gefundene Sorte hinten dran. Denn da ſie nicht einmahl einen gemeinſchaftlichen Theil ausmachen: ſo werden ſie noch weniger zu einer gröſſern/ darein jene zu reduciren/ etwas beytragen können. Hiernach ſtünde obiges Exempel alſo:

24 Thlr.	1 4	
24	2 1(2	
96	5 9 4	37 Fl. 2 Gr. 9 Pf.
48	1 6 6	
570 Gr.	1	
18 add.		
594 Gr.		

Anm.

Anm. Alles iſt von ſelbſt theils aus obigen/theils aus beygeſetzten Gründen offenbar.

§. 165. Exempel zur Ubung der reſolution und reduction gantzer und ungrader Theile nach den beyden Aufgaben.

1. 160 Duc. (a 2 Thlr. 16 Gr. oder 64 Gr. gerechnet) machen 426 Thlr. 16 Gr.

2. 160 Duc. machen 640 Kfl.

3. 1920 Kfl. ſind 480 Duc.

4. 397 Mfl. machen 347 Thlr. 9 Gr. aus.

5. 1388 Thlr. 12 Gr. machen 1586 Mfl 18 Gr.

6. Einer hat 133 Duc. 2 Thlr. 14 Gr. 9. Pf. und will wiſſen / wie viel es Kfl. ſind. Antw. 535 Kfl. 14 Gr.

Anm. 1. Das Exempel n. 6. muß nach §. 164. gemacht werden. Damit es nun Anfängern nicht zu ſchwer werde / ſo will ich den Proceſs der operation dabey kürtzlich anzeigen. Nemlich 1. reſolvire die 133 Duc. in Groſchen/als die gemeinſchafftliche graden Theile/ nach 163. n. 2. ſind 8512 Gr. 2. reſolvire auch die 2 Thlr. in Groſchen / ſind 48 Gr §. 164. 3. dieſe 48 Gr. und die gegebene 14 Gr. addire zu den n. 1. gefundenen/ſind zuſamen 8574 Gr. 4. dieſe reducire nun in Kfl. nach § 163. n 3. ſo kömmt heraus 535 Kfl. 14 Gr. 5. dazu ſetze noch die gegebene 9 Pf. nach §. 164. n. 3.

Anm. 2. In den übrigen Claſſen finden ſich unter den einheimiſchen keine ſolche Sorten/ da

eine der andern ungrader Theil wäre. Denn z. E. in der II. Claſſe ſind die Steine der 5te Theil von 1 C. denn 5 Steine machen 1 C. in der III. Claſſe iſt ein Malter die hälfte von einem Wiſp. ꝛc. Die kann man alſo nach den Aufgaben von gantzen und graden Theilen reſolviren und reduciren. Eben ſo ginge es auch an, daß man 1 Kfl. von 1 Duc. (à 2 Thlr. 16 Gr. gerechnet) als einen graden, nemlich den vierten Theil anſähe, denn 4 Kfl. machen 1 Duc. und könnte man alſo die Exempel n. 1. 2. 3. 6. auch zur Probe nach der reſolution und reduction grader Theile reſolviren oder reduciren.

Zuſatz.

§. 166. Die bißherigen Aufgaben der reſolution und reduction von §. 155. bis 165. ſind mit lauter Exempeln von einheimiſchen Sorten erläutert. Allein der Grund der operation, und die Reguln bey den Aufgaben gelten überall. Wenn man z. E. 1. einheimiſche Sorten in ausländiſche. 2 ausländiſche in ausländiſche deſſelben Orts. 3. ausländiſche in ausländiſche eines andern Orts reſolviren oder reduciren ſoll. Denn ſie müſſen ſich allemahl entweder als gantze und grade Theile, oder als gantze und ungrade Theile verhalten §. 128. Iſt das erſte, ſo gehet es nach den Aufgaben der reſolution gantzer in grade Theile (§. 155.). Und nach den Aufgaben der reduction grader Theile in gantze

(§. 157.)

(§ 157.). Iſt aber das letzte: ſo geht es nach den Aufgaben der reſol u. reduct. bey gantzen u. ungraden Theilen. Z. E. Ein Schleſiſcher Centner wiegt 132 lb. weñ man nun ſolcher 18 C. hätte/ und wollte wiſſen wie viel es Sächſiſche C. a 110 lb. gerechnet wären. ſo findet man nach (§ 163.) daß es 21 C. 66 lb. wären/ denn der Sächſ. C. iſt ein ungrader Theil von dem Schleſiſchē it. Ein Goldgulden gilt 30 Gr. davon hätte einer 480 eingenommen/ wollte wiſſen/ wie viel es Rfl. wären, das findet er auch nach (§ 163.) denn ein Rfl. iſt ein ungrader Theil von einem Goldgulden. u. ſ. w.

Anm. 1. Ob aber eine Sorte ein grader oder ungrader Theil von einer andern ſey / ingleichen welches ihre gemeinſchaftliche grade Theile ſind das wird man zum Theil aus den Tabellen von Gültigkeit der Sorten/ theils aus dem Gebrauch erlernen müſſen.

Anm. 2. Wenn man bey zwoo Sorten keine eigene kleine Sorte finden kann/ die ſie beyde zu graden Theilen gemein hätten: ſo pflegt man die graden Theile durch einen Bruch auszudrucken. Wo nun das iſt/ das gehört in die Ex. von U S in gebrochenen Zahlen. Z. E. eine Brabandter Elle macht $\frac{1}{5}$ Leipziger Elle. da iſt alſo $\frac{1}{5}$ der gemeinſchaftliche grade Theil. ſolcher hat nun die Brabandter Elle 5 / die Leipziger aber nur 4.

Der

Der Andern SECTION Anderes Capittel. Von der ADDITION mit U. S.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 167.

In der Addition werden mehrere Zahlen gegeben / aufs wenigſte zwoo / welche in eine Sumẽ ſollen gebracht werden §. 29. Dannenhero können auch in der addition mehrere Sätze U. S. gegeben werden / und folglich können auch in derſelben ähnliche und unähnliche Sätze ſtatt finden (§. 137.). Daß ähnliche u. unähnliche Sätze vorkommen.

§. 168. Die Addition iſt eine Art der Vermehrung §. 31. Da nun auf einmahl mehrere Zahlen gegeben werden: ſo kann auch durch zuſammenſetzung einer Sorte / eine ſolche Summe derſelben herauskommen / daß ſie kann und muß in ganze reducirt werden (§. 135. n. II.). Folglich können hier auch ſolche Exempel vorkommen / da nur eine Sorte gegeben wird / da aber in der gefundenen Summe andere Sorten entſtehen (§. 146. n. 1.). Daß aus einer Sorte mehr entſtehen.

Daß jede Sorte a part zu addiren. §. 169. Es können keine andere als Zahlen einer Art in eine Summe gebracht werden (§. 31. a. 1. 2.). Folglich wenn unterſchiedene Sorten zugleich gegeben werden: ſo können keine andere als die mit einander einerley Nahmen führen/auf einmahl zuſammen geſetzet und unähnliche S. müſſen einander ähnlich gemacht werden.

II. Aufgabe.

1. Aufgaben bey ähnlichen Sätzen.

Wo nur eine Sorte gegeben wird. §. 170. Ein Exempel von U. S. zu addiren/ da nur eine Sorte gegeben wird/da aber aus der gefundenen Summe andere Sorten entſtehen können. Z. E. A. gäbe dir 18 gl. B. 20 gl. C. 12 gl. D. 9 gl. Was trüge es aus? Verfahre alſo:

1. Setze alle dieſe Zahlen alſo unter einander hin, (wie §. 153. a. 3. geſagt)/ und ziehe einen Strich darunter/ (wie §. 39. n. 1. 2. 3.).

2. Addire die Zahlen aller Sätze nach einander zuſammen/ wie ſonſt §. 39. nur die Summe ſchreibe nicht gleich unter die Linie/ ſondern anderswo a part hin. ſind 59 gl. Und

3. Reducire dieſelbe in ihre gantze/(nach §. 159.).

4. Was heraus kommt/ das ſchreibe nun unter die Linie alſo hin/daß der Reſt von der gegebenen Sorte/ wo einer vorhanden iſt / grade unter derſelben / die daraus entſtandene gantze aber weiter gegen die lincke zu ſtehen kommen (nach §. 152. n. 9. und §. 153.). Hiernach ſteht obiges Exempel alſo: A. 18 gl.

A.	18 gl.		
B.	20 -	(1(1	
C.	12 -	5 8	2 Thlr. 11 gl.
D.	9 -	2 4	
2 Thlr. 11 gl.			

Anm. 1. Der Erweiß iſt klar. Denn 1. ſind alle Zahlen richtig addirt (nach § 39)/ und 2. die Summe vermöge des Gebrauchs richtig reducirt,

Anm. 2. Wenn bey der reduction n. 3. von der gegebenen Sorte kein Reſt bleibt; ſo wird n. 4. an ſtatt deſſelben unter die gegebene Sorte das gewöhnliche Zeichen gemacht (§. 153. a. 2.).

Anm. 3. Wenn man eine ſo kleine Sorte addirt / daß ſie noch 2 oder 3 gröſſere Sorten in ihrem Satz über ſich hat: ſo reducirt man die kommende Summe ſo weit / als es müglich iſt/ (nach § 152. n.8.). Z.E. Wenn Pf. gegeben würden und die Sume trüge 308 Pf. aus. ſo reducirte man ſie nicht allein in Groſchen/ ſondern auch noch in Thaler/ und käme heraus 1 Thlr. 1 gl. 8 Pf.

§. 171. Exempel zur Ubung.

1. Einer kaufft ein von A. 86 lb. B. 96. lb. C. 72 lb. D. 50 lb. E. 30 lb. F. 66 lb. G. 39 lb. wie viel iſt es zuſammen? Antw. 3 C. 109 lb.

2. Einer verkaufft an A. 20 Schffl. an B. 18 Schffl. an C. 14 Schffl. an D. 22 Schffl. an

E 19 Schffl. wie viel iſt es zuſammen? Antw. 3 Wſp. 21 Schffl.

3. A. 11 Pf. B. 9 Pf C. 10 Pf. D. 8 Pf. E. 7 Pf. F. 11 Pf. G. 6 Pf. H. 9 Pf. I. 10 Pf. was macht es? 6 gl. 9 Pf.

4. Einer kaufft an Silber von A. 14 L. von B. 15 L. von C. 12 L. von D. 11 L. von E 9 L. von F. 7 L. wie viel ſind es Marck? 4 Marck 4 Loth.

5. Jemand verkaufft Flachs an A. 20 lb an B 16 lb. an C. 21 lb. an D. 12 lb. an E. 8 lb. an F. 18 lb. an G. 19 lb. wie viel ſind es Steine? 5 St. 4 lb.

Wo bereits U. S gegeben werden.

§. 172. Ein Ex. zu addiren, da wircklich U. S. gegeben werden / die aber doch lauter ähnliche Sätze ausmachen sie mögen vollkommen / oder auch unvollkommen (§. 132. a 4.) ſeyn. Z. E. Jemand wäre ſchuldig an A. 63 Thlr. 20 gl. 6 Pf. an B. 106 Thlr. 22 gl. 3 Pf. an C. 5 Thlr. 8 gl. an D. 28 Thlr. 2 Pf. wie viel iſt es zuſammen: Verfahre alſo.

1. Schreibe alle Sätze unter einander hin (nach §. 153. a. 3.) und ziehe einen Strich darunter / (wie §. 39. n. 1. 2. 3.).

2. Nimm zu erſt die kleinſte gegebene Sorte vor / und addire ſie / wie §. 170. bringt hier 11 Pf. weil nun die nicht dürffen reducirt werden (§. 135. n. II.): ſo ſetze ſie unter die Linie grade unter die Sorte hin.

3. Schrei-

3. Schreite zur unmittelbahr vorhergehenden gröſſern Sorte/ und addire ſie eben ſo: bringt 50 gl. weil nun dieſe Summe gantze ausmachen kann: ſo verfahre (wie §. 170. n. 3. 4.)/ ausgenommen/ daß du die entſtandene gantze nicht gleich weiter gegen die lincke ſchreibeſt/ ſondern ſie noch im Sinn behälteſt/ weil ſchon ihres gleichen vorhanden ſind / zu deren Summe ſie gerechnet werden muß/ eben wie (§. 39. n. 5.) die zehner zu dem andern Grad.

4. Schreite zu der unmittelbar vorhergehenden gröſſern Sorte / weil aber das hier die höchſte Sorte des Satzes iſt/ die nicht weiter kann reducirt werden (§. 135. n. II): ſo ſchreibe die Summe ſo fort in der operation unter die Linie/ rechne aber die im Sinn behaltene gantze ſo gleich dazu. Hiernach ſteht obiges Exempel alſo:

A.	63	Thlr.	20	gl.	6	Pf.		
B.	106	-	22	-	3	-	1(2	
C.	5	-	8	-	,	-	5 0	2 Thlr.
D.	28	-	,	-	2	-	2 4	
	204	Thlr.	2	gl.	11	Pf.		

Anm. 1. Der Erweiß iſt hier abermahls klar / denn 1. es wird eine jede Sorte zu ihres gleichen richtig addirt/ wie §. 39. und 2. die Summe vermöge des Gebrauchs reducirt, wo es nöthig iſt/ und nicht reducirt, wo es unnöthig und unmöglich iſt.

Anm. 2. Daß man von der kleinſten Sorte anhebt/ geſchicht/ weil aus einer kleineren Sorte

können gantze entſtehen / die mit zu den vorhergehenden gröſſern Sorten zu rechnen ſind/ n. 3 4. Iſt eben / wie (§. 39. n. 3. a. 1.) Daß man eine nach der andern nimmt / iſt gegründet §. 169.

Anm. 3. Wenn in den Sätzen noch mehr Sorten ſtünden. Z. E. 4. 5 oder 6. ſo ginge man immer von einer zu der andern/ gegen die lincke fort bis man zu Ende käme. Und wo die Summe einer kleinern Sorte keine gantze ausmachte, da ginge es allemahl/ wie n. 2. Wo ſie aber gantze ausmachte/ allemahl/ wie n. 3. Und bey der höchſten allemahl wie n. 4.

Anm. 4. In der operation bleibt es einmahl / wie das andere mahl/ es mögen ähnliche Sätze einer Art / oder ähnliche Sätze unterſchiedener Art ſeyn (§. 140. 141.).

§. 173. Exempel zur Ubung.

1. In Müntzen Ein Kauffmann gibt aus für A. 131 Thlr. 16 gl. 3 Pf. für B. 21 Thlr. 15 gl. 2 Pf. für C. 28 Thlr. 20 gl. für D. 127 Thlr. 5 gl. 8 Pf. für E. 437 Thlr. 11 gl. für F. 93 Thlr. 17 gl. 7 Pf. für G. 217 Thlr. 8 gl. 6 Pf. für H. 89 Thlr 15 gl. 5 Pf. für I. 443 Thlr. 10 gl. 5 Pf. macht zuſammen 1591 Thl. » gl. » Pf.

2. Ein Oeconomus nimmt ein von A. 51 Fl. 15 gl. 5 Pf. von B. 23 Fl. 1 gl. 2 Pf. von C. 8 Fl. 3 gl. 7 Pf. von D. 41 Fl. 14 gl. von E 3 Fl. 5 gl. 6 Pf. von F. 131 Fl. 13 gl. 4 Pf. von G. 21 Fl. 12 gr. 3 Pf. von H. 6 Fl. 4 gl. 2 Pf. von

von I. 16 gl von K. 20 gl. 11 Pf. von L. 5 Fl. 8 gl. macht zuſammen 294 Fl. 9 gl. 4 Pf.

3. Ein Caſſirer nimmt ein von A. 3800 Thlr. von B. 9100 Thlr. von C. 500 Thlr. 16 gr. von D. 3000 Thlr. 18 gl. von E. 1088 Thlr. 20 gl. 9 Pf. macht 17489 Thlr. 19 gl.

II. Im Gewicht. 1. Jemand bringt an allerhand Waaren zuſammen/ an A. 16 lb. 18 L. an B. 2 C. 50 lb. an C. 3 C 24 lb. an D. 88 lb. 28 L. an E. 2 lb. 16 L. 2 Qv. an F. 24 L. 3 Qv. an G. 4 L. macht zuſammen 6 C. 72 lb. 27 L. 1 Qv.

2. Jemand kauft an Wolle und Flachs ein/ von A. 6 St 20 lb. von B. 12 St. 12 lb. von C. 16 lb. 16 L. von D. 20 lb. 24 L. von E. 28 St. von F. 38 St. ſind zuſammen 87 St. 3 lb. 8 L.

3. Jemand hat an allerley Gewürtze/ nemlich an A. 24 L. 2 Qv. an B. 1 L. 3 Qv. 3 PfGw. an C. 3 L. 3 Qv. 3 PfGw. an D. 26 L. an E. 28 L. 3 Qv. macht zuſammen 2 lb. 21 L. , Qv. 2 Pf. Gw.

4. Ein Goldſchmid kauft an Silber ein von A. 20 Marck 14 L. 4 Gran. von B. 3 Mr. 4 Gr. von C. 6 Mr. 14 L. 5 Gr. von D. 17 Mr. 12 L. 4 Gr. macht zuſammen 48 Mr. 10 L. 5 Gr.

III. Im Maaß. 1. Ein Kornſchreiber hat aufgemeſſen A. 24 Wl. 16 Schl. B. 12 Wl. 18 Schl. 8 Ml. C. 2 Wl. 14 Schl. D. 20 Schl. 13 Ml. E. 50 Wl. 12 Schl. macht zuſammen 110 Wl. 13 Schl. 5 Ml.

2. Ein Schiffer ſchifft an Korn ein A. 30 Wl. 20 Schl. B. 50 Wl. 13 Schl. 12 M. C. 75 Wl. D. 3 Wl. 22 Schl. E. 17 Wl. 19 Schl. 12 M. macht zuſammen 178 Wl. 3 Schl. 8 M.

3. Ein Oeconomus verkaufft an A. 12 Mlr. 9 Schl. 13 Ml an B 40 Mlr. 10 Schl. 7 Ml. an C. 3 Mlr. 11 Schl. 14 Ml. an D. 18 Mlr. 5 Schl 9 Ml. macht zuſammen 76 Mlr. 1 Schl. 11 Ml.

IV. **In Hauffen.** Ein Pappiermacher hat an Pappier verfertiget A. 3 Ballen 8 Rieß. B. 6 Ballen 5 Rieß 12 Bücher C. 4 Ballen 6 Rieß 16 Bücher macht. zuſammen 15 Ballen = Rieß 8 Bücher.

V. **Im Zeit-Maaß.** Jemand lebt bey ſeinen Eltern 12 Jahr 3 Wochen. auf der Schule 8 Jahr 3 Monath 2 Wochen 5 Tage. auf der Academie 4 Jahr 8 Monath 3 Wochen 4 Tage. im Amte 30 Jahr 10 Monath 2 Wochen 6 Tage 12 Stunden. Darnach ſtirbt er. Fragt ſich / wie alt iſt er geweſen? Antw. 56 Jahr = M. = W. 12 T. 12 Std (das Jahr zu 12 M. den Monath a 4 Wochen gerechnet).

2. Aufgaben mit unähnlichen Sätzen.

Wo die gröſten Sorten gantze und grade Theile

§. 174. Ein Exempel von unähnlichen Sätzen zu addiren / da die höchſten Sorten derſelben ſich als gantze und grade Theile verhalten. Z. E. Einer hat an einem Orte eingenommen 107 Wl. 18 Schl. Korn / an einem an=

dern

dern 132 Mlr. 8 Schl. und wollte nun wiſſen/ wie viel es in einer Summe oder in einem Satz Wl. oder Mlr. ausmachte? da iſt 1 Mlr. ein grader Theil von 1 Wl. denn 2 Mlr. machen 1 Wl. Verfahre alſo:

1. Mache alle Sätze demjenigen ähnlich welchen du in der Summe zu haben verlangeſt welches geſchicht entweder durch die reſolution oder reduction nach den Aufgaben der reſolution oder reduction bey graden Theilen/ §. 155. ſeqq. Z. E. Wollteſtu bey obigem Exempel wiſſen/ wie viel es in der Summe Mlr. wären: ſo müſteſtu die Wl. in Mlr. reſolviren nach §. 157. Hingegen wollteſtu wiſſen / wie viel es in einer Summe Wl. wären: ſo müſteſtu die Mlr. in Wl. reduciren nach §. 161.

Anm. Sind etwa die kleinern Sorten der Sätze einander unähnlich: ſo muß man die auch nach einander den Sorten desjenigen Satzes ähnlich machen/ den man in der Summe haben will. hier ſind ſie ſchon ähnlich.

2. Nun haſtu ähnliche Sätze/ daher verfahre / wie §. 172. Hiernach ſtünde obiges Exempel nach beyden Fällen alſo:

1. 107 Wl. 18 Schl.
  2
214 Mlr.

214 Mlr. 18 Schl.
132 - 8 -
348 Mlr. 2 Schl.

2. 132 Mlr. 8 Schl.
1 | 132 | 66 Wl.
  12

66 Wl. 8 Schl.
107 - 18 -
174 Wl. 2 Schl.

Anm. 1. Der Beweiß iſt offenbar. Denn 1. werden die Sätze einander richtig ähnlich gemacht /(§.169.). und 2. ähnliche Sätze richtig addirt.

Anm. 2. Es wird voraus geſetzt/daß/ wenn man auch von jeder Art Sätzen unterſchiedene Sätze gehabt hätte/man doch ſolche alle vorher beſonders in eine Summe gebracht hätte. Z.E. Wenn einer die 107 Wl. 18 Schl. an 3.4.5. oder mehr Terminen empfangen hätte: ſo müſte man ſie doch vorher addirt haben / ehe man nach dieſer Aufgabe operiren kann.

Anm. 3. Wenn man mehr als 2 Sätze hat / da keiner mit dem andern überein kömt: ſo muß man einen nach dem andern vor ſich alſo/ wie hier gezeiget/ demjenigen gleich machen/ den man in der Summe haben will.

§. 175. Exempel zur Ubung.

1. 217 St. und 32 C. Wolle machen 75 C. 44 lb. aus.

2. 217 St. und 32 C. Wolle machen 377 St. aus.

3. 340 Wl. Korn und 400 Mlr. machen zuſammen 540 Wl. aus.

4. 340 Wl. Korn und 400 Mlr. machen zuſammen 1080 Mlr aus.

Wo die gröſten Sorten gantze und ungrade Theile.

§. 176. Ein Exempel von unähnlichen Sätzen zu addiren / da ſich die höchſten Sorten derſelben als Gantze und ungrade Theile verhalten. Z. E. Einer

hätte

hätte an einem Ort gehoben 250 Thlr an einem andern Orte 150 Kfl. und wollte wiſſen wie viel es zuſammen entweder an Thalern / oder an Kfl. ausmachte. Verfahre alſo:

1. Mache vermittelſt der reduction und reſolution (nach §. 163. und 164.) alle Sätze demjenigen ähnlich den du in der Summe zu haben verlangeſt. Z. E 150 Kfl. machen 100 Thlr. hingegen 250 Thlr. machen 375 Kfl.

2. Nun haſtu ähnliche Sätze / daher addire / wie ſonſt (§. 171. 172.): ſo kömmt im erſten Fall 350 Thlr. / im andern Fall 525 Kfl

Anm. Was §. 174. Anm. 1. 2. 3. erinnert iſt / gilt in ſeiner Maaſſe auch hier.

§. 177. Exempel zur Ubung.

1. 336 Kfl. und 720 Thlr. machen zuſammen 944 Thlr. aus.

2. 336 Kfl. und 720 Thlr. machen zuſammen 1416 Kfl. aus.

3. 488 Mfl. und 300 Thlr. machen zuſammen 951 Mfl. 14 gl. aus.

4. 488 Mfl. und 300 Thlr. machen zuſammen 747 Thlr. 8 gl. aus.

5. 300 Kfl. 12 gl. und 244 Thlr. 16 gl und 566 Mfl. 17 gl. machen zuſammen 1509 Kfl. 9 gl. aus. NB. Siehe die Anm.

6. 300 Kfl. 12 gr. und 244 Thlr. 16 gl. und 566 Mfl. 17 gl. machen zuſammen 964 Thlr. 17 gl. aus.

7. 300.

7. 300 Kfl. 12 gl. und 244 Thl. 16 gl. und 566 Mfl. 17 gl. machen zuſammen 1097 Mfl. 19 gl. aus.

Anm. Bey dem Exempel n. 5. verfahre alſo: 1. reducire die 244 Thlr. 16 gl. in Kfl. nach §. 164 und ſetze ſie unter die gegebene 300 Kfl. 12 gl. 2. reducire auch die 566 Mfl. 17 gl. in Kfl. nach §. 164. und ſetze ſie auch unter die gegebene Kfl. 3. addire alles zuſammen. Daraus iſt auch leicht abzunehmen, wie es n. 6. und n. 7. zu halten ſey.

Zuſatz.

Kurtze Regul der addition mit U. S.

§. 178. Aus allen dieſen Aufgaben der addition iſt nun zu erkennen / daß man in der addition mit U. S. weiter nichts ſonderliches zu wiſſen nöthig habe / das in der addition mit einer Sorte noch nicht da geweſen / als Gantze in Theile zu reſolviren / und Theile in Gantze zu reduciren. Denn übrigens addirt man wie ſonſt. Folglich könnte man ſich nun die gantze Sache in dieſer kurtzen und allgemeinen Regul auf einmahl vorſtellen.

I. Wenn ähnliche Sätze von U. S. gegeben werden: ſo nimm eine Sorte nach der andern, und zwar von der kleinſten an bis zur gröſſeſten / vor: addire einer jeden Zahlen / wie ſonſt / zuſammen: nur wo die Summe einer kleinern Sorte ſo viel oder mehr ausmacht / als zu einem oder mehrern gantzen erfodert wird: ſo reducire ſie

in

in ihre gantze und rechne ſie zur folgenden Sorte. Dis iſt/ was § 170. bis 173. geſagt worden.

II. Wo unähnliche Sätze von U. S. gegeben werden, da mache einen Satz nach dem andern vermittelſt der reduction oder reſolution demjenigen ähnlich/den du in der Summe haben wilt. und wenn das geſchehen iſt: ſo operire wie n. I. dis iſt/ was §. 174. bis 177. geſagt worden.

Der Andern SECTION
Drittes Capittel.
Von der SUBTRACTION mit U. S.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 179.

IN der Subtraction werden zwoo Zahlen gegeben/ darunter die eine von der andern abzuziehen iſt (§. 43.). Dannenhero können in der ſubtraction zweene Sätze U. S. gegeben werden/ und folglich auch ähnliche und unähnliche Sätze ſtatt finden. Daß ähnl. und unähnl. Sätze ſtatt finden.

§. 180. Der ſubtrahendus darf nicht gröſſer ſeyn/ als das integrum (§. 45.). Folglich müſſen die Zahlen aller Sorten des Der Satz des ſubtrahendi darf nicht gröſſer ſeyn.

des ſubtrahendi zuſammen genommen / nicht mehr ausmachen/als die Zahlen aller Sorten des integri.

Anm. 1. Unter 2. ähnlichen Sätzen U. S. iſt das der gröſte/ 1. der die gröſte Sorte hat. Z. E. Unter den beyden 14 Thlr. 12 gl. 6 Pf. / und 20 gl. 4 Pf. iſt es der erſte. oder 2. wenn die in beyden gleich ſind/ der/ welcher in der höchſten Sorte die gröſte Zahl hat/ (wenn ſie auch nur um eine vnität gröſſer wäre. §. 152 n 3.). Z. E. Unter den beyden 4 Thlr. 12 gl. 6 Pf. und 3 Thlr. 20 gl 4 Pf. iſt es wieder der erſte. oder 3. wo die in beyden gleich ſind/der/ ſo in den übrigen gröſſern Sorten die gröſte Zahl hat. Z. E. Unter den beyden 4 Thlr. 12 gl. 6 Pf und 4 Thlr. 20 gl. 4 Pf. iſt es der letzte. Und folglich der kleinſte Satz iſt allemahl der/bey dem ſich das gegentheil findet.

Anm. 2. Unter 2 unähnlichen Sätzen U. S. iſt es nicht allemahl eher zu erkennen/ welcher der gröſte oder kleinſte ſey / bis man ſie einander ähnlich gemacht hat. So denn aber weiſet ſichs eben ſo aus/ wie a. 1.

Man nimmt eine Sorte nach der andern vor.

§ 181. Diejenige Zahl / ſo von der andern abzuziehen iſt/ muß mit derſelben gleicher Art oder Benennung ſeyn (§. 48.) Folglich muß man eine jede Sorte des ſubtrahendi von ihres gleichen im integro abziehen. Und unähnliche S. einander ähnlich machen. Und alſo macht eine

jede

jede Sorte des ſubtrahendi, mit ihres gleichen im integro, ein eigen Subtractions-Exempel aus.

§. 182. Oft iſt die Zahl einer gewiſſen kleinern Sorte des ſubtrahendi gröſſer, als die Zahl eben derſelben Sorte im integro, ob gleich der gantze Satz des ſubtrahendi nicht gröſſer ſeyn darf, als das gantze integrum (§. 180. a. 1.). daher muß man in ſolchem Fall eins von der unmittelbar vorhergehenden gröſſern Sorte des integri borgen, oder, wo auch von der nichts vorhanden iſt, von der nächſten mittelbar vorhergehenden, wo etwas vorhanden iſt. Dis kömt überein mit (§. 51.) nur daß hier von Sorten, dort aber von Graden die Rede war. Daher auch hier die vnität der gröſſern Sorte in ſo viel Theile zu reſolviren iſt, als ſie von derjenigen Sorte in ſich hält, für welche ſie geborget wird. So wird denn doch eine Zahl von einer Zahl ihrer Art ſubtrahirt (§. 48.).

Wo man borgen müſſe?

§. 183. Es ſind hier bey ähnlichen Sätzen ſolche Exempel nicht müglich, da nur einerley Sorte gegeben würde, in der gefundenen aber andere entſtünden. Denn der ſubtrahendus darf nicht gröſſer ſeyn, als das integrum (§. 45.): Wenn alſo in beyden einerley Sorte iſt, ſo muß ſich doch die eine von der andern laſſen abziehen, und denn bleibt im Reſt eben die Sorte (§. 48.). daher iſt es bloß ein Exempel mit einer Sorte. Z. E. 6 gl.

Wie viel Aufgaben hier nöthig?

von

von 18 gl. bleiben 12 gl. hingegen aber kommen wohl ſolche Exempel vor/ da in jedem zwar nur eine/ aber doch nicht einerley Sorte gegeben wird. Z. E. Es ſollen 18 gl. von 7 Thl. abgezogen werden. Wir wollen alſo deßhalb / und damit wir die vielen beſondern Fälle der ſubtraction in den Aufgaben deſto füglicher zeigen können / bey den ähnlichen Sätzen folgende zwoo Aufgaben nehmen 1. da in jedem Satz nur eine/ aber doch nicht einerley Sorte ſteht. 2. da in einer oder beyden unterſchiedene Sorten ſtehen. Bey unähnlichen Sätzen bleiben hier auch zwoo und eben ſolche Aufgaben / wie bey der addition.

II. Aufgaben.

1. Wo ähnliche Sätze gegeben werden.

1ſte Aufgabe. §. 184 Ein Exempel zu ſubtrahiren/ wo in beyden Sätzen nur eine/aber nicht einerley Sorte gegeben wird. Z. E. Du hätteſt 8 Thlr. eingenommen / und 18 gl. ausgegeben/ wie viel behielteſtu noch übrig?

1. Schreibe den Satz des integri und des ſubtrahendi unter einander hin / (nach §. 53.) und ziehe einen Strich darunter/ (wie § 54. n. 1.).

2. Nun fange bey der kleinſten Sorte (nemlich hier bey den Groſchen) an/ und ſprich: 18 gl. von keinem gl. kann ich nicht. Daher borge eins von der vorhergehenden Sorte des integri (§ 182.) nem-

nemlich 1 Thlr. und zum Zeichen deſſen mache einen Punct daneben (wie §. 54. n. 3.). Nun reſolvire dieſen 1 Thlr. in Gedancken in gl. ſind 24 gl. und davon ſubtrahire die 18 gl. wie ſonſt (§. 54)/ bleiben 6 gl. dieſe ſetze unter die Linie grade darunter.

3. Nun gehe fort zur vorhergehenden groſſen Sorte (nemlich hier zu den Thlr.). ſprich: nichts von 7 Thlr. (denn 1 Thlr. iſt ſchon von den 8 Thlr. geborget n. 2.) bleibet 7 Thlr. dieſe ſchreibe auch unter die Linie grade darunter. ſo ſtehet es alſo:

8 Thlr.	≠	gl.
≠	- 18	-
7 Thlr.	6 gl.	

§. 185. Ein Exempel zu ſubtrahiren/ da in einem oder in beyden Sätzen ſchon U. S. gegeben werden. Z. E. Du hätteſt empfangen 38 Thlr. 6 gl. und ausgegeben 37 Thlr. 20 gl. 2 Pf. 1 Hlr. wie viel wäre noch übrig. 2te Aufgabe.

1. Setze die Sätze unter einander hin/ (wie §. 185. n. 1.).

2. Fange bey der kleinſten Sorte an/ 1. ſprich/ 1 Hlr. von keinem Hlr. kann ich nicht. Daher ſollteſtu von den Pf. borgen (wie §. 184. n. 2.). Weil aber auch davon keine vorhanden ſind: ſo 2. muſtu 1 bey den gl. borgen. Daher ſetze einen Punct daneben (wie §. 1684. n. 2.): 3. dieſen 1 gl. reſolvire in Gedancken in Pf. ſind 12 Pf.

4. von dieſen 12 Pf. nimm 1 Pf. und reſolvire ihn in Hlr. ſind 2 Hlr. und 5. davon ziehe den 1 Hlr. ab. ſo bleibt 1 Hlr. 6. dieſen 1 Hlr. ſetze unter die Linie / und die NB von dem geborgten 1 gl. übrigen 11 Pf. behalt im Sinn. (denn die müſſen an ſtatt des integri bey den Pf. dienen / davon auch keine gegeben ſind).

3. Gehe fort zur nächſt vorhergehenden gröſſern Sorte. ſprich 2 Pf. von 11 Pf. (NB. das ſind die n. 2. im Sinn behaltenen 11 Pf. von dem geborgten 1 gl.) bleiben 9 Pf. dieſe ſetze unter die Linie.

4. Gehe fort zur folgenden gröſſern Sorte. ſprich 20 gl. von 5 gl. (denn 1 gl. iſt ſchon davon geborgt) kann ich nicht. daher borge 1 Thlr. vom folgenden / und zum Zeichen deſſen ſetze einen Punct bey die Thlr. dieſen geborgten 1 Thlr. reſolvire in Gedancken in gl. ſind 24 gl. Nun ſprich 20 gl. von 24 gl. bleiben 4 gl. zu dieſen 4 gl. addire noch die gegebene 5 gl. ſind 9 gl. dieſe 9 gl. ſetze nun unter die Linie.

Anm. Andere addiren die gegebene Zahl der Sorte gleich zu den Theilen des geborgten gantzen und ſubtrahiren denn von beyden zugleich. Z. E. Sie würden hier geſagt haben: 1. 24 gl. (die geborget ſind) und 5 gl. (die gegeben) ſind 29 gl. 2. 20 gl von 29 gl. bleiben 9 gl. Es iſt zwar in der Sache eins / aber hier pflegen allezeit gröſſere Zahlen im addiren und im ſubtrahiren zu ſeyn / als bey jenem.

nem. daher jenes der leichtern operation wegen den Vorzug behält.

5. Gehe fort zur folgenden gröſſeſten Sorte, und ſubtrahire ſie völlig, wie ein Exempel mit einer Sorte, denn da darf und kann nie geborget werden (§ 180.a.1.). ſo bleibt nichts. Hiernach ſtehet das Exempel alſo:

38. Thlr.	6. gl.	- Pf.	- Hlr.
37 -	20 -	2 -	1 -
- Thlr.	9 gl.	9 Pf.	1 Hlr.

§. 186. Aus den beyden Aufgaben iſt nun folgende kurtze Regul der ſubtraction bey ähnlichen Sätzen leicht zu verſtehen. Kurtze Regul bey ähnlichen Sätzen.

Subtrahire eine Sorte des ſubtrahendi nach der andern (und zwar von der kleinſten an bis zur höchſten) von ihres gleichen, und zwar alſo:

1. Wo die Zahl der Sorte des ſubtrahendi kleiner iſt, als die Zahl eben der Sorte des integri. da ſetze den Reſt unter die Linie, wie ſonſt (§. 54. n. 2.).

2. Wo ſie eben ſo groß iſt, und alſo nichts übrig bleibt, da mache an ſtatt der null (§. 52. n. 4.) unter die Linie das gewöhnliche Zeichen (§. 153. a. 2.).

3. Wo im ſubtrahendo gar nichts iſt, da ſetze die Zahl des integri ſelbſt zum Reſt, (wie §. 54. n. 8.).

4. Wo im integro nichts iſt/ da borge von der folgenden gröſſern Sorte 1 gantzes/und verfahre/(wie § 184. n.2.): oder wo auch da nichts iſt/ ſo borge noch weiter her/ (wie §. 185. n.2.).

5. Wo im integro weniger iſt/ da borge von der folgenden gröſſern Sorte 1 gantzes, und addire deſſen Theile dazu/ ꝛc. (wie § 185. n.4.) und wo auch da nichts wäre/ noch weiter her/ eben (wie §. 185. n. 2.).

Anm. 1. Wenn in der gröſſern Sorte/ davon man borgen will/ hinten nullen ſtehen/ ſo muß man auch da noch ſo weit fort gehen / bis man eine gültige Zahl antrifft/ und davon borgen / eben ſo / als (§ 54. n.5.6.). Hernach ſind an ſtatt der nullen in Gedancken auch lauter 9 zuſetzen. Z. E. Wenn man von den Thlr. borgen ſollte / und es wären ihrer 30 oder 800 vorhanden / ſo bleiben nach Abzug der geborgten 1 von 30 noch 29 Thlr. und von 800 noch 799 Thlr.

Anm. 2. Der Erweiß iſt. Man ſubtrahiret eine jede Sorte des ſubtrahendi von ihres gleichen/ und bekommt alſo den Reſt von einer jeden Sorte des integri, und folglich vom gantzen integro.

§. 187. Exempel zur Ubung bey ähnlichen Sätzen.

I. In Müntzen. 1. 52 Thlr. 16 gl. von 88 Thlr. 16 gl. bleiben 36 Thlr.

2. 241

2. 241 Thlr. 20 gl. 6 Pf. von 243 Thlr. 19 gl. 6 Pf. 1 Hlr. bleiben 1 Thlr. 23 gl. ꝛ Pf. 1 Hlr.

3. 377 Kfl. 8 gl. 3 Pf. von 8499 Kfl. 12 gl. 9 Pf. bleiben 8122 Kfl 4 gl. 6 Pf.

4. 733 Mfl. von 800 Mfl. 17 gl. 9 Pf. bleiben 67 Mfl. 17 gl. 9 Pf.

5. 136 Thlr. 18 gl. 9 Pf. von 300 Thlr. 16 gl. bleiben 163 Thlr. 21 gl. 9 Pf.

6. 930 Thlr. 22 gl. 11 Pf. von 1301 Thlr. 16 gl. 7 Pf. bleiben 370 Thlr. 17 gl. 8 Pf.

II. Im Gewicht. 1. 246 Mr. 12 L. 3 Qv. von 317 Mr. 6 L. 2 Qv. bleiben 70 Mr. 9 L. 3 Qv.

2. 39 Mr. 7 L. 2 Qv. von 58 Mr. 11 L. 1 Qv. bleiben 19 Mr 3 L. 3 Qv

3. 16 C. 65 lb. 2 L. von 32 C. 55 lb. 3 L. bleiben 25 C. 100 lb. 1 L.

4. 86 St. 16 lb. von 823 St. 14 lb. bleiben 736 St. 20 lb.

III. Im Maaß. 1. 34 Wl. 12 Schl. 3 Vl. 2 Ml. von 108 Wl. 13 Schl. 2 Vl. ꝛ Ml bleiben 74 Wl. ꝛ Schl. 2 Vl. 2 Ml.

2. 16 Wl. 9 Schl. 2 Vl. von 97 Wl. 6 Schl. bleiben 80 Wl. 20 Schl. 2 Vl.

3. 9 Mlr. 11 Schl. von 388 Mlr. 10 Schl. bleiben 290 Mlr. 11 Schl.

4. 9 Eimer Wein 12 Stb. 3 Kan. von 11 Eimer 3 Stb. bleiben 1 Eimer 6 Stb. 1 K.

IV. In Hauffen. 22 Ballen Pappier 4 Rieß 16 Bücher von 40 Bal. 6 R. bleiben 18 Bl. 1. R. 4 B.

2. Wo unähnliche Sätze gegeben werden.

1ſte Aufgabe. § 188. Ein Exempel zu ſubtrahiren/ wo die höchſten Sorten der Sätze ſich als gantze und grade Theile gegen einander verhalten. Z. E. Jemand hätte eingekaufft 340 C. 80 lb. wolle/und verkaufft 230 St. 16 lb. Iſt die Frage/ wie viel iſt noch übrig entweder nach Centnern/ oder nach Steinen gerechnet?

1. Mache den einen Satz demjenigen ähnlich/ nach welchem du den Reſt zu wiſſen verlangeſt/ eben wie bey der addition (§. 174. n. 1.).

Anm. 1. Wenn du hier wiſſen wilt/wie viel nach Centnern gerechnet übrig ſey? ſo muſtu die 230 Steine in Cent. reduciren ſind 46 C. willtu aber wiſſen/ wie viel nach Steinen gerechnet übrig ſey? ſo muſtu die 340 Centner in Steine reſolviren/ ſind 1700 St.

Anm. 2. Eins iſt hier noch vor der addition (§. 174) beſonders. Nemlich wenn die gröſte Sorte unter beyden ſchon ſo viel oder mehr Theile bey ſich hat/ als 1 gantzes von der gröſten Sorte des andern Satzes austrägt. Z. E. Hier ſind im integro die Centner/ die haben bey ſich 80 lb. die ſind mehr als 1 Stein/ der nur 22 lb. macht: ſo muß man NB. in ſolchem Fall/ da der Satz/ darinn die gröſte Sorte unter beyden ſteht/ dem andern ſoll ähnlich gemacht worden/ nicht allein die

gröſte

gröſte Sorte / ſondern auch NB. ihre bey ſich habende Theile in die gröſte Sorte des andern Satzes verwandeln / und denn / was aus beyden entſtanden, zuſammen addiren / wie das Exempel unten n. 2. ausweiſet Denn iſt derſelbe Satz das integrum, ſo kriegte man ſonſt einen Satz zum Reſt / der wider den Gebrauch mehr Theile hätte / als zu einem gantzen nöthig ſind (§. 152. n. 2.). Iſt er aber der ſubtrahendus ſo hätte man ſo viel Theile zu ſubtrahiren / daß / wenn man auch ein gantzes borgte / man dennoch nicht ſubtrahiren könnte. In andern Fällen iſt das nicht zu beſorgen / daher man auch da die Theile ungeändert läßt.

2. Nun haſtu ähnliche Sätze / daher verfahre ferner nach den Aufgaben von ähnlichen Sätzen (§.184.185.). Hiernach ſtünde obiges Exempel nach beyden Fragen alſo:

1. 230|46 C.
   5 5

Integr.	3.4.0 C.	8.0 lb.
Subtr.	46 -	16 -
Reſt	294 C.	64 lb.

2. 340 C. 80 lb. (1
   5 — 2(4
   1700 St. — 8 0 | 3 St. 14 lb.
   adde 3 St. 14 lb. — 2 2
   1703 St. 14 lb.

Integr.	1 7 0 3. St.	14 lb.
Subtr.	2 3 0 -	16 -
Reſt	1 4 7 2 St.	20 lb.

§. 189. Exempel zur Ubung.

1. 15 C. 80 lb. von 340 St. 16 lb. bleiben 262 St. 2 lb.

Anm. Hier ſind die Centner im ſubtrahendo', und haben bey ſich 80 lb. Daher gilt hier auch/ was (§ 188 n. I.a.2.) geſagt iſt/ und würde das Exempel völlig alſo ſtehen:

```
                     (1
                     2(4
    15 C. 80lb.      8 0|3 St. 14 lb.
     5               2 2
  ------
    75 St.
adde 3 St.   14 lb.
----------------------
Summa 78 St.  14 lb.

integrū 3.4.0 St.  16 lb.
ſubtrah.  78  -    14  -
----------------------
Reſt     262 St.    2 lb.
```

2. 15 C. 80 lb. von 340 St. 16 lb. bleiben 52 C. 46 lb.

Anm Hier ſtehen zwar auch Centner aber es werden nicht die Centner in Steine/ ſondern die Steine in C. verwandelt. Daher iſt dis ein anderer Fall/ als (§. 188. n. I.a.2.) geſetzt iſt/ und daher läßt man auch die Theile ungeändert. Das gantze Exempel ſtünde alſo:

```
340 | 68 C.    68 C. 16 lb. integrum
 55 |          15 -  80 -   ſubtrah.
               ------------------------
               52 C. 46 lb. Reſt.
```

3. 26

3. 26 Mlr. 9 Schl. von 16 Wl. 18 Schl. bleiben 3 Wl 9 Schl

4. 26 Mlr. 9 Schl. von 16 Wl. 18 Schl. bleiben 6 Mlr. 9 Schl.

Anm. N. 4. müſſen die 18 Schl. auch in Mlr. reducirt werden/ aber n. 3. nicht.

5. Man kan auch die (§. 174. und §. 175.). befindliche Additions-Exempel hiernach probiren. ſolches geſchicht / wenn man die Summe zum integro, und einen von den addendis zum ſubtrahendo macht/ denn ſo muß der andere addendus zum Reſt bleiben (nach §. 116.).

§. 189. Ein Exempel zu ſubtrahiren/ da die höchſten Sorten ſich als gantze und ungrade Theile verhalten. Z. E. Jemand hätte eingenommen 700 Thl. 20 gl. und ausgegeben 600 Kfl. 10 gl. wie viel hätte er noch nach Thal. gerechnet übrig? oder wie viel nach Kfl? 2te Aufgabe.
1. Mache den einen Satz dem andern ähnlich/ welchen du in dem Reſt zu haben verlangeſt/ wie in der addition (§.176.n.I.).

Anm. Hier müſſen die gegebenen Theile nicht allein in dem (§. 188. n.I.a.2.) angeführten Fall/ ſondern allemahl zugleich mit reſolvirt oder reducirt werden/ (wie §. 164. gezeiget iſt) ſie mögen ſtehen in welchem Satz ſie wollen/ (da die gröſte oder da die kleinſte Sorte unter beyden iſt) es mögen auch ſo viel ſeyn / als es wollen. Denn weil die gröſten Sor-

ten gantze und ungrade Theile ſind/ und daher die reduction und reſolution vermittelſt gemeinſchaftlicher graden Theile geſchicht (§ 164.): ſo können von dieſen gemeinſchaftlichen Theilen auch ſo viel übrig bleiben/ daß ſie mit den gegebenen wenigen Theilen mehr/ als ein ſolches gantzes ausmachen/ darein man die eine verwandeln will. Z. E. Aus 601 Kfl. entſtehen 400 Thlr. 16 gl. nun aber ſind auch bey den 601 Kfl. ſchon 10 gl. gegeben/ die machen mit 16 gl. mehr als 1 Thlr. aus. Man thut aber am beſten/ daß man ſie gleich zu den gemeinſchaftlichen Theilen addirt,(wie §. 164. und die Exempel ausweiſen).

2. Nun haſtu ähnliche Sätze/ daher verfahre/ (wie §. 186.). Hiernach ſtehet das Exempel nach beyden Fällen alſo:

1. 601 Kfl. 10 gl.
16
———
3606
601   1 (2
———
9616 gl.   9 9 2 6 | 401 Thl. 2 gl.
10 add.   2 4 4 4
———
9626 gl.   2 2

Integr.	700	Thlr.	20	gl.
Subtr.	401	-	2	-
Reſt	299	Thlr.	18	gl.

```
2.  700 Thlr. 20 gl.
     24
    ----
    2800
    1400          ꝟ 1(4
   ------
   16800 gl.   1 6 8 2 0 | 1051 Kfl. 4 gl.
      20 add.  1 6 6 6 6 |
   ---------
   16820 gl.     1 1 1
```

Integr.	1 0 5 1 Kfl.	4 gl.
Subtr.	6 0 1 -	10 -
Reſt	4 4 9 Kfl.	10 gl.

Anm. Der Erweiß iſt/ (wie §. 188.).

§. 191. Exempel zur Ubung.

1. 300 Kfl. 8 gl. von 350 Thlr. 20 gl. bleiben 150 Thlr. 12 gl.

2. 300 Kfl. 8 gl. von 350 Thlr. 20 gl. bleiben 225 Kfl. 4 gl.

3. 230 Thlr. 21 gl. von 384 Mfl. 16 gl. bleiben 121 Thlr. 19 gl.

4. 230 Thlr. 21 gl. von 384 Mfl. 16 gl. bleiben 132 Mfl. 19 gl.

5. Nun kan man die (§. 176. und §. 177.) befindliche Additions-Exempel / da nur zweene Sätze gegeben ſind / nach dieſer Aufgabe durch nehmen / und zugleich probiren (wie §. 189. n. 5.). denn wo mehr / als 2 Sätze gegeben ſind / da wäre die Probe gar zu weitläuftig.

Der

Der Andern SECTION
Viertes Capittel.
Von der MULTIPLICATION mit U. S.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 192.

Was hie für Sätze gegeben werden?

IN der multiplication werden zwoo Zahlen gegeben/ der multiplicandus und multiplicans: allein jener wird eigentlich nur durch zuſammenſetzung vermehrt/ dieſer aber zeiget allein an/ wie oft ſolches geſchehen ſolle (§. 59). Daraus denn auch nur der multiplicandus und die Summe einerley Nahmen führen dürffen/ der multiplicans aber heiſſen mag/ wie er will (§. 62). Daher iſt nun offenbar 1. daß in dem multiplicando und multiplicante allerley Zahlen und Sätze von U. S. können gegeben werden/ nicht allein ähnliche und unähnliche Sätze einer Claſſe/ (wie in der addition und ſubtraction,) ſondern auch gar Sätze aus unterſchiedenen Claſſen/ ja gar ſolche benannte Zahlen/ darunter die eine ihrer Benennung nach zu keiner Claſſe der U S. kann gerechnet werden (a). Z. E. In dem multiplicando können ſtehen 83 Thlr.

18 gl.

18 gl. in dem multiplicante aber 30 lb. oder 3 Hüte Zucker ꝛc. ꝛc.

II. Daß aber gleichwohl keine unter allen können Exempel von unterſchiedenen Sorten aus machen/ als wenn im multiplicando entweder ſchon unterſchiedene Sorten gegeben werden / oder da nur eine kleinere Sorte gegeben wird/ wenn dennoch durch Vermehrung derſelben vermittelſt der reduction in der Summe andere Sorten entſtehen (b).

III. Daß eigentlich nur im multiplicando können unterſchiedene Sorten gegeben werden/ in dem multiplicante aber nur eine Sorte ſtatt finde (c).

Anm. 1. (a) In der addition wurden alle gegebene Zahlen oder Sätze zuſammen genommen/ und in eine Summe gebracht: und daher muſten es lauter Sorten von ſolcher Art ſeyn/ die in einander konnten verwandelt werden. Und folglich konnten keine andere als ähnliche oder unähnliche Sätze einer Claſſe gegeben werden. Hier aber wird nur der multiplicandus zuſammen geſetzt/ der multiplicans aber mag heiſſen wie er will. Es wird auch der multiplicans ſehr ſelten Sorten aus eben der Claſſe haben / daraus der Satz des multiplicandi iſt / ſondern ordentlich ſind es entweder Sorten aus einer andern Claſſe/ oder gar benannte Zahlen/ die zu keiner Claſ-

ſe

ſe gehören. denn der multiplicandus iſt ordentlich der andere Satz in der Regul de Tri, und der multiplicans der dritte (§. 70. a. 2.). wir werden aber künftig ſehen, daß in beyden Sätzen ſelten Sorten einer Claſſe ſtehen.

Anm. 2. (b) Der multiplicans thut weiter nichts zur Sache, als daß er anzeigt, wie oft der multiplicandus ſoll zuſammen geſetzet werden, daher er vor ſich ungeändert bleibt, wie er gegeben wird. Hingegen der multiplicans ſoll verändert werden. Z. E. Wenn eine kleine Sorte im multiplicando ſteht, und ſie ſo oft zuſammen geſetzet wird, daß ſie gantze ausmachen kann: ſo muß ſie in ſolche reducirt werden. Hingegen ſteht ſie im multiplicante, ſo bleibt ſie allemahl ungeändert, und hat man in ſolchem Fall weiter nichts zu wiſſen, als was in Exempeln mit einer Sorte da geweſen iſt. Z. E. Im multiplicando ſtünden 8 gl. / im multiplicante 8 C. da zeigen die 8 C daß die 8 gl. ſollen 8 mahl zuſammen geſetzet werden, ſind 64 gl. dieſe müſſen nun reducirt werden, ſind 2 Thlr. 16 gl. und daher wäre es ein Exempel von U. S. hingegen nimm die 8 C. zum multiplicando und die 8 gl. zum multiplicante an: ſo werden die 8 C. 8 mahl genommen ſind 64 C. die bleiben ungeändert, und folglich iſt das nur ein Exempel mit einer Sorte.

Anm. 3. (c) Die vniteten des multiplicantis ſollen anzeigen, wie oft der multiplicandus zu neh-

nehmen ſey. Wåren nun unterſchiedene Sorten da / ſo håtte man auch unterſchiedene vniteten darinn/ und wůſte nicht/ nach welchen man ſich richten ſollte. Z. E. Der multiplicandus wåre 8 Thlr. 12 gl. der multiplicans 4 Thlr. 16 gl. Da wůrde eine wunderliche Summe heraus kommen/ man mőgte den multiplicandum mit den (4) vniteten der Thlr. allein/ oder mit den (6) vniteten der gl. allein/ oder mit beyden in eins addirt zuſammen (nemlich mit 20) multipliciren. Es hat zwar Herr Hederich in ſeinen Math. Wiſſ. p. 46. folgendes Exempel 8 Thlr. 6 gl. 4 Pf. mit 2 Thlr. 3 gl. 2 Pf. und meint/ man můſte die Sorten des multiplicantis alle unter einen Nahmen bringen, und denn wie ſonſt multipliciren ꝛc. und bringet auf die Weiſe zur Summe heraus 5144 Thlr. 4 gl. allein er geſtehet ſelbſt / daß es ein wiederſinniſches facit ſey/ glaubet aber doch mit Schotto, daß es an ſich richtig ſey / und meinet/ daß ſolche Exempel vor ſich ſelbſt ſelten oder gar nicht/ in der Regul de Tri aber deſto őfter vorkommen. Meine Meinung davon iſt kůrtzlich dieſe/ 1. daß ſolche Exempel auſſer der Regul de Tri nimmer vorkommen. 2. wenn ſie aber auch in der Regul de Tri vorkommen/ daß dennoch die angegebene Aufloͤſung der Aufgabe keine allgemeine Regul ſeyn kőnne / ſondern daß man die Sorten des multiplicantis (welches der

drit-

dritte Satz in der Regul de Tri iſt (§. 70. a. 2.) reſolviren müſſe/ weil und ſo weit es die Verhältniß des erſten und dritten Satzes erfodert. Denn aus dem gegebenen Exempel des Herrn Hederichs würde die Summe in keinem andern Fall heraus kommen/ als wenn das Exempel in der Regul de Tri hieſſe: 1 Pf. bringt 8 Thlr. 6 gl. 4 Pf./ was bringen 2 Thlr. 3 gl. 2 Pf? gantz anders aber würde es werden/ wenn im erſten Satz an ſtatt 1 Pf. nur ſtünde 2 Pf. oder 1 Hlr ꝛc. it. wenn im erſten Satz ſtünde 1 gl. 6 Pf. ꝛc. ꝛc. Folglich haben wir hier mit ſolchen Exempeln gar nichts zu thun/ ſondern müſſen ſie bis in die Regul de Tri verſparen/ und haben endlich zur Vorbereitung auf jene daran genug/ daß wir bereits gelernet haben/ unterſchiedene Sorten eines Satzes unter einen Nahmen zu bringen (§. 157. a. 4.).

Wie viel Aufgaben hier nöthig?

§. 193. Daraus erhellet nun ferner 1. daß man in der multiplication mit U. S. keine andere Aufgaben nöthig habe/ als 1. ſolche/ da nur eine kleinere Sorte gegeben wird/ die aber alſo vermehret wird/ daß in der Summe vermittelſt der reduction andere gröſſere Sorten daraus entſtehen/ und 2. ſolche/ da im multiplicando wircklich ſchon unterſchiedene Sorten gegeben werden.

II. Daß man in der multiplication mit U. S. allein mit gantzen und graden Theilen zu thun bekomme (§. 157.).

Anm.

Anm. Sonſt pfleget man gemeiniglich in den Aufgaben der multiplication mit U. S. nur zu zeigen/ wie man gröſſere Sorten in kleinere reſolviren ſolle. Warum wir aber ſolches nicht beybehalten/ iſt bereits (§. 148. a.) angezeiget worden.

II. Aufgaben.

§. 194. Ein Exempel von U. S. zu multipliciren/ da im multiplicando nur eine Sorte gegeben wird/ daraus aber in der Summe andere entſtehen. Z. E. Du hätteſt 18 gl. und ſollteſt ſie 12 mahl zuſammen ſetzen. Verfahre alſo: 1ſte Aufgabe.

1. Multiplicire beyde Zahlen/ wie ſonſt in der multiplication mit einer Sorte (§ 73. oder §. 74.).

2. Dieſe Summe reducire in ihre gantze (nach §. 159.) ſo ſtehet es alſo:

18 gl.
12
———
36
18
———
216 gl.

3
216 | 9 Thlr.
24

Anm. 1. Der Erweiß iſt offenbar/denn 1. wird die gegebene Sorte richtig multiplicirt/und 2. die Summe vermöge des Gebrauchs richtig reducirt (§. 135. n. II.).

Anm. 2. In dieſen Exempeln kann man den multiplicandum, wo er die kleinſte Zahl hat / in der operation zum multiplicante annehmen, wenn man nur hernach die Summe richtig reducirt / wie (§. 70.) geſagt iſt.

Anm. 3. In der vortheilhafften Art iſt es ſchlechterdings nöthig und überaus nützlich dieſe Aufgabe a part abzuhandeln.

§. 195. Exempel zur Ubung.

1. 9 Pf. mit 88 machen 2 Thlr. 18 gl.
2. 8 Pf. mit 186 machen 5 Thlr. 4 gl.
3. 10 Pf mit 399 machen 13 Thlr. 20 gl. 6 Pf.
4. 18 gl. mit 66 machen 16 Thlr. 12 gl.
5. 19 gl. mit 866 machen 685 Thlr. 14 gl.
6. 14 gl. mit 374 machen 139 Rfl. 12 gl.
7. 80 lb. mit 384 machen 279 C. 30 lb.
8. 24 L. mit 568 machen 3 C. 96 lb.
9. 16 Schl. mit 96 machen 72 Wl.
10. 16 Schl. mit 96 machen 144 Mlr.
11. 12 Schl. mit 366 machen 183 Wl.

2te Aufgabe. §. 196. Ein Exempel von U. S. zu multipliciren / da im multiplicando wircklich unterſchiedene Sorten gegeben werden. Z. E. Du ſolteſt 8 Thlr. 12 gl. 6 Pf. mit 44 multipliciren. Verfahre alſo:

1. Bringe alle Sorten des multiplicandi unter einen Nahmen / (nach §. 157.).

Anm. Nun iſt es nur ein ſolch Ex. / wie (§. 194.) daher es nun ferner geht / wie daſelbſt gezeiget iſt.

iſt. Nemlich:

2. Die herauskommende Anzahl der kleinſten Sorte multiplicire mit dem gegebenen multiplicante, und

3. Die Summe reducire in ihre gantze (nach §. 159. oder 160.). Hiernach ſtünde obiges Exempel alſo:

```
n. 1.   8 Thl.             n. 2.    2454 Pf.
       24                             44
      192 gl.                       9816
       12 add.                     9816
      204 gl.                     107976 Pf.
       12
      408
     204
     2454 Pf.
```

```
n. 3.     1                  1(1
       1 2 2 1         |   1 3 3
       2 1 1 9         |   2 7 1(2 |
     1 0 7 9 7 6       |   8 9 9 9 | 374 Thl. 12 gl.
       1 2 2 2 2       |   2 4 4 4 |
         1 1 1             2 2
```

Anm. 1. Der Erweiß iſt/ wie zuvor (§. 194.). denn es kömmt nur dis einige dazu / daß man alle gegebene Sorten des multiplicandi unter einen Nahmen bringt. n. 1. Solches iſt nun zwar nicht ſchlechterdings nöthig/ſondern man könnte auch eine jede Sorte vor ſich a part

 mul-

multipliciren (wie es denn alſo in der vortheilhaften Art gehalten wird): indeß aber iſt es doch richtig. Denn die gröſſere Anzahl der kleinſten Sorte gilt ſo viel, als die kleinere Anzahlen der gröſſern Sorten, daraus ſie durch die reſolution entſtehet (§. 152. n. 7.).

§. 197. Exempel zur Ubung.

1. 24 Thlr. 16 gl. 9 Pf. mit 48 machen 1185 Thlr. 12 gl.

2. 7 Thlr. 16 gl. mit 64 machen 490 Thlr.

3. 13 gl. 8 Pf. mit 64 machen 36 Thlr. 10 gl. 8 Pf.

4. 3 Thlr. 8 gl. 4 Pf. mit 35 machen 117 Thlr. 3 gl. 8 Pf.

5. 18 Kfl. 8 gl. 6 Pf. mit 36 machen 667 Kfl. 2 gl.

6. 25 Mfl. 18 gl. 3 Pf. machen 413 Mfl. 6 gl.

7. 3 St. 14 lb. 16 L. mit 64 machen 243 St. 14 lb.

8. 5 C. 55 lb. 24 L. mit 35 machen 187 und 73 lb. 24 L.

9. 23 Wl. 12 Schl. mit 28 machen 588 Wl.

10. 16 Mlr. 8 Schl. mit 36 machen 600 Mlr.

Der

Der Andern SECTION
Fünftes Capittel.
Von der
DIVISION
mit U. S.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 198.

Was für Sätze ſtatt finden.

Bey der Diviſion werden zwoo Zahlen gegeben/ der dividendus und diviſor. Jener wird in gleiche Theile getheilt/ dieſer aber zeiget an/ in wie viel Theile er getheilt werden ſolle (§. 78). Und daher muß jener und der quotient von einerley Benennung ſeyn/ dieſer aber mag heiſſen/ wie er will (§. 84). daraus nun folget:

I. Daß in der diviſion mit U. S. allerley Sorten und Sätze können gegeben werden/ nicht allein aus einer Claſſe/ ſondern auch aus unterſchiedenen Claſſen/ ja gar ſolche/ darunter die eine zu keiner Claſſe gehört.

II. Daß es eher kein Exempel von U. S. ſeyn könne / als wenn entweder in dem dividendo ſchon U. S. gegeben ſind/ oder vermöge der operation aus einer Sorte des dividendi andere entſtehen müſſen.

III. Daß eigentlich nur im dividendo können U. S gegeben werden/ in dem diviſore aber nur allemahl eine Sorte ſtatt finde.

Anm. Dis alles wird man leicht begreiffen/wenn man erwäget/ was bey der multiplication (§. 192 a. 1. 2. 3.) geſagt iſt. Mit wenigen bedencke man nur/ 1. der diviſor ſoll ungeändert bleiben/ wie er gegeben wird/ und mit ſeinen vniteten nur anzeigen/ in wie viel Theile der dividendus zu theilen ſey (§ 89). 2. Daß in der Regul de Tri der erſte Satz allemahl der diviſor ſey. Da kommen nun zwar oft U. S. vor/ aber in der operation muß man ſich richten nach der Verhältniß des erſten und dritten Satzes: daher bleiben ſolche Exempel bis dahin verſpart.

Wo der dividendus zu klein.

§. 199. Wenn der diviſor gröſſer iſt/ als der dividendus: ſo kann man nicht operiren (§. 85). Daher muß der dividendus gröſſer (§. 89.)/ und deßhalb in grade Theile getheilet werden (§. 88)/ und zwar am liebſten in ſeine gewöhnliche und geſetzte Theile/ wo man ſolche haben kann (§. 91.). Da nun die gröſſern Sorten zu ihren geſetzten Theilen die kleinern Sorten ihres Satzes haben: ſo muß und pfleget man hier in ſolchem Fall die gegebene Anzahl einer gröſſern Sorte ſo lange in kleinere Sorten ihres Satzes zu reſolviren/ bis die Anzahl der Theile gröſſer oder wenigſtens ſo groß wird/ als der diviſor iſt: wo man

aber

aber keine kleinere Sorte in einem Satz haben kann/da muß man ſich endlich wieder mit einem Bruch behelffen (§. 93).

§. 200. Es bleibet nach der diviſion oft ein Reſt übrig/(es ſey von dem erſten gegebenen/ oder nach §. 199. angenommenen dividendo). Mit ſolchem aber iſt es eben ſo zu halten/ als mit einem dividendo, der kleiner/ als der diviſor iſt (§. 95. 96.). Daher gilt hier davon alles/ was (§. 199) von einem kleinern dividendo geſagt iſt. Wo ein Reſt bleibt.

§. 201. Aus (§. 199. und 200.) iſt offenbar/ daß und wo es in der diviſion mit U. S. Exempel geben könne/ da aus einer gegebenen gröſſern Sorte/ vermöge der operation, andere und zwar kleinere Sorten entſtehen. Daß hier aus einer Sorte andere entſtehen können.

§. 202. Demnach werden wir hier zweyerley Art Aufgaben nöthig haben I. ſolche da nur eine Sorte gegeben wird daraus aber andere entſtehen II. da im dividendo ſchon U. S. gegeben werden. Jedoch werden in der erſtern Art wieder zwoo Aufgaben beſonders abzuhandeln ſeyn. 1. Da von dem dividendo ein Reſt übrig bleibt. 2. Da der gegebene dividendus ſelbſt zu klein iſt. Wie viel Aufgaben nöthig?

Anm. Warům wir hier die Aufgaben kleinere Sorten in gröſſere zu reduciren nicht mitnehmen/ iſt bereits (§. 148. a.) gemeldet.

II. Aufgaben.

1. A. Wo ein Reſt bleibt.

§. 203. Ein Exempel von U. S. zu dividiren / da von dem gegebenen dividendo ein Reſt übrig bleibt. Z. E. Es ſollten ſich ihrer 14 in 32 Thlr. theilen. Verfahre alſo:

1. Dividire ordentlich / wie ſonſt mit einer Sorte. ſo iſt der quotient 2 Thlr. und der Reſt 4 Thlr.

2. Den Reſt reſolvire in die unmittelbar folgende Sorte (nach §. 155). ſind 96 gl.

3. In die Anzahl derſelben dividire abermahls mit dem diviſore, wie ſonſt. ſo iſt der quotient 6 gl. der Reſt aber 12 gl.

4. Dieſen Reſt reſolvire noch weiter / (ſind 144 Pf.) und dividire abermahls. ſo iſt der quotient 10 Pf. der Reſt 4 Pf

5. Dieſen Reſt reſolvire noch weiter (ſind 8 Hlr). darein kan man aber noch mit 14 nicht dividiren / und ſollte er daher noch weiter reſolvirt werden. es iſt aber keine kleinere Sorte übrig: daher muß NB der bey der letzten diviſion (n. 4.) geblìebene Reſt der Pfennige (nicht die Heller) mit dem diviſore in einen Bruch verwandelt werden (§. 199). ſind $\frac{4}{14}$ Pf Folglich iſt der gantze quotient, oder was ein jeder unter den 14 bekomt /

2 Thlr. 6 gl. 10$\frac{4}{14}$ Pf.

2te A. wo der dividendus zu klein iſt.

§. 204. Ein Exempel von U. S. zu dividiren / da der gegebene dividendus

zu

zu klein iſt. Z. E. Es ſollen ſich ihrer 116 in 4 Thlr. theilen. Verfahre alſo:

1. Reſolvire die Sorte des dividendi in die unmittelbar folgende Sorte (nach §. 155). ſind 96 gl.

2. Dieſe Anzahl iſt noch zu klein; daher reſolvire ſie noch weiter in die folgende Sorte 96 gl. ſind 1152 Pf.

3. Nun iſt der dividendus gröſſer / daher dividire nun mit dem diviſore: wie ſonſt ſo iſt der quotient 9 Pf. und der Reſt 108 Pf.

Anm. Wenn die Anzahl der Pf. noch nicht hinreichte: ſo hätte man immer weiter reſolvirt. Wenn aber auch die Hlr. nicht hingereicht hätten / ſo hätte man NB. aus dem gegebenen dividendo und diviſore müſſen einen Bruch machen (§. 199).

4. Mit dieſem Reſt (108 Pf.) iſt nun völlig zu verfahren / (wie §. 203).

So wird endlich alles / was einer bekommt / austragen 9 Pf. $1\frac{100}{116}$ Hlr.

Anm. Der Erweiß von beyden Aufgaben iſt von ſelbſt offenbar. Dann 1. wird ordentlich dividirt / wie ſonſt wo es möglich iſt. 2. ordentlich reſolvirt / wo es nöthig iſt.

§. 205. Exempel zur Ubung.

1. 89 Thlr. mit 178 dividirt fac. 12 gl.
2. 66 Thlr. mit 132 div. fac. 12 gl.
3. 915 Mfl. mit 21 fac. 43 Mfl. 12 gl.

4. 72 C. mit 15840 fac. 16 C.
5. 99 Wl. mit 396 fac. 6 Schl.
6. 8 Wl. mit 96 fac. 2 Schl.
7. 786 Thlr. mit 9432 fac. 2 gl.
8. 8 C. mit 444 fac. 2 lb.
9. 32 C. mit 444 fac. 8 lb.
10. 36 Ballen Pappier mit 120 fac. 3 Rieß.

Woll. S. gegeben werden. §. 206. Ein Exempel mit U. S. zu dividiren/ da im dividendo wircklich U. S. gegeben werden. Z. E. Es ſollen ſich ihrer 12 in 24 Thlr. 16 gl. 9 Pf. theilen. Verfahre alſo.

1. Bringe alle Sorten des dividendi unter einen Nahmen nach (§. 157). ſind 9481 Pf.

2. Nun haſtu im dividendo auch nur eine Sorte. Daher:

1. Wenn die Anzahl gröſſer iſt/ als der gegebene diviſor, ſo dividire / wie ſonſt mit einer Sorte.

2. Wenn ſie aber kleiner iſt/ ſo verfahre/ (wie §. 204).

Hiernach iſt der quotient 790 Pf./ der Reſt aber 1 Pf.

3. Wenn der quotient ſo viel von der kleinſten Sorte in ſich hält/ das gantze daraus werden können wie hier 790 Pf.: ſo reducire ſie.

4. Und wenn ein Reſt übrig bleibt / ſo verfahre damit / (wie §. 203.).

So bekommt endlich ein jeder 2 Thlr. 12 gl. $10\frac{1}{12}$ Pf.

Anm.

Anm. Der Erweiß iſt auch nicht ſchwer. Denn es kommt weiter nichts dazu/ als daß man die gegebene Sorten des dividendi alle unter einen Nahmen bringt. Solches iſt zwar nicht ſchlechterdings nöthig / jedoch aber in der gemeinen Art gewöhnlich/und an ſich richtig. Denn die gröſſere Anzahl der kleinſten Sorte/ die durch die reſolution entſteht / gilt ſo viel/ als die gegebene geringere Anzahlen der gröſſern Sorte/ daraus ſie entſteht (§.152.n.7.).

§. 207. Exempel zur Ubung.

1. 3 Thlr. 15 gl. 11 Pf. mit 32 fac. 2 gl. 8 Pf. $1\frac{30}{32}$ Hlr.

2. 234 Thlr. 16 gl. 3 Pf. mit 48 fac. 4 Thlr. 21 gl. 4 Pf.

3. 16 C. 84 lb. mit 24 fac. 2 C. 79 lb. 16 L.

4. 32 C. 18 lb. 16 L. mit 28452 fac. 8 L.

5. 6 St. 6 lb. 18 L. mit 554 fac. $8\frac{2}{554}$ L.

6. 8 Wl. 17 Schl. 10 M. mit 32 fac. 6 Schl. $8\frac{22}{32}$ M.

7. 5 Thlr. 8 gl. mit 3 fac. 1 Thlr. 18 gl. 8 Pf.

Ende der andern Section.

Des

Des erſten Abſchnitts Dritte SECTION, Von Verhältniß der Zahlen und der REGUL DE TRI mit einer Sorte.

Das Erſte Capittel. Von Verhältniß der Zahlen überhaupt, und der Verhältniß der Zahlen von einer Sorte inſonderheit.

§. 208.

Was die Verhältniß der Zahlen überhaupt ſey?

Durch die Verhältniß der Zahlen / verſtehet man überhaupt die Ubereinſtimmung und den Unterſcheid der Zahlen/ in ſo fern die Bemerckung derſelben nöthig und dienlich iſt / aus bekannten Zahlen durch eine nothwendige Folge andere unbekannte heraus zu bringen / daran uns gelegen iſt. Z. E. Ich habe 2 Zahlen/ 3 Schl. und 9 Schl. von der erſten weiß ich/ſie koſte 6 Thlr. und will nun daher auch wiſſen/wie viel Thlr. die andere (9 Schl.) bringen werde? Da muß ich zuſehen/wie ſich 3 und 9 gegen einander verhalten.

Anm.

Anm. 1. Dieſe Lehre von Verhältniß der Zahlen iſt wie von gantz unentbehrlicher Nothwendigkeit/alſo auch von gantz unbeſchreiblichem Nutzen. Denn ſie iſt nicht allein der vornehmſte Grund zur arithmetiſchen Erfindung / (welches die Haupt-Sache iſt Vorber. §. 23.)/ ſondern auch der Quell zu den allerbeſten Vortheilen der arithmetic. Bißher haben wir in den ſpecien bereits unbekannte Zahlen gefunden/ aber man hat ſie noch nicht eigentlich aus der Verhältniß der Zahlen geſucht/wiewohl ſie doch an vielen Orten ſchon unvermerckt zum Grunde gelegen.

Anm. 2. Es iſt aber dieſe Lehre von Verhältniß der Zahlen dem Menſchen ſo natürlich/ daß alle die/ ſo einiges Nachdencken haben/ ſich derſelben auch unvermerckt zu bedienen pflegen/ wenn ſie im Kopf etwas ausrechnen wollen/ ob ſie gleich die arithmetic ihr lebtage nicht gelernt. Z. E. Wenn ſie obiges Exempel ausrechnen wollten. Daher wird dieſelbe hier nicht gleichſam aus der Lufft ergriffen / ſondern muß aus der Natur der Sachen und des Verſtandes hergeleitet werden. Und zwar haben wir hier ſonderlich zweyerley zu thun / 1. daß wir alle mögliche Fälle der Verhältniß zuſammen ſuchen und diſtinct vorſtellen/auch dabey die Reguln des Verſtandes im ſchlieſſen bemercken/damit man auf alle mögliche Fälle gefaßt ſey/ weil

weil ſonſt ein ander/ der die arithmetic nicht lernt / zwar dis und das vermöge der Verhältniß findet/aber doch nicht in allen ſonderlich in ſchwerern Fällen fortkomen kan. 2. Daß wir alle beſondere mögliche Fälle durch geſchickte Benennungen bezeichnen/ damit man ſolche genau unterſcheiden / und ſich einander darüber bedeuten und verſtehen könne. indem man ſonſt/ ob gleich die Sache natürlich iſt/ſie dennoch nur gantz confus begreiffet/ und folglich auch ſich darüber weder recht erklären noch andere verſtehen kann / weil man nicht gnugſam auf ſich acht hat.

Anm. 3. Wir haben hierinn den Herren Mathematicis, ſonderlich den neuern/ das meiſte zu dancken. weil aber dieſelben nicht eigentlich oder allein von der Verhältniß der Zahlen/ ſondern von Verhältniß der Gröſſen überhaupt handeln: ſo haben ſie manches/das wir hier nicht bedürffen/ vieles aber auch nicht/das uns doch unentbehrlich iſt, wie der Augenſchein ausweiſen wird.

Anm 4. Es wird mit Fleiß geſagt: ſo fern dieſelbe nöthig und dienlich iſt / aus bekannten Zahlen unbekannte zu erfinden. Denn gleich wie man auf die Verhältniß der Zahlen nicht zu ſehen pflegt / ohne wo es zur Erfindung einer unbekannten Zahl / daran uns gelegen iſt/ nöthig iſt: alſo hat man auch die Verhält-

niß

niß der Zahlen in keinem weitern Verſtande zu nehmen/ als ſo fern ſie zur Erfindung dienlich iſt. Daher muß dann auch dieſe Abſicht unſere Richtſchnur hiebey ſeyn/ daß wir nicht mehr und nicht weniger berühren/ als dazu nöthig iſt. Weil aber die Regul de Tri die bekannteſte und nützlichſte Art der Verhältniß iſt: ſo wollen wir das folgende aus derſelben zu deſto beſſerm Verſtande erläutern/ gleichwie auch obiges Exempel dieſes Paragraphi bereits daraus genommen iſt.

§. 209. Wenn man nun darauf acht hat/ wie fern die Verhältniß der bekannten Zahlen zur Erfindung anderer dienlich ſey: ſo findet ſich überhaupt dreyerley dabey anzumercken.

Wie fern man auf die Verhältniß ſehe?

I. Daß man dabey allemahl auf die gröſſe der Zahlen ſehe. Man gedenckt/ dieſe Zahlen ſind ſo und ſo groß/ folglich müſſen jene auch ſo oder ſo groß ſeyn. Z.E. In obigem Exempel (§. 208) würde man gedencken: 9 iſt 3 mahl ſo groß oder ſo viel/ als 3. folglich muß ich auch 3 mahl ſo viel Thaler für 9 Schl. bekommen/ als für 3 Schl. (a).

II. Daß man von der gröſſe einer Zahl nicht auf eine andere fortſchlieſſen könne/ als wenn dieſelbe entweder Zahlen von einer Art und Benennung ſind/ oder doch nur von ſolcher unterſchiedenen Art und Benennung/ die nur der gröſſe nach unterſchieden ſind/ oder ſich als gan-

ze

tze und Theile gegen einander verhalten. Z. E. Ich kann nicht ſchlieſſen von Zinn auf Silber. Von Rocken auf Weitzen / von Scheffel auf Centner. Aber wohl 1. von Scheffel auf Scheffel / und 2. von Scheffel auf Winſpel. Das erſte ſind Dinge von einer Art. Das andere zwar Dinge von unterſchiedener Art / die aber doch als gantze und Theile können angeſehen werden (b).

III. Daß man die Verhältniß der Zahlen alſo ſuche und ausdrucke / daß man die eine Zahl zum Maaß der andern annehme. Z. E. Man ſpricht die eine Zahl (9) iſt gegen die andere (3) gerechnet / ſo oder ſo groß, (nemlich 3 mahl ſo groß) (c).

Anm. 1. (a) Man könnte unter den Zahlen wohl in mancherley Abſicht eine Ubereinſtimmung oder Unterſcheid ſuchen. Aber ſie nutzet in keiner Abſicht zur Erfindung / als nur in Abſicht auf ihre Gröſſe.

Anm. 2. (b) Es wird ſonſt von denen / welche von der Verhältniß ex profeſſo handeln / gelehret / daß ſie nur unter Dingen von einer Art (inter homogenea) ſtatt finde. Und das iſt an ſich richtig: jedoch kann man ſich dabey gar leicht irren / wenn man das auf die Verhältniß der Zahlen appliciren will. Denn wenn man meint / man könne keine Verhältniß finden / als nur unter Zahlen von einer Art / weil

weil ſie numeri homogenei heiſſen / hingegen aber ſchlechterdings nicht unter Zahlen von unterſchiedener Art / weil ſie heterogenei heiſſen (Vorb. §.4.a.1.) : ſo wird man ſehr zu kurtz kommen. Es gibt es aber die Vernunft und Erfahrung / daß man auch eine Verhältniß unter Zahlen von unterſchiedener Benennung haben könne / wenn es nur ſolche Benennungen ſind / die allein der gröſſe nach unterſchieden ſind / oder ſich als gantze und Theile verhalten. Mit einem Worte wenn es nur Gröſſen von einer Art (quantitates homogeneæ) ſind (§. 124. a. 1.) / die in einander können verwandelt werden. Dergleichen aber ſind ſonderlich die Unterſchiedenen Sorten / davon bißher in der andern Section ausführlich gehandelt worden. So viel kann hier vorläuffig genug ſeyn. Bey der Regul de Tri wird ſich alles von ſelbſt beſſer aufklären.

Anm. 3. Die gröſſe der Dinge kann man ſich nicht anders / als durch ein gewiſſes Maaß deutlich vorſtellen (§. 121). wenn man ſich alſo hier die gröſſe der gegebenen Zahlen vorſtellen will : ſo muß man auch ein Maaß dazu annehmen. Nun könnte man zwar eine andere Zahl zum gemeinen Maaß der gegebenen erwählen / Z. E. Man hätte die beyden Zahlen 4 und 8 und ſtellte ſich beyder gröſſe vor durch die 2. allein da wüſte man wohl / wie ſich eine jede gegen 2 verhielte / aber nicht / wie ſich beyde

gegen einander verhielten/ und könnte man in ſo fern noch aus ihrer Verhältniß keinen Schluß machen. Daher wird erfodert/ daß man die eine gegebene Zahl zum Maaß der andern annehme/ nemlich daß man Z. E. ſage: 8 iſt 2 mahl ſo groß/ als 4/ oder 4 iſt ein mahl ſo klein/ (oder halb ſo groß) als 8.

Was daraus folge?

§. 210. Daraus iſt nun zuförderſt offenbar/ daß bey der Verhältniß der Zahlen drey Dinge erfordert werden. 1. Daß es Zahlen von einer Art und Benennung/ oder doch Zahlen von ſolcher unterſchiedenen Benennung ſeyn/ welche als Gröſſen von einer Art können angeſehen werden. 2. Daß man ihren Unterſcheid oder Ubereinſtimmung in Abſicht auf ihre Gröſſe bemercke/ und 3 daß man die eine zum Maaß der andern annehme. Und auf dieſe drey Puncte werden wir künftig durchgehends zu ſehen haben.

Daß man mit eins nicht aus und auf mehr als zwoo Zahlen ſchlieſſen könne.

§. 211. Man wird ferner bey ſich wahrnehmen/ I. daß man ſich auf einmahl nicht unter mehr/ (wie auch nicht unter weniger/) als zwoo Zahlen die Verhältniß vorſtellen/ und alſo auch auf einmahl nicht aus mehr als zwoer Zahlen Verhältniß fortſchlieſſen könne. II. Daß man aus der Verhältniß zwoer Zahlen durch eine nothwendige Folge auf einmahl nicht auf mehr als zwoo/ und auf keine andere Zahlen fortſchlieſſen könne/ als auf

ſolche, die mit einander in eben der Verhältniß ſtehen ſollen (a). Folglich iſt die Lehre von der Verhältniß überhaupt auf dieſe zwey Haupt-Puncte einzurichten 1. daß man ſich die Verhältniß zwooer Zahlen vorſtellen und finden könne. 2. daß man zu einer gegebenen Zahl eine andere finde, welche eben die Verhältniß mit ihr habe, als man zwiſchen zwoo andern wahrnimmt (b).

Anm. 1. (a) Dis alles wird einem jeden theils die Empfindung ſeines Gemüths, theils auch der Augenſchein weiſen, wenn er alle gewöhnlichen Aufgaben bey der Verhältniß durchgehen will. Wenn man aus und auf mehr als zwoo Zahlen zu ſchlieſſen ſcheint: ſo iſt es entweder ein wiederhohlter Schluß, oder eine künſtliche Vereinigung der Verhältniſſe, wie in der Regula quinque.

Anm. 2. (b) Wir werden darauf auch unſere Abhandlung einrichten. Denn wenn man das kann, ſo wird man hernach weiter nichts bedürffen, als die operation nur zu wiederhohlen.

§. 112. Daraus iſt nun zugleich zu erkennen, *(Daß die Verhältnis nur zwoo Zahlen voraus ſetze.)*

I. Daß und warüm man jedesmahl nur zwoo Zahlen vorausſetze, wenn man von Verhältniß der Zahlen redet, und dadurch verſtehe die Ubereinſtimmung oder den Unterſcheid NB. zwooer Zahlen.

II. Daß, wenn mehr Zahlen vorhanden ſind,

deren Verhältnis man bemercken will/ man allemahl nur zwoo und zwoo darunter gegen einander halten könne/ und

III. Daß ſo viel beſondere Verhältniſſen darunter zu finden ſeyn/ als man zwoo Zahlen beſonders gegen einander halten kann.

Wie ratio und proportio unterſchieden?

§. 113. Und daher kömmt es/ daß man einen Unterſcheid zu machen pfleget und machen muß unter der Verhältniß zwooer Zahlen/ wenn man ſie vor ſich betrachtet/ und unter der Verhältniß mehrerer (Paar) Zahlen/ wenn man ſie unter ſich gegen einander hält. Nemlich die Verhältniß zwooer Zahlen vor ſich betrachtet wird genannt die ration (ratio), oder ſchlechthin die Verhältniß. Wenn man aber beſondere Verhältniſſe mehrerer Zahlen gegen einander hält/ und ſie kommen mit einander überein/ ſo heiſſen es einerley oder ähnliche oder gleiche Verhältniſſen/ (rationes eædem): kommen ſie nicht überein/ unterſchiedene oder unähnliche oder ungleiche Verhältniſſen (rationes diverſæ). Und ins beſondere wenn zwoo beſondere NB. gleiche Verhältniſſen unter mehr Zahlen ſind, ſo heiſſet ihre Ubereinſtimmung die proportion (proportio): und die Zahlen/ darunter ſich dieſelbe befindet/ heiſſen Proportional-Zahlen/ (numeri proportionales).

Anm. 1. Es wird die ration und proportion gar oft mit einander verwechſelt/ da ſie doch

wohl

wohl zu unterſcheiden ſind. Nemlich die ration bedeutet den Unterſcheid oder Ubereinſtimmung zwooer NB. Zahlen/ aber proportion bedeutet allein die Ubereinſtimmung zwooer NB. beſondern Verhältniſſe.

Anm. 2. Mit unähnlichen Verhältniſſen iſt uns in unſerer arithmetic wenig oder nichts gedient: aber die ähnlichen ſind uns zur Erfindung unentbehrlich.

§. 214. Da wir nun die Abhandlung dieſer Lehre auf die zwoo Haupt-Puncte einzurichten haben 1. daß wir die Verhältniß zwooer Zahlen finden und 2. dazu andere Zahlen/ welche eben die Verhältniß haben / heraus bringen können (§.211): ſo wird ſich die Abhandlung von ſelbſt in dieſe beyde Stücke zertheilen/ daß wir I. handeln von der ration und II. von der proportion, denn jene iſt die Verhältniß zwooer Zahlen und dieſe die ähnlichkeit zwooer Verhältniſſen (§. 213.).

Daß von jeder beſonders zu handeln ſey.

Anm. So wenig man ſich auf einmahl unter mehr als zwoo Zahlen die Verhältniß vorſtellen kann/ eben ſo wenig kann man auch auf einmahl mehr als zwoo Verhältniſſ' mit einander vergleichen. Daher ob gleich mehrere/ als zwoo/ ähnliche Verhältniſſe nach einander können angetroffen und nach und nach erfunden werden/(dergleichen man eine progreſſion

zu nennen pflegt): ſo kann man doch nur zwoo und zwoo mit eins gegen einander halten und erfinden. Daher bleibt die proportion (welche nur zwiſchen zwoo Verhältniſſen iſt §. 213.) der Grund dazu.

Daß man die Verhältniß der Zahlen unterſchiedlich beurtheile.

§. 215. Man wird ferner bey ſich ſelbſt befinden, daß man die Gröſſe der Zahlen von einer Sorte gar anders beurtheile, als die Gröſſe der Zahlen von unterſchiedenen Sorten. denn bey jenen ſiehet man bloß auf die Anzahl der vniteten, die von jeder vorhanden ſind, bey dieſen aber nebſt dem zugleich auch auf die Gültigkeit ihrer Benennung. Z. E. Man ſetze, man hätte zwoo Zahlen, 6 und 12, und wollte wiſſen, welche die gröſte darunter ſey, ſo würde man ſagen, die letzte ſey es, wenn ſie beyde Centner bedeuteten. Hingegen wenn man ſetzte, die 6 bedeutete Centner, die 12 aber Steine, ſo würde ein jeder ſagen, die erſte ſey es. Eben ſo wird man auch bey ſich ſelbſt befinden, daß man die Gröſſe gantzer Zahlen gar anders beurtheile, als gebrochener Zahlen, und bey dieſen die gröſſe gebrochener Zahlen von einer Sorte anders, als von unterſchiedenen Sorten, wie wir zu ſeiner Zeit mit mehrern ſehen werden. Daraus iſt denn von ſelbſt offenbar, daß auch die Verhältniß, (welche auf die gröſſe der Zahlen ihr Abſehen hat (§. 210), anders bey Gantzen anders bey gebrochenen Zahlen,

len/ingleichen anders bey Zahlen von einer Sorte, anders bey Zahlen von unterſchiedenen Sorten gefunden werde.

§. 216. Dannenhero haben wir auch alle confuſion zu vermeiden von der Verhåltniß einer jeden Art der Zahlen a part zu handeln. Nemlich 1. von der Verhåltniß gantzer Zahlen von einer Sorte hier in der dritten Section. 2. von der Verhåltniß gantzer Zahlen von U. S. in der vierten Section 3. von der Verhåltniß gebrochener Zahlen von einer Sorte in des andern Abſchnittes dritten Section, und 4. von der Verhåltniß gebrochener Zahlen von U. S. eben daſelbſt in der vierten Section.

Daß und wo von jeder Art zu handeln ſey?

Anm. Gleichwie von der Verhåltniß der Zahlen überhaupt in wenigen arithmetiſchen Schriften ex profeſſo gehandelt iſt: alſo ſind meines wiſſens von keinem dieſe beſondere Arten alle beſonders durchgenommen/ ſondern/ was dahin gehöret/ nur beylåuffig und zerſtreuet bey den Exempeln der Regul de Tri beygebracht worden. Allein mich dünckt/ es ſey beſſer/ daß man alles/ was von einer jeden Art zu wiſſen nöthig iſt/ in einer Suite zuſammen ſetze. Denn wenn es ſo zerſtreut herüm ſtecket: ſo wird es einem Lernenden gar zu ſchweer/ aus den vielen beſondern Exempeln ſich allgemeine Reguln zu formiren: und ſo lange er doch ſolche nicht hat/ kann er weiter nichts/

 als

als was er auswendig gelernet u. behalten hat. Hingegen wenn man ſich auf einmahl alles vorſtellet/ was von einer jeden Art zu wiſſen iſt/ und von jeder eine allgemeine Regul mit Verſtand begreiffet: ſo iſt man hernach fähig/alle beſondere Exempel derſelben Art aufzulöſen/ und wenn ihrer tauſend und aber tauſend aufgegeben würden.

Daß ſie vieles mit einander gemein haben.

§. 217. Ob nun wohl bey einer jeden Art der Zahlen wegen Erfindung der Verhältniß etwas beſonders iſt: ſo kommen ſie doch in vielen Puncten/ ſonderlich in den allgemeinen Begriffen und Benennungen der Verhältniß überein. Wir wollen daher das / was ihnen mit einander gemein iſt/ in dieſem Capittel abhandeln und es auf die Verhältniß gantzer Zahlen von einer Sorte beſonders appliciren: Was aber jede Art beſonders hat/bey einer jeden an ſeinem Orte ausführen.

Anm. Die Verhältniß gantzer Zahlen von einer Sorte iſt die leichteſte und ſimpelſte, dahin man die übrigen endlich reſolviren muß/ wenn man ſie recht einſehen will. Daher kann denn an derſelben / was ihnen mit einander gemein iſt/ gar füglich gezeiget werden.

Er=

Erſter Abſatz.

Von der Ration der Zahlen überhaupt, und gantzer Zahlen von einer Sorte inſonderheit.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 218.

Durch die Ration oder Verhältniß der Zahlen verſtehet man die Ubereinſtimmung oder den Unterſcheid / welcher ſich unter zwoo Zahlen in Abſicht auf ihre Gröſſe findet / wenn man die eine zum Maaß der andern annimmt. Und folglich ins beſondere / die ration gantzer Zahlen von einer Sorte iſt die / welche ſich unter gantzen Zahlen von einer Benennung findet. Z.E. 8 iſt 2 mahl ſo groß als 4. Da iſt 2 die ration unter 8 und 4. *Was die ration ſey?*

Anm. Was ein jedes Wort in der definition auf ſich habe / und warum es darinn ſtehe / wird man nun aus dem / was in dieſem Capittel bisher geſagt iſt / leicht penetriren.

§. 219. Diejenigen Zahlen, deren Verhältniß man anmercket / werden Glieder der Verhältniß (termini rationis) genannt. Und zwar diejenige / wel- *Was Glieder der Verhältniß / und wie vielerley ſie ſeyn?*

welche darunter zum **Maaß** der andern angenommen wird / heißt das erſte oder **vörderſte Glied** (terminus antecedens) : die aber nach jener abgemeſſen **wird**/ heißt das **andere** oder **hinterſte Glied** (terminus conſequens). Sie pflegen beyde in ſolcher Ordnung hinter einander hingeſetzet zu werden. Z. E. 4 gegen 8 oder 8 gegen 4. (8 ad 4 oder 4 ad 8).

Anm. 1. Man iſt darinn nicht durchgehends eins/ denn andere nennen diejenige Zahl das **erſte Glied** / welche gegen eine andere **gehalten wird**/ und die das **hinterſte**/ gegen welche ſie gehalten wird/ welches alſo das Gegentheil iſt. Und ſo ſcheinen es auch die gewöhnlichen Worte (gegen und ad) zwiſchen den Zahlen zu geben. Nun liegt in der Sache vor ſich ſelbſt nichts daran. Denn man kann unter zwoo gegebenen Zahlen / zum Maaß annehmen welche man will / die Verhältniß wird doch gleich offenbar. Z. E. Wenn 4 und 8 gegeben ſind / ſo erkenne ich ihre Verhältniß/ ich mag zum Maaß annehmen die 8 und ſagen / 4 iſt halb ſo groß/ als 8 : oder die 4 und ſagen/ 8 iſt 2 mahl ſo groß als 4. Allein wenn ich auf den Nutzen der Verhältniß zur **Erfindung unbekannter Zahlen** ſehe/ (welche hiebey allemahl unſere Richtſchnur ſeyn muß. §. 208. a. 4.) : ſo iſt es am beſten/ daß man ſich einmahl für allemahl gewöhne / diejenige Zahl/ welche das **Maaß** der andern ſeyn ſoll/ **voran**/

voran/ und die andere hinten zuſetzen/ oder wenn ſie ſchon hinter einander ſtehen/die vörderſte zum Maaß der hinterſten anzunehmen. Denn

Anm. 2. Die Natur des Maaſſes und des Meſſens erfodert 1. daß das Maaß bekannter und eher im Gemüthe ſey/ als die Sache/ ſo man darnach miſſet (§. 121.). 2 daß man die vorhin unbekannte Gröſſe nach ſolchem bekannten Maaß ausdrucke Z. E. Weñ man eine vorhin unbekannte quantität Tuch vermittelſt des Ellen-Maaſſes deutlich erkannt hat/ ſo ſpricht man die gröſſe deſſelben alſo aus: das Tuch iſt 30 oder 40 ꝛc. Ellen lang. Iſt ſo viel/ als ob man ſagte: das Tuch iſt 30 oder 40 mahl ſo lang/als die Elle. Wie nun das allen Menſchen natürlich iſt: alſo wird ſichs auch in der folgenden Anmerckung zeigen/ daß es am beſten ſey/ die vörderſte Zahl zum Maaß der hinterſten anzunehmen/ und folglich die gröſſe der hinterſten nach der erſten auszudrucken. Denn

Anm. 3. Wenn Z. E. in der Regul de Tri das Exempel alſo lautete: 4 lb. koſten 6 Thlr. was koſten 8 lb.? ſo iſt der Grund des Schluſſes dieſer: Wie ſich verhalten 4 lb. und 8 lb. ſo müſſen ſich auch verhalten 6 Thlr. und die unbekannte Anzahl der Thaler/ die ich noch finden ſoll. Nun aber iſt der Schluß am allernatürlichſten/ wenn man ſaget: 8 (die hin-

terſte

terſte Zahl) iſt 2 mahl ſo groß als 4 (die vorderſte Zahl): ergo muß die unbekannte Zahl der Thaler (als die hinterſte) auch 4 mahl ſo groß ſeyn/ als die vörderſte bekannte Zahl 6. denn da denckt ein jeder/ er dürfe nur 6 Thlr. 2 mahl nehmen/ ſo habe er die verlangte Zahl. Hingegen würde der Schluß weit unnatürlicher ſeyn/ wenn ich ſagte: 4 iſt halb ſo groß als 8. ergo muß die bekannte Zahl der Thaler 6/ auch halb ſo groß ſeyn/ als die unbekannte Zahl der Thaler. Denn auf die Weiſe nähme man NB. die unbekannte Zahl zum Maaß der bekanntern an/ da doch das Maaß ſoll bekannter ſeyn a.2. Es wird auch ein jeder bey ſich ſelbſt fühlen und befinden/ daß ihm durch ſolchen Schluß noch nicht evident ſey/ wie groß die unbekannte Zahl ſeyn ſolle: ſondern daß er ſich in ſeinem Gemüthe noch erſt gleichſam ümwenden/ und noch einen Schluß machen müſſe/ ehe er zum Ende komme/ nemlich dieſen: wenn 6 ſoll 2 mahl ſo klein ſeyn/ als die unbekannte Zahl: ſo muß die unbekannte Zahl auch 2 mahl ſo groß ſeyn/ als 6. Und denn wird er erſt mercken/ daß er 6 müſſe 2 mahl nehmen: welches er aber vorhin mit einmahl einſehen konnte. Wollte man zur Verhütung deſſen den Schluß alſo einrichten. 4 iſt halb ſo groß/ oder noch einmahl ſo klein/ als 8/ ergo muß auch die unbekannte Zahl 2 mahl ſo groß als 6 Thlr. ſeyn: ſo iſt es eben-

ebenfals weit gezwungener und verwirrter / denn es wird der natürliche Gang der Gedancken / und auch die natürliche Ordnung der Glieder unterbrochen / denn einmahl drückt man die Verhältniß durch klein/ das andere mahl durch groß aus. Wenn aber das Exempel in der Regul de Tri alſo lautete/8 lb. koſten 12 Thlr. was koſten 4 lb.? ſo würde der Schluß im Gegentheil am natürlichſten ſeyn/ wenn man gedächte: 4 (die hinterſte Zahl) iſt halb ſo groß/ als 8 (die vörderſte) / ergo muß die unbekannte Zahl auch halb ſo groß ſeyn / als 12. Denn ein jeder wird ſehen/ er dürffe die 12 nur halb nehmen/ſo habe er die Zahl (6). unnatürlicher aber würde es flieſſen/wenn man ſagte/8 iſt noch einmahl ſo groß/als 4/ ergo muß auch 12 noch einmahl ſo groß ſeyn/als die unbekannte Zahl. Es iſt auch ſo gar in der Regula de Tri inverſa am natürlichſten/ das vörderſte Glied allemahl zum Maaß des folgenden zu nehmen / wenn die unbekannte Zahl nicht das Maaß der bekanntern werden ſoll.

Anm. 4. Und daher meine ich, man habe Urſach genug/ ſich einmahl für allemahl daran zu gewöhnen/ das vörderſte Glied zum Maaß des hintern zu erwählen/ und des letztern Gröſſe nach dem erſtern auszudrucken. Wem es anders beliebet/ der hat ſeine Freyheit. Wir aber werden nun die gantze Abhandlung nach angezeigter Art einrichten.

§. 220.

Was ratio æqualitatis und inæqualitatis? §. 220. Wenn man zwoo Zahlen ihrer gröſſe nach gegen einander hält: ſo ſind ſie einander entweder gleich oder ungleich (æquales oder inæquales) (Vorber. §. 17). daher wird jener ihre Verhältniß genannt die **Verhältniß gleicher Zahlen** (ratio æqualitatis), dieſer aber, die **Verhältniß ungleicher Zahlen** (ratio inæqualitatis).

Anm. 1. Weil man die gröſſe der Zahlen von einer Art, nach der Anzahl ihrer vniteten beurtheilet (§. 215): ſo iſt bey ſolchen ins beſondere ratio æqualitatis unter denen, die gleich viel vniteten haben, und inæqualitatis unter denen, da eine mehr, die andere weniger hat (Vorb. §. 17).

Anm. 2. Ratio æqualitatis kann teutſch nicht gegeben werden eine gleiche Verhältniß, und inæqualitatis nicht eine ungleiche Verhältniß. Denn gleiche Verhältniſſe heiſſen rationes eædem, ungleiche aber rationes diverſæ, und beydes iſt gantz etwas anders (§. 213.). Es ſind aber die lateiniſchen Redens-Arten (ratio æqualitatis und inæqualitatis) bey den mathematicis bekannter, als die teutſchen.

Anm. 3. Von der ratione æqualitatis findet man ſonſt wenig, mehr aber von der ratione inæqualitatis: jedoch werden wir hernach ſehen, daß ſie auch nützlich und daher nicht gar zu vergeſſen ſey.

§. 221.

§. 221. Wenn zwoo Zahlen ihrer groͤſſe nach ungleich ſind: ſo iſt eine nothwendig groͤſſer und die andere iſt kleiner. Und folglich iſt bey der ratione inæqualitatis, allemahl eine Zahl groͤſſer/ die andere kleiner. Wenn nun die groͤſſeſte Zahl unter beyden hinten ſteht (4 und 8)/ ſo wird es lateiniſch genannt ratio inæqualitatis majoris: ſtehet aber die kleinſte unter beyden hinten (8 und 4)/ ratio inæqualitatis minoris. Teutſch wird ſichs mit einem Wort ſchweer ausdruͤcken/ ſonſt aber doch aus der gegebenen Beſchreibung leicht verſtehen laſſen. Was ratio majoris und minoris inæqualitatis?

Anm. 1. Diejenigen/ welche das letzte Glied zum Maaß des voͤrderſten annehmen (§. 219. a. 1.)/ die nehmen auch dieſe Benennungen anders/ nemlich in Abſicht auf das erſte Glied. Denn ſtehet die groͤſte Zahl vorne/ ſo heißt es bey ihnen ratio majoris inæqualitatis, ſtehet die kleinſte vorne/ ratio minoris inæqualitatis. Wir aber wollen ſie mit andern allemahl in Abſicht auf das hinterſte Glied nehmen/ und in majore das Wort groß/ in minore das Wort klein gebrauchen.

Anm. 2. Dazu aber hat man meines Erachtens wichtige Urſachen/ welche aus den Anmerckungen des §. 219. leicht abzunehmen ſind. Deñ die Natur der Erfindung und der Schluͤſſe bringet es meiſtentheils alſo mit: daß/ nachdem die hinterſte Zahl groͤſſer oder kleiner iſt/

als

als die erſte/ auch die Zahl/ welche man ſucht/ gröſſer oder kleiner ſeyn müſſe/ als die/ mit welcher ſie in gleicher Verhältniß ſtehen ſoll (§. 219. a. 3.). Und daher iſt es natürlicher/ daß die ration heiſſe ratio *majoris* inæqualitatis, daraus man auf eine gröſſere Zahl numerum *majorem*) ſchlieſſet/ und die *minoris* inæqualitis, daraus man auf eine kleinere Zahl (numerum *minorem*) fortſchließt. Z. E. In der Progreſſions-Rechnung folget aus der ratione *majoris* inæqualitatis nach unſerm Begriff allemahl die ſo genannte progreſſio aſcendens oder creſcens, aus der ratione *minoris* inæqualitatis aber deſcendens oder decreſcens. Hingegen nach voriger Meinung würde aus dieſer creſcens, aus jener decreſcens entſtehen/ welches aber nicht ſo natürlich iſt.

Was eine arithmetiſche und geometriſche Verhältniß ſey?

§. 222. Man kann und pfleget die Verhältniß zwooer Zahlen auf zweyerley Weiſe zu bemercken 1. wenn man ſich vorſtellet/ um wie viel die hinterſte gröſſer oder kleiner iſt/ als die vörderſte/ Z. E. 3 und 5/ da iſt 5 um 2 gröſſer als 3. Hingegen 5 und 3/ da iſt 3 um 2 kleiner als 5. 2. Wenn man ſich vorſtellet wie viel mahl die hinterſte ſo groß oder ſo klein ſey/ als die vörderſte. Z. E. 4 und 8. da iſt 8 zwey mahl ſo groß als 4. Hingegen 8 und 4. da iſt 4 noch einmahl ſo klein/ als 8. In dem erſtern Fall wird es eine arithmetiſche Verhält-

hältniß/ (ratio arithmetica), in dem andern eine geometriſche Verhältniß/ (ratio geometrica). genannt. Jene deutet man kurtz am beſten an durch eine kleine Linie zwiſchen den beyden Zahlen / Z. E. 3 - 5 oder 5 - 3. Dieſe aber durch zwey Puncte/ Z. E. 4 : 8 oder 8 : 4.

Anm. 1. Die arithmetiſche Verhältniß iſt bey weiten zur Erfindung ſo nützlich nicht/ als die geometriſche. Daher pflegt ſie von andern oft gar weggelaſſen/ und die geometriſche nur allein unter dem Nahmen der Verhältniß begriffen und abgehandelt zu werden. Jedoch hat ſie ihren Nutzen in der Progreſſions-Rechnung: daher ſie nicht gantz vorbey zu gehen iſt.

Anm. 2. Es iſt nicht die Meinung / als wären manche Zahlen von ſolcher Beſchaffenheit/ daß man darunter allein eine arithmetiſche / und manche/ daß man darunter allein eine geometriſche Verhältniß finden könnte. Sondern man kann bey einerley Zahlen (Z. E. unter 3 und 6) beyderley Verhältniß anmercken. welche man aber jedesmahl zu erwählen habe, das muß die Sache ſelbſt an die Hand geben/ und was man jedesmahl zu wiſſen verlanget/ daran einem gelegen iſt.

Anm. 3. Es iſt aber ſehr nöthig / daß man einmahl für allemahl die angeführten Redens-Arten / dadurch man eine jede Verhältniß

pfleget auszudrucken/ wohl mercke/ weil man ſonſt hernach im ſchlieſſen nicht recht fortkommen kan. Bey der arithmetiſchen ſind die beyden Wörter/ gröſſer und kleiner durchgängig gewöhnlich: aber bey der geometriſchen ſind die beyden Redens-Arten/ mahl ſo groß und mahl ſo klein oder/ welches einerley iſt/ mahl ſo viel und mahl ſo wenig wohl am leichteſten und natürlichſten/ und daher auch bey ſolchen/welche die arithmetic nicht gelernt/ am gewöhnlichſten: Bey den mathematicis hingegen ſind dieſe Redens-Arten/ hält in ſich/ und iſt enthalten/ (oder ſteckt) üblicher. Und darnach würde man ſagen: die hinterſte Zahl hält die vorderſte ſo oder ſo vielmahl in ſich/ Z. E. 8 hält die 4 2 mahl in ſich/ oder die hinterſte iſt in der erſtern ſo oder ſo vielmahl enthalten/ Z. E. 4 iſt in 8 2 mahl enthalten/(oder 4 ſteckt in 8 2mahl). Es ſind auch dieſe Redens-Arten der mathematicorum in vielen Stücken/ſonderlich in der ratione *minoris* inæqualitatis, bequemer. Denn es will ſich nach unſerer Sprache nicht wohl mit eben der Zahl ausdrucken laſſen/ wie vielmahl eine Zahl ſo klein ſey als eine andere/ mit welcher man ausdruckt/ wie vielmahl dieſe ſo groß als jene ſey. Z. E. Ich kann ſagen/ 8 iſt zwey mahl ſo groß/ als 4. Aber es will nicht angehen/ 4 iſt zwey mahl ſo klein/als 8. Da man doch füglich ſagen kann: 4 ſteckt in 8

zwey

zwey mahl / wie 8 hält 4 zwey mahl in ſich. Manche ſtellen ſich die rationem minoris inæqualitatis ſo vor: 4 iſt der halbe Theil aus 8 / oder iſt den halben Theil ſo groß als 8. Ein jeder nehme / was ihm am faßlichſten iſt. Wir werden die Worte / hält in ſich und iſt enthalten am meiſten gebrauchen.

§. 223. Wenn die Zahlen einander gleich ſind / Z. E. 4 und 4: ſo ſiehet ein jeder alſofort in der arithmetiſchen Verhältniß / daß die hinterſte nicht gröſſer und nicht kleiner ſey / als die erſtere; und in der geometriſchen Verhältniß / daß die letztere die vörderſte nur ein mahl in ſich halte und in ihr enthalten ſey. Und braucht es daher gar keiner Mühe ſich die Verhältniß gleicher Zahlen vorzuſtellen. Wenn aber die Zahlen ungleich ſind / ſo iſt es weder in der arithmetiſchen Verhältniß ſo gleich offenbar / wie viel die letztere gröſſer oder kleiner ſey als die erſtere / noch in der geometriſchen / wie oft die letztere die erſtere in ſich halte / oder in ihr enthalten ſey. Zumahl wenn es etwas groſſe Zahlen ſind. Z. E. 9 - 15 oder 12 - 19. it. 16 : 96 oder 144 : 24. Und daher iſt nöthig / daß man lerne / wie man die Verhältniß unter ungleichen Zahlen in beyderley Art finden ſolle.

Daß die Verhältniß in gleichen Zahlen offenbar / in ungleichen nicht.

Anm. Die *arithmeti*ſche Verhältniß gleicher Zahlen hat zur Erfindung meines wiſſens gar

keinen Nutzen. Die *geometriſche* hingegen hat groſſen Nutzen/ſonderlich in der vortheilhaften Regul de Tri. denn ſie macht die leichteſten Schlüſſe und die allerleichteſte *operation*. Wie man künftig ſehen wird.

Wie man die arith. Verhält-niß un-gleicher Zahlen finde?

§. 224. Wenn man bey ſich acht hat/ was man thue oder gedencke/ wenn man (ohne die arithmetic gelernt zu haben/ oder an ihre Reguln zu gedencken) wiſſen will / wie viel eine unter zwoo kleinen ungleichen Zahlen (denn bey gröſſern will es ohne ſolche Beyhülffe meiſtens nicht fort) gröſſer oder kleiner ſey/ als die andere: ſo wird man finden/ daß man im Gemüth von der gröſſern ſo viel wegnehme/als die kleinere ausmacht. Und ſo viel alsdann von der gröſſern noch übrig bleibt / ſo viel gedenckt und ſagt man/ſey die gröſſere gröſſer als die kleinere/ und die kleinere kleiner/ als die gröſſere. Z.E. Wenn man 5 und 3 hat/ ſo nimmt man in Gedancken 3 von 5 weg/ und denn bleibt 2 übrig. Daher ſagt man/ 5 ſey üm 2 gröſſer als 3/ und 3 üm 2 kleiner / als 5. Das iſt nun in der That nichts anders / als daß man die kleinere Zahl von der gröſſern ſubtrahirt und den Reſt zum Zeichen der *arithmetiſchen* Verhältniß zwoer Zahlen annimmt (§.42.). Und damit hat es auch ſeine völlige Richtigkeit. Denn die kleinere Zahl (der ſubtrahendus) und der Reſt der gröſſern zuſammen genommen/ſind der gröſ-

ſern

ſern Zahl (dem integro) gleich (§. 47). d. i. Wenn man den Reſt der gröſſern zu der kleinern Zahl ſetzet/ſo iſt dieſe eben ſo groß/ als die gröſſere (Z. E. 2 und 3 iſt 5.). Folglich wenn man den Reſt davon läſſet/ſo muß ſie ja ům ſo viel kleiner ſeyn/ als der Reſt ausmacht. Hingegen wenn man den Reſt von der gröſſern Zahl hinweg nimmt/ ſo wird ſie eben ſo klein/ als die kleinere Z. E. 2 von 5 bleiben 3. Folglich wenn man den Reſt dabey läſſet/ ſo muß ſie ja ům ſo viel gröſſer als dieſelbe ſeyn. Und dannenhero iſt das eine allgemeine Regul bey (kleinen und groſſen) ungleichen Zahlen/ die *arithmeti*ſche Verhåltniß zwoer Zahlen zu finden/ daß man die kleinere von der gröſſern ſubtrahirt, und den Reſt zum Zeichen ihrer Verhåltniß annimmt. Und daher pfleget man ſonſt die *arithmet.* Verhåltniß alſo zu beſchreiben/ſie ſey diejenige/ welche man durch die *ſubtraction* finde/ und auch den Reſt in dieſem Fall ins beſondere die differenz (den Unterſcheid) zu nennen/ weil er anzeigt/ wie die Zahlen unterſchieden ſind/ d. i. wie viel eine gröſſer oder kleiner ſey/als die andere.

Anm. 1. Ich ſage/ man ſoll die kleinere von der gröſſern ſubtrahiren/ denn anders geht es nicht an (§. 45.). Es iſt aber gleich viel/man mag rationem *majoris* oder *minoris* inæqualitatis wiſſen wollen. Denn wir haben geſehen/ daß man wechſelsweiſe ſagen könne/ 5 iſt ům

zwey gröſſer als 3/und 3 üm zwey kleiner/ als 5. Alſo kann man den Reſt (die differenz) in ratione *majoris* inæqualitatis durch gröſſer/ in rat. *minoris* inæqu. durch kleiner ausſprechen.

Anm 2. Hieraus erhellet nun auch/ warum die arith. Verhältniß gleicher Zahlen gleich ſo offenbar ſey (§. 223). denn wenn man eine gleiche Zahl von einer gleichen ſubtrahirt, ſo bleibt nichts übrig (§. 45. a. und 47. a.).

Wie man die geometriſche Verhältniß der Zahlen finde?

§. 225. Wenn man bey ſich acht hat/ was man thue oder gedencke/ wenn man (ohne hülffe der arithmetiſchen Reguln) wiſſen will / wie oft eine unter zwoo ungleichen Zahlen die andere in ſich halte/oder in ihr enthalten ſey/ (Z. E. 4 und 8.): ſo wird man ſo viel/ als die kleinſte ausmacht/ ſo lange von der gröſſern wegnehmen/ als man kann/ und ſo viel mahl das geſchehen kann/ ſo viel gedenckt oder ſagt man/ ſey die kleinſte in der gröſſern enthalten / und halte dieſe jene in ſich. Z. E. bey 4 und 8 nimmt man von der 8 ſo lange vier weg / als man kann. und das geſchicht zweymahl. und daher glaubt ein jeder / daß 4 in 8 zweymahl enthalten ſey/und 8 die 4 zweymahl in ſich halte. Das heißt nun nach der arithmetic zu reden in der That nichts anders / als daß man die gröſſere Zahl durch die kleinere dividirt, und den quotienten zum Zeichen der geo-

geometriſchen Verhältniß zwoer Zahlen annimmt (§ 77. verglichen mit §. 80. 81. 82). Und damit hat es auch ſeine völlige Richtigkeit. Denn die gegebene kleinſte Zahl (der diviſor), ſteckt in der gröſſern (dem dividendo) ſo oft/ und hinwieder die gröſſere hält die kleinere ſo oft in ſich/ als der quotient vniteten hat (§. 77). Und daher iſt das eine allgemeine Regul die geometriſche Verhältniß zwoer Zahlen zu finden / daß man die gröſſere durch die kleinere dividirt/ und den quotienten zum Zeichen ihrer Verhältniß annimt. Und deßhalb pflegt man ſonſt die geometriſche Verhältniß alſo zu beſchreiben/ ſie ſey diejenige/ welche man durch die diviſion finde / und auch der quotient in dieſem Fall der Nahme der Verhältniß (nomen ſ. exponens rationis) genannt zu werden.

Anm. I. Ich ſage man ſoll die gröſſere durch die kleinere dividiren / d. i. die gröſſere ſoll allemahl zum dividendo und die kleinere allemahl zum diviſore angenommen werden / ſie mögen vorne oder hinten ſtehen (oder/ welches einerley / es mag ratio *majoris* oder *minoris* inæqualitatis ſeyn). Manche aber wollen/ man ſolle die erſte Zahl allemahl durch die letzte dividiren. wenn nun die gröſte hinten ſteht: ſo iſt der quotient ſo dann allemahl ein Bruch / (Z. E. 4 : 8. der quotient wäre $\frac{4}{8}$ ſ. 92.). Ein jeder aber ſiehet/ daß das in keinem andern Verſtande ſeyn könne/ als wenn

 man

man die letzte Zahl zum Maaß annimmt. Denn 4 iſt wohl $\frac{4}{8}$ aus 8. aber 8 nicht aus 4. Wir wollen und müſſen aber / wenn wir die erſte Zahl zum Maaß der letzten annehmen (§ 219)/ allemahl die gröſſeſte durch die kleinſte dividiren: und ſo haben wir allemahl eine gantze Zahl zum quotienten/und dieſelbe ſpricht man in ratione majoris inæqualitatis durch hält in ſich/in ratione minoris inæqualitatis durch iſt enthalten aus. Z. E. 4 in 8 habe ich 2 mahl. ſtehen nun die Zahlen/alſo 4:8/ſo ſpricht man/8 hält die 4 NB. 2 mahl in ſich. ſtehen ſie alſo 8 : 4. ſo ſpricht man 4 iſt in 8 NB. 2 mahl enthalten. Und das iſt nicht allein möglich (denn ſo oft die gröſſere die kleine in ſich hält/ſo oft iſt auch die kleine in der gröſſern enthalten)/ ſondern auch bey vielen gewöhnlich: und wie das leichteſte, alſo auch in unſerer arithmetic das nützlichſte/ wie man künftig ſehen wird.

Was daraus folge? §. 226. Weil nun die geometriſche Verhältniß durch die diviſion gefunden wird (§. 225.) : ſo erhellet/

I. Daß der Nahme der geometriſchen Verhältniß gleicher Zahlen (ratio æqualitatis) allemahl eine 1 ſey (§. 85. a. 1)/ und daher iſt ſie auch gleich ſo offenbar (§. 223). (a).

II. Daß/ wenn unter zwoo ungleichen Zahlen die eine 1 iſt/ die andere Zahl allemahl ſelbſt der Nahme der Verhältniß unter ihnen

ſey

ſey (§. 85. a. 1.). Z. E. 1 : 8. da iſt die 8 der quotient und alſo der Nahme der Verhältniß. Und daher braucht es in ſolchem Fall auch gar keines ſuchens (b). aber wohl/wenn beyde mehr/ als 1 ſind (§. 85. a. 1). Z. E. 5 : 20.

III. Daß die kleinſte Zahl unter beyden allemahl der ſo vielte Theil von der gröſſern ſey/ als der quotient vniteten hat (§. 102. n. 7). Z. E. 4 iſt aus 8 der 2te Theil/oder $\frac{1}{2}$.

Anm. 1. (a) und (b). Das ſind demnach die beyden leichteſten Fälle der geometriſchen Verhältniß/ die man nicht ſuchen darf/ und daraus man am leichteſten ohne alle Weitläuftigkeit fortſchlieſſen kann. Und daher wird das hinten einer der gröſſeſten **Vortheile** ſeyn/ wenn man andere ungleiche Zahlen dahin bringet/ daß man ſie als gleiche oder doch ſolche Zahlen anſehen kann/ darunter die eine 1 iſt. Welches denn durch das ſo genannte aufheben und zerfällen geſchicht.

Anm. 2. (c) Auch das iſt ein ſehr nützlicher Satz/ der nicht allein in ratione *minoris* inæqualitatis, ſondern auch in der vortheilhaften Art nach der Zerfällung der vortrefflichſte Grund iſt/ aus bekannten auf unbekannte Zahlen fort zu ſchlieſſen. In Summa/es iſt nicht auszuſprechen/was dieſe und dergleichen Dinge/die manchem hier als überflüßige ſubtiliteten vorkommen mögten/ hinten werden für Nutzen haben. Die Erfahrung wird es

lehren. Daher werde man nicht müde / ſich dieſes mit einander wohl zu imprimiren.

Welche Zahl ein grader und ungrader Theil von der andern?

§. 227. Wenn man zwoo ungleiche Zahlen miteinander/ und zwar die gröſſere durch die kleinere dividirt: ſo geht entweder jene in dieſe/ grade auf/ oder es bleibt von jener ein Reſt übrig(§.95.). Da nun die kleinere Zahl allemahl der ſo vielte Theil von der gröſſern iſt/ als der quotient vniteten hat (§. 226. a.3.)/ ſo iſt die kleinere Zahl in dem erſten Fall ein grader Theil (pars aliquota) von der gröſſern/ in dem andern aber ein ungrader Theil (pars aliquanta) von derſelben (§. 128.a.3). Folglich kann man ſagen: alle kleinere Zahlen/darein eine gröſſere aufgehen kann/die ſind ein grader Theil von ihr; und eine gröſſere Zahl muß in alle kleinere aufgehen/ die ein grader Theil von ihr ſind.

Welche Zahl beſonders das Maaß der andern ſey und heiſſe?

§. 228. Wenn eine Zahl in die andere grade aufgeht: ſo pflegt man zu ſagen/ die kleinere Zahl meſſe die andere aus (§. 95.). Und daher pflegt eine ſolche Zahl/ die eine andere alſo ausmiſſet/ wohl im beſondern Verſtande das Maaß der andern/ die ſie ausmiſſet/ genannt zu werden (a). Es gehen aber 1. bey gleichen Zahlen allemahl eine in die andere auf/ 2. bey ungleichen Zahlen alle Zahlen in 1. (§. 226). und endlich 3. eine jede gröſſere in alle diejenigen kleinere/ die ein gra-

grader Theil vor ihr ſind (§. 228). Und folglich iſt 1. eine jede Zahl in einem beſondern Verſtande das Maaß von ihres gleichen oder von ſich ſelbſt 2. die 1 das Maaß aller Zahlen/ und endlich 3. eine jede kleinere Zahl das Maaß von allen denen gröſſern, davon ſie ein grader Theil iſt.

Anm. (a) Ich ſage das **Maaß** in einem beſondern Verſtande. Denn bisher haben wir überhaupt diejenige Zahl als das Maaß der andern angeſehen / dadurch man die gröſſe der andern ausdrückt (§. 209.).

§. 229. Diejenige Zahl / welche ſich durch keine andere Zahl / als durch ſich ſelbſt und durch eine 1 aufheben oder ausmeſſen läſſet/ pfleget numerus primus genannt zu werden. Hingegen diejenige / welche ſich durch mehr/ als durch ſich ſelbſt und durch eine 1 aufheben läſſet/ wird numerus compoſitus genannt/ Was ein numerus primus u. compoſitus?

Anm. 1. Es werden bisweilen üm des folgenden (§. 232.) willen die Worte in ſe dabey geſetzt / daß es hieſſe primus in ſe, compoſitus in ſe. Es ſind aber die lateiniſchen Nahmen nur bekannt/ im teutſchen haben ſie noch keinen eigenen Nahmen. Von Wort zu Wort hieſſe jene eine erſte Zahl / und dieſe eine zuſammen geſetzte. Aber weder das lateiniſche noch teutſche drückt die Sache aus. daher man mehr auf die Beſchreibung als den Klang zu ſehen hat. Siehe (§. 232. a. 1).

Anm.

Anm. 2. Sonſt pflegt man bey der erſten nur zu ſagen/die ſich durch keine Zahl als 1/ und bey der andern/ die ſich auch durch andere Zahlen/ als durch 1 aufheben läſſet. ich ſetze aber bey beyden dazu/ als durch 1 und NB. durch ſich ſelbſt/ weil ſich doch auch eine jede Zahl durch ſich ſelbſt aufheben läſſet (§.228).

Was das gröſſeſte Maaß der Zahl ſey?

§. 230. Wenn man befindet/daß ſich eine Zahl noch durch eine andere / als durch 1 und durch ſich ſelbſt aufheben läſſet: ſo muß ſie ſich aufs wenigſte noch durch eine andere/als die erſte war/aufheben laſſen/ und zwar durch den vorigen quotienten (§. 102. n. 8. a.). Und ſolcher geſtalt muß ein numerus compoſitus aufs wenigſte zwoo Zahlen zu ſeinem Maaß haben. Er kann aber wohl noch mehr haben. Welche nun unter allen die gröſſeſte iſt(d.i.wodurch der kleinſte quotient oder der allerkleinſte grade Theil von der gröſſern Zahl herausgebracht wird) die wird ins beſondere das gröſſeſte Maaß der Zahl (menſura maxima numeri) genannt. Z.E. 24 läſſet ſich aufheben durch 2/ 3/ 4/ 6/ 8/ 12. aber die 12 iſt das gröſſeſte Maaß derſelben.

Anm. Was dis für Nutzen habe/ wird ſich im folgenden zeigen.

Was ein gemeines Maaß der Zahlen ſey?

§. 231. Wenn ſich zwoo (oder auch mehr) ungleiche Zahlen durch einerley Zahl aufheben oder ausmeſſen laſſen: ſo wird dieſelbige Zahl das gemeine

meine oder gemeinſchaftliche Maaß der Zahlen (communis menſura numerorum) genannt. Und wenn ſolches durch mehrere geſchehen kann, ſo heißt die gröſſeſte unter denſelben das gröſſeſte gemeinſchaftliche Maaß. Z. E. 32 und 24 laſſen ſich beyde aufheben durch 8 und 4. demnach ſind 8 oder 4 das gemeinſchaftliche Maaß derſelben, aber die 8 iſt das gröſſeſte. da nun 1 alle Zahlen ausmiſſet (§. 228.): ſo iſt offenbar, daß 1 ein gemeines Maaß aller Zahlen ſeyn könne: aber es bleiben dadurch beyde Zahlen ungeändert (§. 85. a. 2.), und daher hätte es keinen Nutzen. Und da eine jede Zahl ſich ſelbſt oder ihres gleichen aufhebet (§. 228.): ſo iſt offenbar, daß die kleinſte Zahl ein gemeines Maaß zwooer Zahlen ſeyn könne, wenn die gröſſere Zahl darein aufgehet. Und wenn das geſchicht, ſo iſt ſie zugleich das gröſſeſte Maaß (denn mit einer gröſſern Zahl könnte die kleinere nicht dividirt werden, als ſie ſelbſt iſt (§. 85.). Z. E. 8 und 24. da läſſet ſich 24 durch 8 aufheben, folglich iſt 8 ihrer beyder gemeinſchaftliches Maaß und zwar das gröſſeſte.

Anm. Dieſe Sache iſt in der gemeinen und vortheilhaften Art gantz unentbehrlich. Man kann aber noch das dabey mercken, daß man ins beſondre davon zu ſagen pflege, man hebe die Zahlen NB. gegen einander auf, wenn man ſie durch ein gemeines Maaß aufhebet. lat. man reducire ſie ad *minores* oder *minimos* terminos.

Was eine geſchickte und ungeſchickte Zahl ſey? §. 232. Wenn ſich zwoo (oder mehr) Zahlen durch keine andere, als durch 1, (auch nicht durch die kleinſte unter ihnen) aufheben laſſen: ſo werden ſie ungeſchickte Zahlen genannt (numeri primi inter ſe), wenn ſie ſich aber auch durch die kleinſte oder durch andere gegen einander aufheben laſſen: ſo heiſſen ſie geſchickte Zahlen (numeri compoſiti inter ſe).

Anm. 1. Die teutſche und lateiniſche Benennung iſt gar weit unterſchieden: jedoch iſt die teutſche bey den neuern arithmeticis ſehr gewöhnlich. Man mag aber eben daraus abnehmen, wie nützlich die letztere Art der Zahlen in der praxi ſeyn müſſe, weil man ſie als vor allen andern zur operation geſchickte Zahlen zu benennen gewürdiget hat. und das wird auch die Erfahrung beſtätigen. Inſonderheit verdienet in der Abſicht wohl die Art zahlen, da die kleinſte ſelbſt das gemeine Maaß ſeyn kann, unter dieſen geſchickten Zahlen noch als beſonders geſchickt (κατ' ἐξοχὴν) tituliret zu werden. Sonſt mögte nicht undienlich ſeyn, wenn man, üm auch im teutſchen eine ähnlichkeit zu behalten, dieſe Benennung auch (§. 229) gebrauchte: jedoch mit dem Unterſcheid, daß man einen numerum primum in ſe eine in ſich ungeſchickte, und einen compoſitum in ſe eine in ſich geſchickte Zahl nennte, aber in dieſem (232) die

Worte

Worte unter ſich dazu ſetzte. daß numeri primi inter ſe hieſſen unter ſich ungeſchickte Zahlen/ (oder Zahlen/ die gegen einander ungeſchickt) und numeri compoſiti inter ſe hieſſen unter ſich geſchickte Zahlen/ (oder Zahlen/ die gegen einander geſchickt). zum wenigſten wird es uns doch erlaubt ſeyn dieſen Unterſcheid/ wo es wird nöthig ſeyn/ zu halten. Sonſt aber/ wo ſchlechthin geſchickte oder ungeſchickte Zahlen genannt werden: Da iſt es von den letztern zu verſtehen.

Anm. 2. Weil ſich zwoo geſchickte Zahlen entweder durch die kleinſte oder durch andere gegen einander aufheben (d.i. beyde ohne Reſt dividiren) laſſen: ſo iſt in dem erſten Fall die kleinſte Zahl nothwendig ſelbſt ein grader Theil von der gröſſern, in dem andern aber ſind die andern/ gemeinſchaftliche grade Theile von beyden (§. 227.). Nun aber pflegen die mathematici ſolche Dinge/ darunter entweder die eine ſelbſt ein grader Theil von der andern iſt/ oder die doch beyde einen graden Theil mit einander gemein haben commenſurabilia zu nennen/ (Dinge/ die ſich mit einander ausmeſſen laſſen): folglich ſind geſchickte Zahlen (numeri *compoſiti*) auch zugleich numeri *commenſurabiles*. Hingegen wenn unter zwoo (oder mehr) Dingen weder die eine ein grader Theil iſt von der andern/ noch beyde einen graden Theil gemein

mein haben: ſo heiſſen ſie incommenſurabilia (Dinge/die ſich nicht mit einander ausmeſſen laſſen). Folglich ſind ungeſchickte Zahlen (numeri *primi*) auch zugleich numeri *incommenſurabiles*. Wir werden die Worte commenſurabilia und incommenſurabilia noch wohl öfter nöthig haben. Daher iſt es gut ſolche bey dieſer Gelegenheit verſtehen zu lernen.

Zwoo Arte ſich die Geom. Verhältniß vorzuſtellen.

§. 233. Damit wir nun endlich zu unſerm Zweck kommen (a): ſo iſt zu mercken / daß man die geometriſche Verhältniß zwoer Zahlen auf zweyerley Weiſe zu erfinden und ſich vorzuſtellen pflege/ und vorſtellen kön̄e 1. wen̄ und daß man die gröſſere durch die kleinere dividirt/ und den quotienten zum Nahmen der Verhältniß annimmt / wie (§. 225.) gezeiget iſt. 2. Wenn und daß man beyde Zahlen gegen einander aufhebet/und die kleinſten Zahlen ſo herauskommen/ zu Zeichen der Verhältniß annimmt. Z.E. Man hätte 12:24. und hübe beyde durch 12 auf/ ſo käme von 12 1/und von 24 2 heraus. Folglich ſagte man: 12 und 24 verhielte ſich/ wie 1 gegen 2. it. 24 : 32 durch 8/ſo kömmt heraus 3 und 4. Die erſte Art iſt natürlicher (in ſo fern/daß ein jeder am erſten darauf kommt (§. 225)/ und allgemein practicable bey allen Zahlen (denn man kann eine jede gröſſere Zahl durch die kleinere dividiren)/ und iſt daher auch bey den mathematicis, (ſonderlich

den

den ältern/ welche gern allgemeine Reguln ſuchen und beybehalten) faſt allein gebräuchlich. Die andere Art aber iſt nur bey geſchickten Zahlen / die ſich aufheben laſſen / practicable (§. 232): jedoch wo ſie ſich anbringen läſſet/da hat ſie einen Vortheil (b)/ und iſt daher ſonderlich in der practiſchen Rechnungs-Art ſehr/ ja faſt allein gewöhnlich.

Anm. 1. (a). Das von §. 227. an bis hieher angeführte iſt zum Verſtande dieſes §phi nothwendig voraus zuſetzen gewesen. Jedoch iſt es nicht allein üm dieſes §phi willen nöthig/ ſondern wird hinten/ wie unentbehrlich / alſo auch ſehr nützlich ſeyn.

Anm. 2. (b). Denn bey der diviſion entſtehen oft ſehr verdrießliche Brüche/wenn ein Reſt bleibt. Mit einem ſolchen quotienten aber iſt uns in unſerer arithmetic gar nichts gedient. daher wir bey der erſten Art nur alles auf ſolche Exempel richten werden/da kein Reſt bleibt.

Anm. 3. Man hebt die Zahlen auf einerley Weiſe auf / es mag die gröſte oder kleinſte Zahl hinten ſtehen: jedoch muß die Verhältniß in dem erſten Fall anders/ als in dem andern verſtanden und ausgeſprochen werden. Nemlich durch enthält oder iſt enthalten wie (§.225. n. 1.).wiewohl dieſe Worte eigentlich in keinem andern Fall angehen/als weñ die kleinere Zahl ſelbſt die gröſſere mit aufhebt. denn da iſt allemahl eine von beyden kleinſten Zahlen eine 1. und die Verhältniß evident (§. 226. n. II.). was

bey andern Fällen zu thun ſey / wird hinten folgen.

Was ratio multiplex und ſubmultiplex &c.? §. 234. Wenn unter zwoo ungleichen Zahlen 1. die kleinſte 1 iſt/ (1:2) 2. die gröſſeſte ſich durch die kleinſte ohne Reſt dividiren läſſet (4:8) / und folglich 3. auch beyde ſich durch die kleinſte aufheben laſſen (§. 231.): ſo hat man noch einige bey mathematicis und arithmeticis gar gewöhnliche und an ſich nützliche Benennungen zu mercken. Nemlich es iſt offenbar/ daß im 1ſten Fall die gröſſeſte Zahl/ 2. in der diviſion der quotient, und 3. beym aufheben die kleinſte Zahl / die aus der gröſſern entſteht/ nicht weniger als 2/ aber wohl mehr/ und zwar wie es trift bald 3/ bald 4/5 ꝛc. ſeyn könne. Denn ſollte im 1ſten Fall die gröſte auch 1/ und in den beyden letzten eine 1 ohne Reſt ſeyn / ſo müſten die Zahlen gleich ſeyn (§. 226. n. 1.)/ wir aber reden jetzo von ungleichen Zahlen. Sollte es in beyden letzten eine 1 mit einem Reſt ſeyn / ſo wären es zwar ungleiche Zahlen / aber die gröſſere ginge nicht in die kleinere auf/ davon doch jetzo die Rede iſt. Und dannenhero heißt ſie ſo dann überhaupt allemahl eine vielfache Verhältniß (ratio multiplex), und ins beſondere/ eine gedoppelte Verhältniß (dupla), wenn im 1ſten Fall die gröſte Zahl / im 2ten der quotient und im dritten die kleinſte Zahl 2 iſt. Z. E. 1 : 2 und eine dreyfache (tripla), wenn es 3 iſt 1:3. u. ſ. w. Jedennoch weil man ſich die Verhältniß

der

der Zahlen an dem quotienten bey der diviſion, u. an den kleinſten Zahlen bey dem Aufheben vorſtellet/ es mag die gröſte oder kleinſte Zahl hinten ſtehē/ (oder es mag ratio inæqualitatis *majoris* oder *minoris* seyn); beyde aber doch anders in dieſer/ anders in jener müſſen verſtanden und ausgeſprochen werden (§. 225. a. 1. u. §. 233. a. 3.): ſo hat man auch in der lateiniſchē Benenung einen Unterſcheid gemacht/ welcher kurtz darinn beſteht/ daß/ wenn die gröſte Zahl hinten ſteht/ (oder in ratione majoris inæqualitatis) man die vorigen Wörter ſchlechthin behält/ multiplex, dupla, tripla &c. Hingegen wenn die kleinſte hinten ſteht (oder in ratione *minoris* inæqualitatis) man das Wort *ſub* davor ſetzt. daß es heißt *ſub*-multiplex, *ſub*-dupla 2 : 1, *ſub*-tripla 3 : 1. &c. Im teutſchen hat man meines wiſſens noch keinen Unterſcheid / er würde auch mit einem Worte ſchweer zu geben ſeyn.

Anm. 1. Unter gleichen Zahlen wäre allemahl der quotient 1 / und würde alſo allemahl eine einfache Verhältnis (ratio ſimplex) ſeyn: aber die Benennung iſt eben nicht nöthig oder gewöhnlich. Hingegen unter ungleichen ſind die angeführten gebräuchlich/ und zwar zeigen die Benennungen in ratione majoris inæqualitatis an/ daß man in den ordinairen Schlüſſen der Regul de Tri, ſolle die gegebene Zahl dupliren / tripliren / 2c. (§. 58. a. 1.) in ratione minoris inæqualitatis aber hat faſt die ratio ſub-dupla allein ihren Nutzen / denn ſie

zeigt/man ſolle mediren (§. 77. a. 4.). In der verkehrten Regul de Tri hingegen wird alles ůmgekehrt gehen.

Anm. 2. Wer die letztere Zahl zum Maaß der erſtern annimt/(§. 219. a. 1.)/ dem wird was hier ratio multiplex und dupla, tripla, &c. geheiſſen/ſubmultiplex, ſubdupla, ſubtripla &c. ſeyn/und hingegen/ was hier ſubmultiplex &c. geheiſſen/ wird ihm multiplex ſeyn / und alſo wird er auch mediren/ wo wir dupliren/ und dupliren / wo wir mediren/ ꝛc. welches aber nicht ſo natůrlich iſt.

Anm. 3. Wenn die grőſſere Zahl in die kleinere nicht grade aufgeht / und alſo der Reſt hinten am quotienten Bruchweiſe angemercket wird (§. 96.): ſo haben die ältern mathematici unerhőrt viele und ſchweere Benennungen. Z. E. ſuperparticularis, ſubſuperparticularis, ſuperpartiens, ſubſuperpartiens, ſesqui altera, ſesquitertia &c. allein wir brauchen ſolche nicht zu mercken/weil uns ſolche quotienten nichts dienen (§. 233. a. 2). man findet ſie kurtz und deutlich beyſammen in Wolfii Elem. Math. Lat. Tom. I. p. 48.

II. Aufgaben.

I. Bey der arithmetiſchen Verhältniß.

Die arithmetiſche Verhältniß zu finden.

§. 235. Die arithmetiſche Verhältniß zwoer Zahlen zu finden/ ſie mőgen in ratione *majoris* oder minoris inæqualita-

litatis ſtehen. Z. E. Du hätteſt 5-7 oder 15-11. Verfahre alſo:

1. Subtrahire die kleinſte Zahl von der gröſſern.

Anm. Man ſchreibt nicht eben beyde Zahlen unter einander hin / wie (§.54.)/ ſondern läßt ſie an ihrem Orte ſtehen / und operirt nur im Gemüthe. Wem aber das zu ſchwer wird/ dem ſtehet jenes auch frey.

2. Den Reſt / als die differenz (§. 224.)/ ſetze über die kleine Queer-Linie zwiſchen die beyden Zahlen. So ſtehen beyde Exempel alſo:

$$\overset{2}{5-7} \quad \text{und} \quad \overset{4}{15-11}$$

Anm. 1. Meiſtentheils behält man die differenz nur im Gemüthe / und ſchreibt ſie gar nicht auf. Will man ſie aber ſchreiben/ ſo mag man ſie endlich hinſetzen/ wo man will/ unten oder oben/zur lincken oder rechten/ dis aber iſt wohl das gewöhnlichſte und beſte. Wiewohl man in geſchriebenen Rechnungen meiſt von der einen Zahl zu der andern einen halben Circul ober-oder unterwerths zieht/ und die Zahl dran ſetzet: Stünde alſo:

$$\overset{2}{\overbrace{5 \quad 7}} \quad \text{und} \quad \overset{4}{\overbrace{15 \quad 11}}$$

Anm. 2. In der arithmetiſchen progreſſion ſetzet man die Zahlen unter ſich herab/und wenn

man da die differenz anmercken will / ſo zieht man einen ſolchen Circul von einer Zahl zur andern/und zwar zur rechten/weil da die Zahlen grade herab gehen (§. 39. n. 3. a.). ſtünde alſo:

$\left.\begin{matrix}5\\7\end{matrix}\right)2 \quad \left.\begin{matrix}15\\11\end{matrix}\right)4$ oder $\left.\begin{matrix}9\\14\end{matrix}\right)5$ oder $\left.\begin{matrix}15\\8\end{matrix}\right)7$

Anm. 3. Der Erweiß iſt völlig aus (§ 224). abzunehmen.

2. Bey der geometriſchen Verhältniß.

Wie viel Aufgaben nöthig?

§. 236. Weil man ſich die geometriſche Verhältniß auf zweyerley Weiſe vorzuſtellen und zu ſuchen pflegt/nemlich entweder durch die bloſſe diviſion, oder durch das aufheben der Zahlen (§. 233.): ſo haben wir hier auch zweyerley Aufgaben nöthig/nemlich wie man die Verhältniß 1. durch die diviſion, und 2. durch das aufheben finde. Da aber das aufheben der Zahlen durch das gröſſeſte gemeine Maaß derſelben geſchehen ſoll (§. 231.): ſo muß man auch vorher wiſſen / wie man das gröſſeſte Maaß der Zahlen finden ſolle. Weil wir nun ſolches noch nirgend zu lernen Urſach oder Gelegenheit gehabt haben: ſo muß dieſe Aufgabe unter die beyden vorigen noch hinein gerücket werden. Demnach ſind hier 3 Aufgaben nöthig.

Die geom. Verhältniß durch die diviſion zu finden.

§. 237. Die geometriſche Verhältniß der Zahlen/ durch die diviſion zu finden/ſie mögen in ratione *majoris* oder mi-

minoris inæqualitatis ſtehen. Z. E. Du hätteſt dieſe Zahlen 24 : 96 oder 96 : 24. Verfahre alſo:

1. Dividire die gröſſeſte Zahl durch die kleinſte.

Anm. Man pflegt die Zahlen nicht eben abzuſetzen / und zu operiren / (wie §. 104. ſequ.). ſondern man läßt ſie ſtehen und operirt im Gemüthe. wem aber das zu ſchweer wird / der bleibe bey der gemeinen Art.

2. Den quotienten ſetze zwiſchen beyde Zahlen ober- oder unterwerts hinein. Stünde alſo:

$$\overset{4}{24:96} \text{ oder } \underset{4}{24:96}.$$

Anm. 1. Man kann den quotienten auch wohl zur rechten oder lincken hinſetzen / aber ordinair pflegt man in geſchriebenen Exempeln der Regul de Tri von einer Zahl zur andern ober- oder unterwerts einen Circul zu ziehen (wie §. 235. a. 1.). und den quotienten dran zu ſetzen. Stünde alſo:

$$\overset{4}{\overset{\frown}{24 \quad 96}} \text{ oder } \underset{4}{\underset{\smile}{24 \quad 96}}$$

Anm. 2. Der Erweiß iſt völlig aus (§. 224.). abzunehmen.

Anm. 3. In dieſer Aufgabe und der vorigen (§. 336.) ſind keine Exempel zur Ubung nöthig. weil in jener bloß die ſubtraction und hier bloß die diviſion gebrauchet wird / die man nun völlig vorausſetzet. Künftig aber wird man in der praxi Exempel genug bekommen.

Das gröſſeſte gemeine Maaß zwoer Zahlen zu finden.

§. 238. Das gröſſeſte gemeine Maaß unter zwoo Zahlen zu finden. Z. E. Du hätteſt 1. 55 und 360. 2. 65 und 96. und wollteſt in beyden Exempeln wiſſen/ welche Zahl das gröſſeſte Maaß der gegebenen Zahlen ſey. Verfahre alſo:

1. Dividire die gröſſeſte Zahl durch die kleinere.

2. Mit dem Reſt dividire die kleinſte Zahl (als den vorigen diviſorem)/ und wenn noch ein Reſt bleibt/ ſo dividire damit wieder den vorigen diviſorem, und das continuire wechſelsweiſe ſo lange/ bis entweder zuletzt der vorige Diviſor (als letzter dividendus) in den vorigen Reſt (als letzten diviſorem) grade aufgeht/ oder eine 1 zum Reſt bleibt.

3. Wenn der letzte dividendus in den letzten diviſorem aufgeht/ ſo iſt NB. dieſer das gemeine Maaß beyder Zahlen. bleibt aber eine 1 zum Reſt: ſo ſind die gegebenen Zahlen unter ſich ungeſchickte Zahlen (numeri inter ſe primi). Hiernach ſtehen beyde gegebene Exempel alſo:

1. 55 und 360.

(3		(2	
n. 1. 360	6	n. 2. 55	1
55		30	

n. 3.

```
      1(5
n. 3. 30 | 1   n. 4. 25 | 5
      25 |           5  |
```

2. 65 und 96.

```
      (3(1             (3            
n. 1.  96 | 1   n. 2.  65 | 2   n. 3. 3(1 | 10
       65 |            31 |           33  |
```

Und daraus erhellet/ daß in dem 1ſten Exempel die 5 das gemeine gröſſeſte Maaß der beyden Zahlen ſey/ in dem andern aber die gegebenen Zahlen unter ſich ungeſchickte Zahlen ſind.

Anm. 1. Der Erweiß wåre auf zweyerley einzurichten 1. daß der letzte diviſor das gemeine gröſſeſte Maaß beyder Zahlen ſey/ wenn er den letzten dividendum aufhebt. 2. daß es ungeſchickte Zahlen ſind/ wenn zuletzt eine 1 zum Reſt bleibt: allein wenn nur das erſte erwieſen iſt / ſo folgt das andere von ſelbſt daraus. Es iſt aber der Erweiß des erſtern wohl faſt der allerſchweerſte und allerlångſte in der arithmetic, daher ich anfangs bedencken trug ihn herzuſetzen / weil ihn Anfånger und im Nachdencken ungeübte nicht penetriren mögten. Jedoch will ich ihn ſetzen. man kann ſein Heyl daran verſuchen. Damit es aber ſo leicht gemacht werde/ als es immer müglich iſt; ſo hat man I. zuvor einige Såtze in ſeinem Gemüthe recht feſte zu ſetzen/

die theils aus dem vorhergehenden **wieder-hohlet**/ theils unmittelbar daraus **gefolgert** ſind. Und II. ſolche auf die gegenwärtige Aufgabe / und ins beſondere auf das gegenwärtige erſte Exempel zu appliciren.

I. Setze man folgende Sätze voran.

a. Eine jede Zahl hebt ſich ſelber auf (§. 228.).

b. Eine jede **kleinere** Zahl hebt diejenige **gröſſere** auf/ die aus ihr entſteht/ wenn man ſie / es ſey mit welcher Zahl man wolle/ multiplicirt. Denn der multiplicans hebt allemahl ſeine Summe ohne Reſt auf (§. 102. n. 9.). Z. E. 4 hebt 12 auf. denn 3 mahl 4 iſt 12.

c. Eine jede kleinere Zahl hebt nicht allein die gröſſere Zahl auf/ die aus ihr entſteht/ wenn man ſie ſelbſt multiplicirt. (b) ſondern auch alle die / welche aus der gröſſern entſtehen/ wenn man ſie noch weiter multiplicirt. Denn eben die Zahl würde entſtehen / wenn man die kleinere ſelbſt noch einige mahl mehr nähme. Z. E. 4 hebt nicht allein 12 auf/ ſondern auch 36. weil 3 mahl 12 36 iſt. denn wenn ich 4 noch mehrmahl (nemlich 9 mahl) nehme/ ſo komt auch 36. denn 4 mahl 9 iſt 36.

d. Wenn der **Reſt** eines dividendi den diviſorem aufhebt/ ſo hebt er auch den gantzen dividendum auf. Denn der dividendus entſteht / wenn man den diviſorem durch den quotienten multipliciret und den Reſt addiret (§. 119.). Nun aber hebt ja der Reſt ſich ſelber auf. (a.) und da er den diviſorem aufhebt (denn das wird hier ſupponirt) ſo hebt er auch die übrige Summe (des dividendi) auf/ die aus dieſem entſteht/ wenn er durch den quotienten multiplicirt wird (c.)

II. Das applicire man nun auf die gegenwärtige Aufgabe und das erſte Exempel.

a. Der **letzte** diviſor (5) n. 4. iſt der **Reſt** vom vorigen dividendo (30) n 3. und der **letzte** dividendus (25) n. 4. iſt der **vorige** diviſor von (30) n. 3. wenn nun der **Reſt** (5) den diviſorem (25) aufhebt/ (welches das Exempel weiſet) : ſo hebt er nothwendig auch den dividendum (30) auf n. I. d.

b. Der

b. Der dividendus (55) n. 2. entſteht / wenn man ſeinen diviſorem (30) mit ſeinem quotienten (1) multiplicirt / und ſeinen Reſt (25) dazu addirt (§. 119.). was aber n. 2. der diviſor war / das iſt n. 3. der dividendus, und was n. 2. der Reſt war / das iſt n. 3. der diviſor (vermöge der Regul n. 2.) wenn nun der letzte diviſor (5) n. 4. den dividendum (30) n. 3. und deſſelben diviſorem (25) aufhebt (a): ſo hebt er auch den aus beyden entſtehenden dividendum (55) n. 2 auf vermöge n. I. c.

c. Der dividendus (360) n. 1. entſtehet / wenn man ſeinen diviſorem (55) mit ſeinem quotienten 6 multiplicirt / und ſeinen Reſt (30) addirt (§. 119.). was aber n. 1. der diviſor war / das iſt n. 2. der dividendus, und was n. 1. der Reſt war / das iſt n. 2. der diviſor, (vermöge der Regul n. 2.) wenn nun der letzte diviſor (5) n. 4. den dividendum (55) n. 3 und deſſelben diviſorem (30) aufhebt (b): ſo hebt er auch den aus beyden entſtehenden dividendum (360) n. 1. auf / vermöge n. I. c.

Anm. Und alſo würde es immer weiter fortgehen / wenn noch mehr Sätze da wären.

d. Der dividendus (55) n. 2. iſt der diviſor n. 1. (vermöge der Regul n. 2.) und folglich iſt er auch die gegebene **kleinſte** Zahl / vermöge der Regul n. 1. Hingegen der dividendus (360) n. 1 iſt die **gegebene gröſte** Zahl / (vermöge der Regul n. .) da nun der letzte diviſor (5) n. 4. den dividendum (55) n. 2. aufhebt (b) / und auch den dividendum (360) n. 1. (a): ſo iſt endlich offenbar / daß der letzte diviſor (5) n. 4. die beyden gegebenen Zahlen 55 und 360 gegen einander aufheben / und alſo ihr **gemeines Maaß** ſeyn müſſe (§. 231.). aber

e. Nun fragt ſich noch / ob denn die Zahl auch eben das **gemeine** NB. **gröſte Maaß** ſey / welches man doch laut der Aufgabe ſuchet. daß aber ſolches ſey / erhellet kürtzlich daraus. Wenn noch eine gröſſere Zahl / als die 5 / das gemeine Maaß der gegebenen Zahlen ſeyn ſollte: ſo müſte es auch eine ſolche ſeyn / welche 1. ſo wohl die gegebene **kleinſte Zahl** (55) als den **Reſt** der gröſſern (30) aufhübe / denn daraus iſt die **gegebene** gröſſeſte zuſammen geſetzt (c). 2. Wenn das wäre: ſo müſte ſie auch den dividendum (55) und den diviſorem (30) n. 2. aufheben

ben/ denn das ſind eben die Zahlen (c) 3. wenn das wäre: ſo müſte ſie auch den Reſt (25) n. 2. aufheben/ denn daraus und aus dem diviſore (30) entſtehet der dividendus (55) (b) 4. wenn das wäre: ſo müſte ſie auch den dividendum und diviſorem (30 und 25) n. 3. aufheben/ denn das ſind eben die Zahlen (b). 5. wenn das wäre/ ſo müſte ſie auch den Reſt (5) n. 3. aufheben/ denn aus dem und dem diviſore (25) entſtehet der dividendus (30) (a). 6. Wenn das wäre: ſo müſte ſie endlich auch den letzten diviſorem (5) aufheben. denn das iſt der vorige Reſt n. 3. Und alſo müſte eine gröſſere Zahl eine kleinere Zahl aufheben/ welches wider alle Vernunft iſt. (§. 228.). folglich iſt kein gröſſeres Maaß/ als die 5.

Anm. 2. Weil nun in dem andern Exempel der letzte diviſor den vorigen nicht aufhebt: ſo iſt aus dem Erweiß (am. 1.) offenbar/ daß er auch die beyden gegebenen Zahlē nicht aufhebe. Da aber der letzte diviſor in den letzten Reſt 1 noch aufgehen muß (§. 228.): ſo erhellet eben daher/ daß die 1 das gemeine Maaß der beyden gegebenen Zahlen ſey. Und zwar kann kein gröſſeres/ als daſſelbe ſeyn. a. 1. n. II. e. da nun auch keine kleinere gültige Zahl iſt/ als 1 (§. 21. n. 1.): ſo iſt die 1 in ſolchem Fall das einige gemeine Maaß/ und kann eigentlich weder das gröſſeſte noch kleineſte Maaß genañt werden. Und weil die 1 die Zahlen nicht kleiner macht (§. 85. a. 2.): ſo können in ſolchem Fall die gegebenen Zahlen nicht kleiner werden/ und folglich ſind es ungeſchickte Zahlen.

Anm. 3. Daraus erhellet ferner zugleich 1. daß/ wenn die gegebene gröſſere Zahl mit eins in die kleinere aufgeht/ dieſe ſelbſt das gemeine gröſ-

gröſſeſte Maaß beyder Zahlen ſey/ (wie bereits §.231. gezeiget iſt). denn ſie iſt der erſte und letzte diviſor, 2. daß man auf eben dieſe Weiſe erfahren könne und müſſe/ob zwoo gegebene Zahlen unter ſich ungeſchickte oder geſchickte Zahlen ſind. Davon gedarfs alſo keiner eigenen Aufgabe. denn wenn einem daran gelegen wäre zu wiſſen/ ob zwoo Zahlen gegen einander geſchickt oder ungeſchickt wären: ſo darf er nur nach der gegebenen Regul verfahren. geht der letzte dividendus auf/ſo ſind es geſchickte Zahlen: bleibt 1 zum Reſt/ ſo ſind es ungeſchickte.

§. 239. Exempel zur Ubung.

1. Unter 256 und 64 iſt das gemeine gröſſeſte Maaß 64.

2. Unter 288 und 24 iſt es 24.

3. Unter 66 und 582 iſt es die 6.

4. Unter 34 und 16 iſt es die 2.

5. Unter 161 und 96 iſt es 13.

6. Unter 448 und 124 iſt es 4.

7. Unter 50 und 377 iſt es die 1. dis ſind alſo ungeſchickte Zahlen.

8. Unter 99 und 44 iſt es auch die 1.

§. 240. Die geometriſche Verhältniß zwoer Zahlen vermittelſt des aufhebens zu finden/ (ſie mögen in ratione *majoris* oder *minoris* inæqualitatis ſtehen). Z. E. du hätteſt 24 und 96 oder 34 und 16. Verfahre alſo: *Die geometr. Verhältniß vermittelſt des aufhebens zu finden.*

1. Suche das gemeine gröſſeſte

Maaß

Maaß der Zahlen nach (§. 238). ſo ſind es bey 24 und 96 die 24 ſelbſt. Aber bey 34 und 16 iſt es die 2.

2. Damit dividire eine jede Zahl a part, und zwar alſo: 1. Das gemeine Maaß beyder Zahlen ſetze zur lincken bey der vörderſten Zahl ein wenig herabwerts. 2. Unter beyden Zahlen ziehe eine kleine Linie/ und 3 unter dieſelbe ſchreibe eines jeden quotienten hin. Hiernach ſtünden die beyden Exempel alſo:

1. 24 : 96 — oder ümgekehrt — 96 : 24

$$24)\frac{24}{1}\ \frac{96}{4} \quad \text{oder ümgekehrt} \quad 24)\frac{96}{4}\ \frac{24}{1}$$

2. 34 : 16 — oder ümgekehrt — 16 : 34

$$2)\frac{34}{17}\ \frac{16}{8} \quad \text{oder ümgekehrt} \quad 2)\frac{16}{8}\ \frac{34}{17}$$

Anm. 1. Dieſe Regul zu erweiſen / muß zum Grunde gelegt werden/ daß die durch das aufheben heraus kommende kleinſte Zahlen eben die Verhältniß haben / als die gegebene gröſſern. Solches aber wird erſt im andern Abſatz dieſes Capittels folgen / daher wir es ſo lange für bekannt annehmen. Wenn nun das vorausgeſetzt iſt/ ſo findet ein jeder bey ſich ſelbſt/ daß es ihm leichter ſey die Verhältniß kleiner Zahlen zu penetriren/ als gröſſerer. und zwar je kleiner ſie ſind/ je leichter erhellet die Verhältniß. Kleiner aber können zwoo Zahlen

len durch das aufheben nicht gemacht werden/ als wenn man ſie durch das gröſſeſte gemeine Maaß aufhebt (§. 230.). und das geſchiehet hier/ laut der Regul n. 2.

Anm. 2. Wenn ſich bey n. 1. findet / daß die Zahlen unter ſich ungeſchickte Zahlen ſind (nach §. 238. n. 3.): ſo können die Zahlen nicht aufgehoben oder kleiner gemacht werden (§. 232.). daher kann man ihre Verhältniß nicht anders bemercken / als durch die diviſion nach §. 237. Z. E. 13 und 21 ſind ungeſchickte Zahlen/ daher müſſen ſie entweder ſo bleiben/oder dividirt werden. allein weil da allemahl ein Reſt bleibt/und im quotienten ein Bruch kommt: ſo wird einem auch damit wenig gedient ſeyn (§. 233. a. 2.). Was man daher in ſolchem Fall noch für ein Mittel habe/ wird in der vortheilhaften Art folgen.

Anm. 3. Wenn die neuern Mathematici die Verhältniß zwoer Zahlen an den vermittelſt des Aufhebens gefundenen kleinſten Zahlen vorſtellen wollen: ſo ſchreiben ſie 1. die gegebene Zahlen hinter einander hin 2. ziehen ſie 2 Linien hinten dran/ und 3. ſetzen ſie die beyden kleinſten Zahlen hinten her/ darnach würden obige Exempel alſo ſtehen: 1. 24 : 96 = 1 : 4. und ümgekehrt 96 : 24 = 4 : 1. 2. 34 : 16 = 17 : 8. und ümgekehrt 16 : 34 = 8 : 17. Die beyden Striche ſollen bedeuten: Verhalten ſich eben ſo/als Z. E. das erſte Exempel

hieſſe

hieſſe 24 und 96 verhalten ſich eben ſo/ als 1 und 4. wie es in dem andern Abſatz bey der proportion folgen wird. Wir wollen dieſes Zeichen der Kürtze wegen auch in den folgenden Exempeln zur Ubung gebrauchen. Wenn ſie aber von den lernenden elaborirt werden: ſo können ſie alſo geſchrieben werden/ wie in der Regul n. 2. gezeiget iſt.

§. 241. Exempel zur Ubung.

1. 28 : 56 = 1 : 2.	2. 162 : 54 = 3 : 1.
3. 36 : 144 = 1 : 4.	4. 25 : 125 = 1 : 5.
5. 114 : 19 = 6 : 1.	6. 33 : 231 = 1 : 7.
7. 16 : 128 = 1 : 8.	8. 44 : 396 = 1 : 9.
9. 55 : 44 = 5 : 4.	10. 216 : 360 = 3 : 5.
11. 144 : 240 = 3 : 5.	12. 84 : 126 = 2 : 3.
13. 132 : 176 = 3 : 4.	14. 324 : 648 = 1 : 2.

Der andere Abſatz.

Von der Proportion der Zahlen überhaupt, und gantzer Zahlen von einer Sorte inſonderheit.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 242.

Was proportio ſey?

DUrch die proportion der Zahlen/ verſtehet man/ die Ubereinſtimmung und Aehnlichkeit zwoer beſondern Verhältniſſe unter mehrern (vier) Zahlen/ oder wenn

wenn ſich eben die Verhältniß / die man unter zwoo Zahlen anmercket / auch unter zwoo andern findet: und dieſe Zahlen / darunter einerley Verhältniß iſt / heiſſen Proportional-Zahlen (§. 212-214). Z. E. Wenn man dieſe 4 Zahlen hat. 3:6 und 4:8. ſo iſt 6 2 mahl ſo groß als 3. und 8 2 mahl ſo groß / als 4. und alſo iſt eben die Verhältniß (2) / die unter 3:6 iſt / auch unter 4:8. Demnach iſt eine proportion unter den Zahlen 3:6 und 4:8. und dieſe Zahlen ſind Proportional-Zahlen.

Anm. 1. Ich ſage unter mehrern Zahlen / ſetze aber in parentheſi dabey / (vier). Deñ 1. ſo nennen manche es eine proportion, wenn auch noch mehr als 4 Zahlen da ſind / die einerley Verhältniß haben. Allein von andern wird die proportion nur genommen von zwoo Verhältniſſen unter vier Zahlen / und wenn mehr da ſind / das nennen ſie mit einem Worte eine progreſſion. Davon im andern Buch ein mehrers folgen wird / 2. So iſt zwar offenbar / daß zu zwoo beſondern Verhältniſſen nicht mehr / als 4 Zahlen gehören können (denn jede erfodert nur zwoo Zahlen. §. 211. 212.): aber es können wohl weniger (doch nicht weniger als 3) da ſeyn / wenn nemlich die erſte ſich ſo verhält gegen die andere / als die andere gegen die dritte. Z. E. Man hätte 2 / 4 / 8. Da iſt 4 zwey mahl ſo groß / als 8. und 8 zwey mahl ſo groß / als 4. Siehe §. 244.

Anm. 2. Die mathematici haben allerley Zeichen die proportion anzudeuten: wir wollen aber vor andern daraus das erwählen, daß wir zwiſchen den Zahlen, die in proportion ſtehen, zwoo kleine Linien (=) machen, Z. E. 3:6 = 4:8. und die bedeuten: **Wie ſich verhält** 3 und 6, ſo verhält ſich auch 4 und 8. oder 3 und 6 verhält ſich eben ſo, als 4 u. 8.

Wie fern zur proportion eine Ubereinſtimmung der Verhältniß erfodert wird?

§. 243. Zur proportion wird eine ähnlichkeit oder Ubereinſtimmung zwoer Verhältniſſe erfodert (§. 242). wir haben aber im erſten Abſatz unterſchiedene Arten der Verhältniſſen angemercket. Denn da iſt 1. entweder eine arithmetiſche oder geometriſche Verhältniß (§. 222.), und in beyden 2. entweder die Verhältniß gleicher oder und ungleicher Zahlen (ratio æqualitatis oder inæqualitatis) (§. 220). und in der letztern 3. wieder ſolche ungleichheit, daß bald die gröſſeſte, bald die kleinſte Zahl hinten ſteht, (oder daß bald ratio *majoris* bald *minoris* inæqualitatis iſt) (§. 221.). Demnach haben wir hier zuförderſt zu unterſuchen, wie fern in Abſicht auf die Erfindung, die unſere Richtſchnur iſt (§. 208. a. 4), zur proportion eine Ubereinſtimmung der Verhältniſſe erfodert werde, oder nicht. Daher ſind folgende Sätze zu erwägen.

I. Vor allen Dingen iſt zur proportion nöthig, daß die eine Verhältniß nicht eine arith-

meti-

metiſche/ und die andere eine geometriſche/ ſondern beyde entweder arithmetiſch oder beyde geometriſch ſeyn. Denn ein jeder wird befinden/ daß er von einer arithmetiſchen Verhältniß nicht auf eine geometriſche / und von dieſer nicht auf jene ſchlieſſen könne/ ſondern allemahl nur von einer arithmetiſchen auf eine arithmetiſche/ oder von einer geometriſchen auf eine geometriſche fortzuſchlieſſen pflege und fortſchlieſſen könne. Und daher / wenn beyde Verhältniſſe arithmetiſch ſind / ſo heißt es auch eine arithmetiſche proportion (proportio arithmetica): und wenn beyde geometriſch ſind / eine geometriſche proportion (proportio geometrica).

Anm. Jene wird mit dem beſondern Zeichen der arithmetiſchen Verhältniß (—) (§.222.) und dem gemeinen Zeichen der proportion (=) (§. 242. a.): dieſe aber mit dem beſondern Zeichen der geometriſchen Verhältniß (:) (§.222.) und dem gemeinen Zeichen der proportion (=) (§. 242)/ kürtzlich angedeutet. Z. E. 3 -- 5 = 7 -- 9 bedeutete/ daß zwiſchen den Zahlen eine arithmetiſche proportion ſey. Hingegen 3 : 9 = 4 : 12 bedeutete/ daß zwiſchen den Zahlen eine geometriſche proportion ſey.

II. Verſteht ſich von ſelbſt / daß unter zwoo Verhältniſſen/ (ſie mögen arithmetiſch oder geometriſch ſeyn) eine nicht könne unter gleichen/ und die andere unter ungleichen Zahlen

ſeyn/ wenn ſie ſollen eine proportion haben/ ſondern daß überhaupt entweder beyde Verhältniſſe müſſen unter gleichen / oder beyde unter ungleichen Zahlen ſeyn. (oder/welches einerley/ beyde müſſen entweder in ratione æqualitatis oder inæqualitatis ſtehen. Z. E. 3:3 und 4:4 ſtünden in ratione æqualitatis. 3:6 und 4:8 in ratione inæqualitatis). Weil aber die Verhältniß unter mehrern ungleichen Zahlen (oder in der arithmetiſchen die differenz, und in der geometriſchen der Nahme der Verhältniß) auf unzählige Weiſe unterſchieden ſeyn kann: ſo iſt zu mercken/ es ſey nöthig/ daß bey der arithmetiſchen proportion allemahl die differenz, und in der geometriſchen allemahl der Nahme der Verhältniß einerley ſey.

Anm. 1. Es mögte nicht undienlich ſeyn/ wenn diejenige proportion, da beydes Verhältniſſe gleicher Zahlen ſind/eine proportion gleicher Zahlen (proportio æqualitatis), und diejenige/ da beydes Verhältniſſe ungleicher Zahlen ſind / eine proportion ungleicher Zahlen / (proportio inæqualitatis) genannt würde/ damit man ſich künftig deſto kürtzer bedeuten könnte.

Anm. 2. Es ſind aber von jeder Art ſonderlich zweene/ und alſo überhaupt vier unterſchiedene Fälle zu mercken / welche in Abſicht auf die Leichtigkeit der Schlüſſe gar mercklich differiren. Nemlich 1. die proportion gleicher

Zah-

Zahlen kommt entweder alſo vor/ daß alle Zahlen einander gleich ſind. Z. E. 4 : 4 = 4 : 4. oder/ daß nur zwoo und zwoo einander gleich ſind Z E. 4 : 4 = 6:6. und 2. die proportion ungleicher Zahlen alſo/ daß entweder beyde Verhältniſſe einerley Zahlen haben. Z E. 3 : 6 = 3 : 6. oder daß jede gantz beſondere Zahlen hat. Z E. 3 : 6 = 4 : 8. die drey erſten Fälle machen in der Regul de Tri ſo leichte Schlüſſe/ daß man einen faſt für thöricht halten ſollte wenn er ein ſolch Exempel aufgeben wollte. Aber der 4te braucht einiges nachſinnen. Es iſt demnach hinten ein Vortheil / wenn man ſchweerere Fälle in die leichten reſolviren kann.

III. Iſt zu mercken / daß es der proportion nicht entgegen ſey/ weñ gleich in einer Verhältniß die gröſte und in der andern die kleinſte Zahl hinten ſteht/ (oder/ welches einerley/ weñ gleich die erſten in ratione *majoris*, die andern in ratione *minoris* inæqualitatis ſtehen/) wenn nur einerley differenz, oder Nahme der Verhältniß iſt. n. II. denn in beyden läſſet ſichs von einer auf die andere ſchlieſſen / jedoch iſt es am allernatürlichſten/ wenn in beyden die gröſte oder die kleinſte Zahl hinten ſteht. Und daher heißt die proportion, wenn in beyden die gröſte oder kleinſte Zahl hinten ſteht/ eine ordentliche proportion (proportio ordinata, directa) Z. E. 3 : 6 = 4 : 8. und 6 : 3 = 8 : 4. Hingegen wenn in einer die

gröſſeſte/ in der andern die kleinſte Zahl hinten ſteht/ eine verkehrte proportion, (proportio inverſa). Z. E. 3:6 = 8:4. oder 6:3 = 4:8.

Anm. 1. Von der arithmetiſchen proportion hat allein die ordentliche (ordinata, directa) einen Nutzen. Wenn nun in beyden Verhältniſſen die gröſſeſte Zahl hinten ſteht/ 3-5 = 7-9. ſo ſpricht man die proportion alſo aus: um ſo viel die andere Zahl (5) gröſſer iſt/ als die erſte (3)/ um ſo viel iſt auch die vierte (9) gröſſer/ als die dritte (7). ſteht die kleinſte hinten 5-3 = 9-7./ ſo heißt es: um ſo viel die andere (3) kleiner iſt/ als die erſte (5)/ um ſo viel iſt auch die vierte (7) kleiner/als die dritte (9).

Anm. 2. Von der geometriſchen/ iſt ſo wohl die ordentliche (ordinata) als die verkehrte (inverſa) nöthig und nützlich. Wenn nun 1. in der ordentlichen die gröſte Zahl hinten ſteht/ Z. E. 3:6 = 4:8. ſo ſpricht man die Verhältniß alſo aus: ſo oft die andere Zahl (6) die erſte (3) in ſich hält/ ſo oft hält auch die vierte (8) die dritte (4) in ſich. ſteht die kleinſte hinten/ Z. E. 6:3 = 8:4. ſo ſpricht man: ſo oft die andere (3) in der erſten (6) enthalten iſt/ ſo oft iſt auch die vierte (4) in der dritten (8) enthalten. Und wenn 2. in der verkehrten unter den beyden erſtern Zahlen die gröſte und folglich unter den andern/ die kleinſte hinten ſteht (3:6 = 8:4)/ ſo

ſo ſpricht man: ſo oft die andere Zahl (6) die erſte (3) in ſich hält / ſo oft iſt die vierte (4) in der dritten (8) enthalten. ſteht aber unter den beyden erſtern Zahlen die kleinſte/ und folglich unter den andern die gröſte hinten/ Z. E. 6:3=4:8/ ſo ſpricht man: ſo oft die andere Zahl (3) in der erſten (6) enthalten iſt/ ſo oft hält die vierte (8) die dritte (4) in ſich.

Anm. 3. Wer die andere Zahl zum Maaß der erſten annimt/ (§.219.n.1.)/ der wird auch die proportion anders ausdrücken/ nemlich ſo/daß er allemahl von der erſten anfängt/da wir allemahl von der andern anfangen.

§. 244. Zu einer jeden Verhältniß werden nothwendig zwoo Zahlen erfodert (§ 211.): und zur proportion werden nothwendig zwoo beſondere Verhältniſſe erfodert (§. 213.). Folglich müſſen bey der proportion jedesmahl 4 Zahlen concipiret und ausgeſprochen werden. Jedennoch aber dürfen nicht allemahl würcklich vier Zahlen vorhanden ſeyn, ſondern wenn eine Zahl eben die Verhältniß mit einer andern hat/die ſie mit einer dritten hat: ſo können drey Zahlen ſchon eine proportion ausmachen / aber die eine davon wird zweymahl genommen. Z. E. 3/6/12. da iſt eben die Verhältniß unter 3 und 6. als unter 6 und 12. Und dieſelbe Zahl pflegt man ordentlich in die Mitte

Was proportio continua und diſcreta ſey?

zu ſetzen/und die proportion ſolcher geſtalt auszu⸗ſprechen: Wie ſich die erſte Zahl (3) gegen die andere (6) verhält/ſo verhält ſich auch die andere (6) gegen die dritte (12). Weñ nun nur 3 Zahlen vorhanden ſind/ und die andere darunter zweymahl genommen wird: ſo heißt es eine zuſammenhangende proportion (proportio continua). Wenn aber vier Zahlen da ſind und jede nur einmahl genommen wird: ſo heißt es eine zertrennte oder abgebrochene proportion (proportio diſcreta oder disjuncta).

Anm. 1. Die proportio diſcreta kömt weit öfter vor/und iſt auch von weit gröſſerm Nutzen/ als die continua, jedoch iſt auch dieſe in der Progresſions-Rechnung gewöhnlich. Man hat ſonſt zum Zeichen der letztern/ wenn ſie arithmetiſch iſt/eine kleine Linie und drey Puncte (∸)/wenn ſie aber geometriſch iſt vier Puncte (∺), und beyde ſetzt man vor den Zahlen her. Z. E. ∸ 3.5.7. und ∺ 3.6.12. Bey der erſtern aber iſt das bißher gebrauchte Zeichen (=) in beyderley Art gewöhnlich (§. 242. a. 2.).

Anm. 2. Man muß ſich darunter nicht irren/ daß man meinen wollte / das wäre allemahl proportio continua, wenn die andere Zahl zweymahl ausgeſprochen wird/ ſondern/ das iſt continua, wenn ſie nur einmahl da ſteht/ und doch zweymahl ausgeſprochen wird. Z. E. 3.6.12. hingegen wenn ſie auch zweymahl geſchrieben iſt/ſo iſt es diſcreta, Z. E. 3:6=6:12,

wo

wo ſie aber ein oder zwey mahl zu ſchreiben ſey/ das gibt jedesmahl die Sache ſelbſt an die Hand.

§. 245. Hiebey ſind nun folgende Grund- und Lehr-Sätze nützlich und nöthig.

1. Wenn zwoo Paar Zahlen beyde mit einem andern Paar einerley Verhältniß haben/ (oder in proportion ſtehen/) ſo haben auch die beyde erſten unter ſich einerley Verhältniß (oder ſtehen in proportion). Z. E. 3:6. ſtehen in proportion mit 4:8. Eben ſo ſtehen auch 16:32 in proportion mit 4 : 8. Folglich ſtehen auch 3:6 und 16:32 unter ſich in proportion.

Anm. Dis trift in der arithmetiſchen und geometriſchen proportion zu. Der Grund ſteckt in dem allgemeinen Grund-Satz / quæ æqualia ſunt eidem tertio, ea & æqualia ſunt inter ſe (Vorb. §. 32. n. 3.).

2. Wenn man zwoo gegebene Zahlen/ (die in geometriſcher Verhältniß ſtehen) / mit einer dritten Zahl multiplicirt: ſo haben die beyden herauskommenden Summen eben die Verhältniß gegen einander/ als die beyden gegebenen Zahlen/ und alſo ſtehen dieſe mit jenen in proportion. Z. E. Nimm 3:6/ und multiplicire beyde mit 2/ ſo kömmt bey der erſten zur Summe 6/ und bey der andern 12. 6 und 12 aber haben eben die Verhältniß/ als 3:6 (denn 3 in 6 habe ich 2 mahl/und 6 in 12 auch 2 mahl). Folglich iſt 3:6 = 6:12.

Anm. Dieſer und die folgenden Sätze finden allein bey der geometriſchen proportion ſtatt/ aber nicht bey der arithmetiſchen. der Grund aber von dieſem Satze erhellet daraus. Weil beyde Zahlen durch einerley Zahl multiplicirt werden/ ſo werden beyde gleich viel mahl zu ſich ſelbſt geſetzt (§. 58.). Folglich muß ja auch unter den gefundenen Summen eine ſo oft die andere in ſich halten / oder in ihr ſtecken/ als unter den gegebenen eine die andere in ſich hålt / oder in ihr ſteckt. und wo das iſt/ da iſt einerley Verhåltniß/ und folglich auch eine proportion (§. 242.). Z. E. weil einmahl 3 in einmahl 6 2 mahl ſteckt: ſo muß ja auch zweymahl 3 in zweymahl 6 2 mahl ſtecken / it. dreymahl 3 in dreymahl 6 u. ſ. w.

3. Wenn man zwoo gegebene Zahlen mit einer dritten Zahl dividirt: ſo haben die beyden quotienten eben die Verhåltniß gegen einander / als die gegebenen Zahlen/ und folglich ſtehen die gegebenen und gefundenen Zahlen mit einander in proportion. Z. E. Nimm 6 : 12 und dividire beyde mit 2. ſo kömmt aus 6 der quotient 3/ und aus 12 6. 3 : 6 aber haben eben die Verhåltniß als 6 : 12. folglich iſt 3 : 6 = 6 : 12.

Anm. Dis iſt ein überaus nützlicher Lehr-Satz/ welcher auch der eigentliche Grund iſt von dem aufheben der Zahlen/ darauf (§. 240. a. 1.) gewieſen worden. Der Grund aber

iſt

iſt aus dem vorigen Lehr-Satz n. 2. und deſſen Anmerckung leicht zu erkennen. Denn dort wurden beyde Zahlen durch die multiplication gleich vielmahl zu ſich ſelbſt geſetzt / hier aber wird von beyden durch die diviſion gleich viel hinweg genommen (§. 77.). Wie nun dort einerley Verhältniß blieb im gleichen wachſen oder zunehmen / alſo auch hier im gleichen abnehmen.

4. Unter vier Proportional-Zahlen (4:8 = 6 : 12.) verhält ſich wechſels-weiſe wie die erſte (4) zur dritten (6) alſo auch die andere (8) zur vierten (12).

Anm. 1. Dis ſchickt ſich eigentlich nur auf die ordentliche proportion, in der verkehrten müſte es heiſſen/ wie die erſte zu der vierten/ alſo die andere zu der dritten. Z. E. 4 : 8 = 12 : 6. Der Grund davon aber iſt / es werden allemahl die beyden kleinſten und die beyden gröſten Zahlen gegen einander gehalten (es mögen die erſten Zahlen in ratione majoris oder minoris inæqualitatis ſtehen. Z. E. 4:8 = 6 : 12 oder 8 : 4 = 12:6.). die gröſten aber entſtehen aus den kleinern / wenn man ſie mit dem Nahmen der Verhältniß multiplicirt/ und die kleinſten aus den gröſſern / wenn man ſie mit demſelben dividirt. folglich haben ſie einerley Verhältniß n. 2. und n. 3. dis iſt am offenbarſten/ wenn die kleinere von der gröſſern ein grader Theil iſt. Sonſt

aber

aber iſt dieſer Satz von unvergleichem Nutzen in der vortheilhaften Regul de Tri.

5. Wenn man das erſte Glied durch das vierte/ und das andere durch das dritte multiplicirt: ſo ſind die Summen einander gleich:

Z. E. 4 : 8 = 6 : 12   8 : 4 = 12 : 6
6   4   oder   6   4
48   48   48   48

Anm. In der verkehrten proportion müſte es heiſſen. Wenn man das erſte durch das dritte und das andere durch das vierte Glied multiplicirt/ etc.

Z. E. 4 : 8 = 12 : 6   8 : 4 = 6 : 12
6   4   oder   6   4
48   48   48   48

II. Aufgaben.

I. Bey der arithmetiſchen Proportion.

Die dritte Zahl zu finden.

§. 246. Zu zwoo gegebenen Zahlen die dritte Proportional-Zahl zufinden/ die ſich ſo gegen die andere verhält/ als die andere gegen die erſte/ es mag unter den beyden gegebenen die gröſte oder kleinſte Zahl hinten ſtehen. (d. i. ſie mögen in ratione *majoris* oder *minoris* inæqualitatis ſtehen). Z. E. 1. zu 5-9 oder 2. zu 17-14. Verfahre alſo:

1. Suche die Verhältniß (oder differentz) unter den beyden gegebenen Zahlen (nach §. 235).

2. Ste-

2. Stehet die gröſte Zahl hinten/ ſo addire die differenz dazu. Stehet die kleinſte hinten/ ſo ſubtrahire die differenz davon, ſo kommt in beyden Fällen die dritte heraus. Hiernach ſtehen beyde Exempel alſo:

4	3
1. 5 - 9 - 13	2. 17 - 14 - 11

Anm. Die addition und ſubtraction (n. 2). geſchiehet ordentlich nur im Kopf/ und die Zahlen werden in einer Reihe hingeſetzt. Was weiter zu bemercken/ folget (§. 247).

§. 247. Zu drey gegebenen Zahlen die vierte arithmetiſche Proportional-Zahl zu finden/ und zwar eine ſolche/ die ſich eben ſo verhält gegen die dritte/ als die andere gegen die erſte / es mag unter den beyden erſtern die gröſte oder kleinſte Zahl hinten ſtehen. Z. E. 1. zu 5 - 7 und 9/ 2. zu 23 - 19 und 17. Verfahre alſo: *Die vierte Zahl zu finden.*

1. Suche die Verhältniß zwiſchen den beyden erſtern Zahlen nach (§. 235).

2. Stehet unter den beyden erſtern Zahlen die gröſte hinten/ ſo addire die differenz zur dritten; ſtehet aber die kleinſte hinten/ ſo ſubtrahire die differenz von der dritten: ſo kommt in beyden Fällen die vierte heraus. Hiernach ſtünden beyde Exempel alſo:

2	4
1. 5 - 7 = 9 - 11.	2. 23 - 19 = 17 - 13.

Anm.

Anm. 1. Nach der erſten Aufgabe (§. 246). entſteht eine zuſammen hangende proportion, (continua) nach dieſer eine abgebrochene (diſcreta): In beyden aber eine ordentliche proportion. Eine verkehrte hat keinen Nutzen/ wäre aber leicht zu finden/ denn man dürfte nur addiren / wo man nach beyden Aufgaben ſubtrahirt/ und ſubtrahiren/ wo man addirt. Beyde Aufgaben ſind nöthig in der Progreſſions-Rechnung.

Anm. 2. Der Erweiß von beyden Aufgaben iſt leicht. Denn es ſoll die geſuchte Zahl (nemlich §. 246. die dritte/ und §. 247. die vierte) üm ſo viel gröſſer oder kleiner werden/ als die / gegen welche ſie gehalten wird (nemlich §. 246. die andere / und §. 247. die dritte) / um ſo viel in beyden die andere gröſſer oder kleiner iſt / als die erſte. Um wie viel aber die andere gröſſer oder kleiner ſey / als die erſte / das zeigt die differenz an (§. 224.). folglich wird die geſuchte Zahl um eben ſo viel gröſſer als die / gegen welche ſie gehalten wird/ wenn man die differenz addirt/ und um ſo viel kleiner / wenn man die differenz ſubtrahirt.

II. Bey der geometriſchen Proportion.

Wie viel Aufgaben nöthig? § 248. Hiebey ſind zu unſerm Zweck drey Aufgaben nöthig und nützlich. 1. Zu zwoo gegebenen Zahlen die dritte und 2. Zu drey gegebenen Zahlen die

vierte

vierte Proportional-Zahl zu finden / die in einer ordentlichen proportion (in proportione directa) ſtehen. 3. zu drey gegebenen Zahlen die vierte zufinden / die in einer verkehrten proportion (in proportione inverſa) ſtehen.

Anm. Es ſind ſonſt wohl mehr Aufgaben möglich und anderswo nöthig/ wir aber bedürffen ſie nicht. Z. E. Zu zwoo gegebenen Zahlen/die mittlere Proportional Zahl zu finden. it. Zu zwoo Zahlen die dritte zu finden/ die in verkehrter proportion ſtehen. ꝛc. Aber die drey angeführten ſind uns unentbehrlich / jedoch iſt die mittelſte die allernützlichſte unter allen.

§. 249. Zu zwoo gegebenen Zahlen die dritte Proportional-Zahl zu finden / die ſich gegen die andere ſo verhalte / als die andere gegen die erſte/ es mag unter den beyden gegebenen Zahlen die gröſte oder kleinſte Zahl hinten ſtehen. Z. E. Suche zu 4 : 8 oder zu 12 : 6 die dritte Zahl. Verfahre alſo: 1ſte Aufgabe.

1. Multiplicire die andere Zahl mit ſich ſelbſt.

2. Die Summe dividire durch die erſte Zahl/ ſo iſt der quotient die dritte Proportional-Zahl. Hiernach ſtehen beyde Exempel alſo:

1. 4:8 | 2
8 | 64 | 16
64 | 44

2. 12:6
6 | 36 | 3
36 | 12

Anm.

Anm. 1. Natürlicher wäre es/ wenn man 1. die Verhältniß (oder den Nahmen der Verhältniß) der gegebenen Zahlen ſuchte (nach §.240)/ der wäre in beyden Exempeln 2/ und damit 2. in dem erſten Exempel die andere Zahl NB. multiplicirte/ und in dem andern Exempel die andere Zahl NB. dividirte: ſo käme eben das. Allein das gehet nur bey ſolchen Zahlen füglich an/ da die gröſſere Zahl in die kleinſte grade aufgeht / bey andern aber nicht wohl. Z. E. 3:5 oder 9:7. Daher hat man eine ſolche allgemeine Regul annehmen müſſen/ die in allen Fällen practicable wäre/ und dergleichen iſt die angegebene Regul. Der Erweiß davon ſoll in der andern Aufgabe folgen (§. 251).

Anm. 2. Dieſe Aufgabe bringet eine zuſammenhangende proportion, und hat in der Progreſſions-Rechnung ihrē Nutzen. wollte man zu zwo gegebenen Zahlen die dritte Proportional Zahl ſuchen/ die in verkehrter proportion ſtünden: ſo wäre nothwendig die erſte Zahl allemahl der dritten gleich/ Z. E. 6:12:6. und die fünde man allemahl / wenn man die andere durch die erſte multiplicirte/ und die Summe durch die andere dividirte. Z. E. 6:12 oder 12:6

1. 6:12	1		2. 12:6	1	
6	~~72~~	6	12	~~72~~	12
72	~~12~~		72	~~66~~	

Allein der Mühe bedarf man nicht/ es hat auch keinen Nutzen.

§. 250. Exempel zur Ubung. Die dritte Proportional-Zahl

1. Zu 12 : 48 iſt 192	2. Zu 30 : 90 iſt 270
3. Zu 256 : 64 iſt 16	4. Zu 684 : 114 iſt 19
5. Zu 13 : 91 iſt 637	6. Zu 25 : 75 iſt 225
7. Zu 32 : 160 iſt 800	8. Zu 225 : 45 iſt 9
9. Zu 450 : 90 iſt 18	10. Zu 400 : 80 iſt 16
11. Zu 135 : 45 iſt 15	12. Zu 8 : 32 iſt 128

§. 251. Zu drey gegebenen Zahlen die vierte Proportional-Zahl zu finden/ die ſich gegen die dritte verhalte/ wie die andere gegen die erſte / und zwar alſo/ daß ſie in einer ordentlichen Proportion (in proportione directa) ſtehen. Ubrigens mag unter den beyden erſtern die gröſte oder kleinſte Zahl hinten ſtehen. Z. E. es würde dir gegeben 1. 8/ 24/ 12/ oder 2. 32/ 16/ 48. und du ſollteſt in beyden Exempeln die vierte Proportional-Zahl ſuchen. Verfahre alſo: 2te Aufgabe.

1. Multiplicire die andere und dritte Zahl mit einander.

2. Die Summe dividire durch die erſte Zahl/ ſo iſt der quotient die verlangte vierte Zahl. oder wie ſonſt die alte Regul heißt:

Die letzten zwoo multiplicir
Die Summ durchs erſte dividir.

Hiernach ſtünden obige Exempel alſo:

1. 8,24,12   2. 32,16,48

12   48   12

48   4 | 128   768 | 24

24   288 | 36   64   322 |

288   88 | 768   3

Folglich iſt in dem erſten Exempel 36 / und in dem andern 24 die vierte Proportional - Zahl und ſtůnden die Zahlen in ihrer Ordnung alſo:

1. 8:24=12:36.   2. 32:16=48:24.

Anm. 1. Der Erweiß beſtehet darinn. Die geſuchte vierte Zahl ſoll die dritte ſo oft in ſich halten oder in ihr enthalten ſeyn / als die andere die erſte in ſich hålt / oder in ihr enthalten iſt (laut der Aufgabe und § 243. n. III. a. 2.). Wenn man nun die dritte Zahl mit der andern multiplicirt / ſo iſt die Summe eine Zahl / welche die dritte ſo oft in ſich hålt / als die andere Zahl vniteten hat (§. 58). Hingegen / wenn man dieſe Summe durch die erſte Zahl wieder dividirt / ſo bekommt man eine Zahl (zum quotienten) / welche ſo oft in der Summe ſteckt / als die erſte Zahl vniteten hat (§. 77. und r. 102. n 8.). Folglich iſt der quotient eine Zahl / welche die dritte Zahl noch ſo oft in ſich hålt / oder in ihr enthalten iſt / als die vniteten der andern Zahl die vniteten der erſten Zahl in ſich halten oder in ihr enthalten ſind. Da nun die Verhåltniß der beyden erſten Zahlen nach ihren vniteten zu beur-

thei-

theilen iſt (§. 215): ſo iſt auch der quotient die vierte Proportional-Zahl. W. Z. E. Kurtz beſteht es darinn: was die andere Zahl durch die multiplication zu viel bringt / das nimmt die erſte nach proportion durch die diviſion wieder weg. Und eben daher iſt auch der Erweiß der vorigen Aufgabe (§. 249) offenbar. Denn da die andere Zahl mit ſich ſelbſt multiplicirt wird: ſo iſt es eben ſo viel / als wenn ſie 2 mahl da ſtünde / und die geſuchte dritte Zahl die vierte wäre.

Anm. 2. Viel natürlicher und leichter wäre es / wenn man 1. die Verhältniß der erſten und andern Zahl ſuchte nach §. 237. und 2. damit / wenn die gröſte Zahl hinten ſtünde / die dritte Zahl multiplicirte / hingegen wenn die kleinſte hinten ſtünde / die dritte dividirte. Denn da ſähe man offenbarlich / daß die vierte ſo viel mahl ſo groß oder ſo klein als die dritte würde / als die andere gegen die erſte iſt. Allein das läſſet ſich bey keinen andern Zahlen füglich thun / als wenn die gröſte in die kleinſte grade aufgeht. daher hat man in der gemeinen Art vorige allgemeine Regul beliebet: in der vortheilhaften aber wird man Special-Vortheile ſuchen.

Anm. 3. Endlich iſt noch zu bemercken 1. daß die vierte Zahl auch eine Zahl ſey / die ſich ſo gegen die andere verhält / als die dritte / gegen die erſte / nach §. 245. n. 4. und folg-

lich

lich 2. daß man die 3 gegebenen Zahlen ohne Schaden verſetzen/ und die andere zur dritten/ und dieſe zu jener machen könne. 3. Daß es gleich viel gelte / man nehme die andere oder dritte Zahl zum multiplicante an (§. 64.). und endlich 4. daß in dieſer Aufgabe der Grund zu der ſo genannten ordentlichen Regul de Tri (Regula de Tri directa) liege/ und ſie daher von unbeſchreiblichem Nutzen ſey / wie das folgende Capittel mit mehrern zeigen wird.

§. 252. Exempel zur Ubung. Die vierte Proportional-Zahl

1. Zu 24 : 36 und 48 iſt 72.
2 Zu 48 : 86 und 96 iſt 172.
3. Zu 16 : 93 und 64 iſt 372.
4. Zu 8 : 32 und 45 iſt 180.
5. Zu 7 : 25 und 28 iſt 100.
6. Zu 64 : 38 und 32 iſt 19.
7. Zu 15 : 45 und 99 iſt 297.
8. Zu 67 : 35 und 335 iſt 175.
9. Zu 88 : 22 und 96 iſt 24.
10. Zu 76 : 19 und 68 iſt 17.
11. Zu 35 : 17 und 280 iſt 126.
12. Zu 48 : 6 und 120 iſt 15.

Anm. Es ſind lauter ſolche Exempel geſetzet worden/ da die Summe der andern und dritten Zahl bey der diviſion grade in die erſte Zahl aufgeht Es trift aber oft zu / daß ein Reſt bleibt. Z. E. Wenn man die 3 Zahlen hat/

35 : 67 und 7. ſo iſt von 7 mahl 67 die Summe 469. wenn man die mit 35 dividirt: ſo iſt der quotient 13 und 14 bleiben übrig. Dieſen Reſt muß man nun ordentlich mit dem diviſore Bruchweiſe an den quotienten ſetzen $13\frac{14}{35}$ (§.96.). das iſt aber ſchweer zu verſtehen/ wenn die Zahl keinen Nahmen hat/ leichter aber wenn ſie einen gewiſſen Nahmen hat. Z. E. es wären lauter Ellen / ſo wäre der Verſtand der vierten Zahl $13\frac{14}{35}$ dieſer: wenn man zu einer Länge von 7 Ellen wollte eine andere Länge haben/ die ſich dagegen eben ſo verhielte/ als 67 Ellen gegen 35 Ellen. ſo müſte ſie ſeyn 13 Ellen und noch $\frac{14}{35}$ Theil einer Elle: welches bey nahe 13 und anderthalb viertheil Elle wäre/ wie in den Brüchen zu ſehen ſeyn wird. Bedeuten die Zahlen ſolche Sorten / die in kleinere können reſolvirt werden: ſo verfährt man damit/ wie §. 213. gezeiget iſt. Alles wird in der Regul de Tri zu ſeiner Zeit mit mehrern zu zeigen ſeyn / denn da werden wir die gantze Sache eigentlich allererſt recht nöthig haben.

§. 253. **Zu drey gegebenen Zahlen / die vierte Proportional-Zahl zu finden/ die ſich mit der dritten alſo verhalte / als die andere mit der erſten/ doch alſo/ daß ſich unter ihnen eine verkehrte proportion (proportio inverſa) finde.** Dritte Aufgabe. Ubrigens mag unter den beyden erſtern die gröſte oder kleinſte Zahl hinten

ſtehen. Z. E. ſuche die vierte verkehrte Proportional Zahl 1. zu 6/8/12. 2. zu 12/6/12. Verfahre alſo:

1. Multiplicire die erſte und dritte Zahl mit einander.

2. Die Summe dividire durch die mittelſte oder andere Zahl: ſo iſt der quotient die vierte Zahl. Hiernach ſtehen beyde Exempel alſo:

```
1.  6, 8, 12.            2.  12, 6, 12.
       6                      12
    ------                 --------
72|9   72                     24    2
8 |                           12    144|24
                           --------  66 |
                              144
```

Folglich ſtünden ſie in ihrer Ordnung alſo:

1. 6:8=12:9. 2. 12:6=12:24.

Anm. 1. Der Erweiß iſt aus dem vorigen (§. 251. a. 1.) leicht abzunehmen. Denn die vierte Zahl ſoll die dritte ſo oft in ſich halten/ als die andere in der erſten enthalten iſt/ oder ümgekehrt/die vierte ſoll in der dritten ſo vielmahl enthalten ſeyn/als die andere die erſte in ſich hält (§ 243. n. III a. 2.). Wenn man nun die dritte mit der erſten multiplicirt/ ſo iſt die Summe eine Zahl/ welche die dritte Zahl ſo oft in ſich hält/ als die erſte vniteten hat. (§. 58.). Hingegen wenn die Summe durch die andere dividirt wird/ ſo iſt der quotient eine Zahl/ die in der Summe ſo oft enthalten iſt/ als die andere Zahl vniteten hat (§. 77.).

Iſt

Iſt nun die andere Zahl gröſſer/ als die erſte/ ſo ſteckt der quotient ſo vielmahl in der dritten/ als die andere die erſte in ſich hält. Iſt aber die andere Zahl kleiner als die erſte: ſo hält der quotient die dritte ſo oft in ſich/ als die andere in der erſten ſteckt/ und das heißt/ er iſt die vierte verkehrte Proportional-Zahl.

Anm. 2. Natürlicher wäre es/ wenn man 1. die Verhältniß / (oder den Nahmen der Verhältniß) unter der erſten und andern Zahl ſuchte nach (§. 237.). und damit 2. die dritte Zahl NB. dividirte / wenn die andere Zahl gröſſer / als die erſte / wäre/ und NB. multiplicirte/wenn die andere kleiner/als die erſte/ wäre. Denn da ſähe man augenſcheinlich / daß im erſten Fall die vierte ſo viel mahl ſo klein würde/als viel mahl die andere ſo groß iſt / als die erſte / und im andern Fall die vierte ſo viel mahl ſo groß würde/als die dritte/ als viel mahl die andere ſo klein iſt / als die erſte. Aber das geht nur bey ſolchen Zahlen füglich an/da die gröſſere in die kleinere grade aufgeht/in andern nicht. Daher man in der gemeinen Art die vorige allgemeine Regul beybehalten muß

Anm. 3. In dieſer Aufgabe liegt der Grund zu der ſo genannten verkehrten Regul de Tri. Von derſelben aber wird allererſt im andern Buch ümſtändlich zu handeln ſeyn. Damit man aber doch zum voraus einigen Begriff

davon habe/ und den Unterſcheid zwiſchen dieſer verkehrten proportion und verkehrten Regul de Tri wiſſe: ſo iſt zu mercken/ daß man in den Exempeln der verkehrten Regul de Tri meiſtentheils / was hier die andere Zahl iſt zur dritten/ und die dritte zur erſten mache. Und folglich muß man da auch 1. die erſte nicht/ wie hier/ mit der dritten / ſondern mit der andern multipliciren/und 2. die Summe nicht/ wie hier/ mit der andern/ ſondern mit der dritten Zahl dividiren. Und alſo verhält ſich da ferner die geſuchte vierte Zahl alſo gegen die NB. andere/ nicht gegen die dritte/ als die dritte gegen die erſte/ Z. E. wenn man ſagte 6 Mann arbeiten an einem Bau 12 Tage/ wie lange werden 18 Mann daran arbeiten? Ein jeder ſiehet aber/ daß die Verhältniß am natürlichſten alſo flieſſe. Wie ſich verhalten 8 Mann gegen 18 Mann/ ſo auch 12 Tage gegen die unbekannten Tage/ die man wiſſen will/ nur daß 18 Mann weniger Tage gebrauchen/ als die 6 Mann. Und zwar wie 6 aus 18 der dritte Theil iſt/ alſo muß auch die geſuchte Zahl der dritte Theil aus 12 ſeyn/ und das ſind 4. Folglich würde das Exempel am natürlichſten nach der verkehrten proportion alſo ſtehen: 6, 18, 12. wenn man nun 1. 12 mit 6 multiplicirt/ ſind 72: und 2. dieſe Summe mit 18 dividirt / ſo kommen 4 heraus. hingegen ſtehet es nach der

ver-

verkehrten Regul de Tri alſo: 6 Mann arbeiten 12 Tage / wie viel Tage arbeiten 18 Mann? und da kömmt nothwendig auch 4 heraus/ wenn man 1. die erſte Zahl (6) mit der andern (12) multiplicirt/iſt 72/ und 2. dieſe Summe mit der dritten (18) dividirt. Davon zu ſeiner Zeit ein mehrers folgen wird.

§. 254. Exempel zur Ubung. Die vierte verkehrte Proportional-Zahl.

1. Zu 12:72 und 96 iſt 16.
2. Zu 84:14 und 36 iſt 216.
3. Zu 44:308 und 147 iſt 21.
4. Zu 19:95 und 110 iſt 22.
5. Zu 78:26 und 19 iſt 57.
6. Zu 8:80 und 360 iſt 36.
7. Zu 7:56 und 48 iſt 6.
8. Zu 36:9 und 12 iſt 48.
9. Zu 144:24 und 36 iſt 216.
10. Zu 50:300 und 600 iſt 100.
11. Zu 45:270 und 336 iſt 56.
12. Zu 84:252 und 54 iſt 18.

Der Dritten SECTION
Anderes Capittel.
Von der ordentlichen Regul de Tri überhaupt, und der Regul de Tri in gantzen Zahlen mit einer Sorte inſonderheit.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 255.

Was die Regul de Tri ſey?

Die Regul de Tri iſt eine ſolche Rechnungs-Art/ da man aus drey bekannten Sätzen (Zahlen) (a) vermöge der geometriſchen Verhältniß (b) / die ſich unter dem erſten und andern oder dritten (c) befindet/ den unbekannten vierten Satz (Zahl) herausbringet/ der ſich gegen dem andern oder dritten (c) ſo verhält/ als der andere oder dritte (c) gegen dem erſten/ und zwar / daß ſie mit einander in einer ordentlichen proportion ſtehen. Z. E. 3 lb. koſten 6 Thlr. was koſten 9 lb. ? Antwort. 18 Thlr. da verhält ſich 18 ſo gegen 9/ als 6 gegen 3. denn der Nahme der Verhältniß iſt in beyden 2. it. 18 verhält ſich ſo gegen 6/ als 9 gegen 3. denn der Nahme der Verhältniß iſt in beyden 3. und in beyden iſt die gröſte hinten.

Anm. 1. Regul de Tri, oder de tre, heißt auf teutſch ſo viel/ als eine Regel von drey/ nemlich

lich) Sätzen oder Zahlen/ (regula de tribus datis oder numeris). Wird ſonſt/ ihres gantz unbeſchreiblichen Nutzens wegen/ die güldene Regel (regula aurea) genannt. denn ſie reicht nicht allein vor ſich hin / in Wiſſenſchafften und im gemeinen Leben viel unbekannte Zahlen zu finden / daran uns gelegen iſt/ſondern/ wo auch ein mehrers erfodert wird / da liegt ſie doch meiſtens zum Grunde/ wie in dem andern Buch erhellen wird. (Vorber. §. 27).

Anm. 2. Sie wird ſonſt völlig genannt / die einfache ordentliche regul de tri (regula de tri ſimplex directa) weil es auch eine verkehrte/ und auch eine gedoppelte regul de tri gibt. Dieſe ordentliche und einfache regul de tri aber iſt nöthiger und nützlicher / als die verkehrte / und auch der Grund zu der gedoppelten. Daher wird ſie hier ſchlechthin unter dem Nahmen der regul de tri verſtanden und abgehandelt/ die andern beyden aber werden bis ins andere Buch verſpart/da man ſich von dem eigentlichen Unterſcheid derſelben von dieſer völlig informiren kann.

Anm. 3. (a) Ich ſage lieber: Sätze/ als Zahlen. Denn zu einem Satz gehören oftmahls wohl drey und mehr Zahlen / wenn unterſchiedene Sorten vorkommen / ꝛc. (b). Ich ſage: Geometriſche Verhältniß. Denn ob man wohl auch zu drey gegebenen Zahlen die vierte arithmetiſche Proportional-Zahl ſuchen

und

und finden kañ/ wie §. 247. gezeiget iſt: ſo wird doch das nicht unter dem Nahmen der regul de tri verſtanden / ſondern hier iſt allemahl von einer geometriſchen Verhåltniß und proportion die Rede. (c) Ich ſage: andern oder dritten Satz: denn das iſt in der Sache ſelbſt einerley (§. 245. n. 4.).

Was die regul de tri im gemeinen Leben ſey?

§. 256. Wenn man auf den Gebrauch der regul de tri im gemeinen Leben oder im Handel und Wandel (a) ſiehet: ſo findet ſich/ daß die regul de tri eine ſolche Rechnungs-Art ſey/ da man hauptſåchlich aus dem NB. bekannten Werth/ oder Gewicht/ oder Maaß oder Hauffen/ oder Zeit ꝛc. (b) einer NB. gewiſſen bekannten Anzahl oder quantitet (c) einer Sache / durch eine nothwendige Folge den NB. unbekañten Werth/ oder Gewicht/ oder Maaß/ oder Hauffen/ oder Zeit ꝛc. (b) einer NB. andern gewiſſen bekannten Anzahl oder quantitet (c) derſelben Sache heraus findet/ daran uns gelegen iſt. Z. E. jemand will 16 C. Zinn kauffen. er weiß aber den Werth derſelben nicht/ hat auch Niemand / der ihm denſelben ſagen kônnte. und alſo iſt ihm der Werth der 16 C. Zinn unbekannt. Wann er aber weiß oder ſich beſinnet oder erfåhret/ daß 1 C Zinn 26 Thlr. koſte: ſo iſt ihm der Werth einer andern gewiſſen quantitåt Zinn nemlich eines Centners / bekannt. Und daraus kann er nach dieſer regul de tri den unbekannten

Werth

Werth der andern quantität (der 16 C.) erfinden/ nemlich es ſind 416 Thlr.

Anm. 1. (a) Die vorige Beſchreibung §. 255. ſchicket ſich auf die regul de tri, wie ſie in allen Wiſſenſchafften vorkommen kann. hier aber wird ſie auf Handel und Wandel gerichtet. denn in andern/ſonderlich mathematiſchen Wiſſenſchafften hat die regul de tri auch wohl in andern Fällen ihren Nutzen. Z. E. Wenn man in der architectur die Seulen / it. die Höhe und weite der Thüren / Fenſter ꝛc. gegen einander proportioniret ꝛc. aber im Handel und Wandel ſind die angeführten Fälle faſt allein gewöhnlich / und darauf haben wir ſie in unſerer arithmetic ſonderlich einzurichten/ gleich wie ſie auch dabey eigentlich ihren Nahmen bekommen hat.

Anm. 2. (b) Unter allen Fällen iſt das der gewöhnlichſte / daß man aus dem bekannten Werth auf einen unbekannten Werth fortſchlieſſet. Daher ſind manche arithmetici verleitet worden/ die regul de tri alſo zu beſchreiben/ und die Reguln derſelben alſo einzurichten/ als wenn man dadurch allein den unbekannten Werth oder Preiß der Dinge zu ſuchen hätte Es iſt aber nicht an dem/ſondern 1. oft ſuchet man auch zu einer gewiſſen Anzahl oder quantität das unbekannte Gewicht/ Maaß/ Hauffen oder Zeit ꝛc. 2. oft iſt uns zweyerley Werth/ aber nur eine gewiſſe Anzahl

zahl oder quantität einer Sache bekannt. Z. E. 10 Thlr. geben 2 C. was werden 40 Thlr. geben? ꝛc.

Anm. 3. (c) Ich ſage: Anzahl oder quantität. Denn bißweilen ſchlieſſet man bloß von einer gewiſſen Anzahl auf eine andere gewiſſe Anzahl derſelben Sache / Z. E. 1 Perle koſtet ſo oder ſo viel / was koſten 100 Perlen? bißweilen aber (und zwar am öfterſten) von einer gewiſſen quantität auf eine andere. Z. E. 1 lb. C. Schl. Schock / ꝛc. bringt ſo viel / was 8 lb. C. Schl. Schock? ꝛc.

Wie viel und was für Sätze da ſeyn müſſen? §. 257. Daraus nun erhellet / und iſt auch aus der geſunden Vernunft offenbar.

1. Daß in der regul de tri nothwendig müſſen drey Sätze bekannt ſeyn / wenn man den vierten finden will: und zwar den einen unter den drey bekannten macht die bekannte Anzahl oder quantität der Sache aus / deren Werth / Gewicht ꝛc. bekannt iſt / den andern der bekannte Werth / Gewicht ꝛc. ſelbſt / den dritten die andere bekannte Anzahl oder quantität der Sache / deren Werth / Gewicht / ꝛc. noch unbekannt iſt (a).

2. Daß unter den drey bekannten Sätzen nothwendig zweene müſſen Sachen von einer Art bedeuten / (nemlich die beyden / welche die Anzahl oder quantität anzeigen / von deren einer uns ihr Werth / Gewicht / ꝛc. bekannt / und von de-

deren andern er nicht bekannt iſt) und zwar in ſo fern eine Ubereinſtimmung derſelben erfodert wird/ům von einer ihren bekannten Werth/ Gewicht 2c auf der andern ihren unbekannten Werth 2c. fort zuſchlieſſen (b). der übrige Satz kann mit jenen beyden überein kommen oder nicht.

3. Daß dennoch von Sachen einer Art in einem Satz eine andere Anzahl oder quantität als in dem andern/in beyden aber doch eine gewiſſe(determinirte) Anzahl oder quantität ſeyn můſſe (c).

4. Daß der vierte vorhin unbekannte Satz allemahl der Art nach mit demjenigen bekannten Satz überein kommen můſſe/ der den bekannten Werth/ Gewicht/ 2c. andeutet : und in beyden ein gewiſſer determinirter Werth/ Gewicht/ 2c. ſeyn můſſe (d).

Anm. 1. (a) Es gibt ſonſt wohl Schlůſſe/ aus weniger und mehr/ als 3 Zahlen/ (wie §. 248. und 249. und hinten in der regula quinque). Aber in den §. 256. angeführten Fällen můſſen drey/ nicht weniger nicht mehr ſeyn. Man frage den einfältigſten Menſchen/ er ſolle doch ſagen was 16 Scheffel Korn koſten: er wird alſo fort begehren/ man ſolle ihm erſt ſagen/ was Z. E. 1 Schl. koſte? und alſo verlangt er vorher noch zweene Sätze zu wiſſen/ die mit jenem drey machen.

Anm. 2. (b) Es müſſen Sachen von einer Art ſeyn/ denn ein jeder findet/er könne nicht ſchlieſſen von dem bekannten Werth/ Gewicht/ 2c. einer Sache auf einen andern unbekann-

kannten Werth/Gewicht/2c. einer Sache von NB. anderer Art. Z.E. nicht von Zinn auf Silber/Bley. 2. ſteht dabey: in ſo fern 2c. denn bißweilen erfodert es die Sache/ daß Sachen von einer Art überdem noch/ nicht allein ihrer inwendigen Güte nach/ ſondern auch ſo gar allen äuſſerlichen Umſtänden Z.E. des Orts/ der Zeit 2c. nach/ überein kommen müſſen. denn es iſt bekannt/ daß Sachen von einer Art nicht einerley Werth oder Gewicht/ 2c. haben/ wenn ſie nicht von einerley Güte ſind. ingleichen daß Sachen von einer Art und Güte an einem Ort und zu einer Zeit mehr gelten/ als an andern Orten und zu anderer Zeit. 2c. bisweilen können auch Umſtände ſeyn/ daß man auf die Güte oder auf die äuſſerlichen Umſtände nicht ſo genau zu ſehen hat/ ja daß man Sachen von unterſchiedener Art als Dinge von einer Art kann paſſiren laſſen. Z.E. Wenn man aus einer bekannten Fracht einer gewiſſen quantität Waaren/auf die unbekannte Fracht einer andern quantität anderer Waaren ſchlieſſet/denn man ſiehet da allein auf das Gewicht 2c. Wie fern aber die Ubereinſtimmung jedesmahl nöthig ſey/ das muß man aus der Sache ſelbſt beurtheilen. Wo nun die erfoderte Ubereinſtimmung nicht iſt, da läſſet ſich auch die Sache durch die regul de tri nicht ausmachen. Z. E. Wenn man gleich weiß/ was 1 Ohme Rheinwein koſtet / ſo kan man doch daher

nicht

nicht ſchlieſſen/was 3 Ohmen Francken-Wein koſten? ꝛc.

Anm. 3. (c) 1. Eine andere Anzahl ꝛc. wird erfordert. denn wenn in beyden einerley Anzahl oder quantität wäre/ ſo brauchte es keines ſchlieſſens. Z. E. Niemand wird ſagen: 3 El. Tuch koſten 5 Thlr. was koſten 3 Ellen? denn da iſt eben dieſelbe quantität. 2. Eine NB. determinirte Anzahl oder quantität wird erfodert. Denn von einer ungewiſſen (indeterminirten) Anzahl oder quantität auf eine andere ungewiſſe/ oder auch von einer gewiſſen auf eine ungewiſſe und von dieſer auf jene kan man keinen Schluß machen. Z. E. Wer kan ſo ſchlieſſen/ wenig Perlen koſten ſo oder ſo viel/ was koſten viel Perlen? oder ein kleiner Hut Zucker koſtet ſo oder ſo viel/ was koſtet ein groſſer Hut Zucker? Man determinirt aber die Anzahl einer Sache durch die Zahlen/ 1. 2. 3. ꝛc. oder Zahl-Wörter (Vorber. §. 2.) und die quantität ordentlich durch die dazu angenommene Begriffe des Gewichts/ Maaſſes/ ꝛc. wie §. 121. gezeiget iſt. Jedoch wäre es auch hinlänglich/ wenn die letzte nur überhaupt nach ihrer Verhältniß gegen die andere bezeichnet würde. Z. E. Ein kleiner Käſe koſtet 1 Thlr. was koſtet ein anderer/ der 2/ 3 oder 4 mahl ſo groß iſt? ꝛc. Allein das vorige iſt gewöhnlicher und diſtincter.

Anm. 4. (d) 1. Die Meinung iſt: hat man in dem

bekannten Satz Müntz-Sorten/ ſo bekomt man auch im unbekannten vierten Satz Müntz-Sorten. Hat man in jenem Gewichts-Sorten/ ſo bekommt man in dieſem auch Gewichts-Sorten u. ſ. w. oder kurtz es müſſen Sachen einer Art und Sorten einer Claſſe (§. 123.) ſeyn. denn eben dergleichen Art/ als uns von einer gewiſſen Anzahl oder quantität einer Sache bekannt iſt/ will man auch von der andern Anzahl oder quantität wiſſen/ und kann auch aus jener nichts anders herausbringen. denn wenn man gleich von einer gewiſſen Anzahl oder quantität (Z. E. von 3 Tonnen Butter) das Gewichte weiß (6 C.): ſo kann man doch daher noch nicht einmahl eben derſelben Anzahl oder quantität (der 3 Tonnen Butter) ihren Werh wiſſen/ geſchweige den Werth einer andern quantität (Z. E 8 Tonnen Butter). 2. Es muß auch in beyden Sätzen ein gewiſſer determinirter Werth/ Gewicht ꝛc. ſeyn/ denn aus einem ungewiſſen Werth kann man keinen gewiſſen Werth ſchlieſſen/ und einen ungewiſſen Werth kann man nicht zu wiſſen verlangen. Z. E. Niemand wird fragen 1 lb. koſtet viel/ was koſten 8 lb.? denn ob man wohl daher ſchlieſſen kann/ 8 lb. müſſen noch mehr koſten: ſo weiß man doch weder/ was durch viel noch was durch mehr zu verſtehen ſey/ und iſt einem damit nichts gedient.

§. 258.

§. 258. Aus dem / was bißher geſagt iſt / können nun ferner folgende ſehr nützliche Sätze geſchloſſen / verſtanden und angemercket werden / welche uns in vielen Dingen ein Licht geben. Was daraus weiter folge?

I. Daß in der regul de tri alle Schlüſſe gehen entweder 1. von wenigern Dingen einer Art auf mehrere eben derſelben Art / und ümgekehrt von mehrern auf wenigere / oder 2. von einer kleinern quantität einer Sache / auf eine gröſſere quantität eben derſelben Sache / und ümgekehrt / von einer gröſſern auf eine kleinere. Denn man ſchließt entweder von einer gewiſſen Anzahl oder von einer gewiſſen quantität auf eine andere / (§. 256. a. 3.): aber allemahl von einer nicht auf eben dieſelbe / ſondern auf eine andere (§. 257. n. 3. a. 3.). Iſt nun eine Anzahl anders als die andere / ſo müſſen nothwendig von einer mehr von der andern weniger da ſeyn. Iſt die eine quantität anders / als die andere / ſo muß nothwendig eine gröſſer die andere kleiner ſeyn. Denn mehrere Arten der Ungleichheit ſind unter unterſchiedenen Anzahlen und quantitäten nicht (a).

II. Daß in der regul de tri, (wie ſie im gemeinem Leben gewöhnlich) in allen Sätzen keine andere / als benannte Zahlen vorkommen. Denn man ſchließt allemahl entweder von einer gewiſſen Art der Sachen auf andere derſelben Art (§. 257. n. 23.) / oder von einer gewiſſen (determinir-

 ten)

ten) Werth/ Gewicht ꝛc. auf einen andern gewiſſen Werth/ Gewicht ꝛc. (§.257.n.4. u.a.4.). Folglich muß man eines jeden Satzes Nahmen (Benennung) allemahl / wo nicht aufſchreiben/ doch im Gemüthe haben (b).

III. Daß unter den vier Sätzen allemahl nothwendig zweene und zweene müſſen doch aber nicht mehr dürffen der Art der Sachen nach / übereinkommen / und zwar 1. die beyden / von deren einem der Werth/Gewicht ꝛc.bekannt u.von deren andern der Werth ꝛc. noch unbekannt iſt/ 2. Die beyden / deren einer den bekannten / und deren anderer den vorhin unbekannten Werth anzeiget. denn man kann weder von dem bekannten Werth/ Gewicht ꝛc. einer Sache auf eine andere von anderer Art ſchlieſſen (§. 257. n.2.a.2.)/noch von dem NB. Werth ꝛc.einer Sache auf das NB. Gewicht ꝛc. eben derſelben Sache (§. 257. n. 4. a. 4). und daher NB. müſſen immer zweene und zweene übereinkommen. Man will aber meiſtens den unbekannten Werth oder Gewicht ꝛc. einer Sache wiſſen. Da nun das meiſtens ein anderer Nahme iſt/als der Nahme der Sache/deren Werth ꝛc. man wiſſen will: ſo NB. dürfen eben nicht mehr als zweene übereinkommen / ob wohl bisweilen auch alle einerley Nahmen führen können Z. E. 100 Thlr. geben 6 Thlr. Zinſe/ was geben 800 Thlr? Antw: 48 Thlr. da ſind in allen Sätzen Thlr. ſonſt aber ſind ſie ſelten alle gleich. Z. E. 1 lb. koſtet 6 gl. was 8 lb?

IV. Daß

IV. Daß in denen beyden Sätzen/ die der Art der Sachen nach übereinkommen müſſen (n. III.)/ dennoch können unterſchiedene Benennungen ſtatt finden / aber keine andere/ als welche den unterſchiedenen **Werth** oder quantität (Gewicht/ Maaß ꝛc. von NB. einerley Sache/ nur unterſchiedentlich determiniren/ oder mit einem Wort / welche unterſchiedene Sorten einer Claſſe ausmachen (§. 123.). Denn man ſchließt nicht von einer Anzahl oder quantität auf eben dieſelbe / ſondern auf eine andere/ (gröſſere oder kleinere) (§. 257. n. 3. a. 3.): und folglich findet man vermöge der proportion aus dem bekannten Werth/ Gewicht ꝛc. der erſtern Sache / nicht eben denſelben Werth/ Gewicht/ ꝛc. der andern Sache/ ſondern einen andern (gröſſern oder kleinern). Die quantität aber/ it. der Werth/ das Gewicht ꝛc. muß gewiß/ und zwar durch die dazu beliebte Sorten determinirt ſeyn (§. 257. n. 3. a. 3. u. n. 4. a.). Es ſind aber ſolcher Sorten in jeder Claſſe / ſo wohl gröſſere als kleinere nöthig und gewöhnlich (§. 125. n. 1.). Wenn nun in ſolchen zwey Sätzen ein unterſchiedener NB. **Werth** oder **Gewicht** ꝛc. anzudeuten iſt: ſo kann und muß in einem von beyden Sätzen oft eine kleinere/ in dem andern eine gröſſere Sorte ſtehen. Z. E. 1 lb. Nelcken koſtet 2 Thlr. was koſten 8 Loth Nelcken? Antwort 12 gl. oder 16 L. koſten 12 gl. was koſten 2 lb.? Antw. 2 Thlr. Weñ aber nur eine unterſchiedene NB Anzahl der Sachen

einer Art in ſolchen zwey Sätzen iſt: ſo zeiget die Benennung der Zahlen unmittelbar die Sache ſelbſt an. Z. E. 1 Perle, 4 Perlen. Da nun die Sache nicht darf unterſchieden ſeyn. (§. 257. n. 1): ſo kann auch in dieſem Fall niemahlen in einem von ſolchen beyden Sätzen eine andere Benennung/ als im andern ſeyn. Z. E. Es kann nicht heiſſen 1 Perle koſtet 2 Thlr. was koſten 4 Diamanten? auch nicht 2 Thlr. geben 1 Perle/ wie viel Diamanten bekommt man für 12 Thlr.?

V. Daß es auch müglich ſey/ daß in einem oder mehrern oder allen Sätzen zugleich mehrere Zahlen von unterſchiedener Benennung ſtehen können/ aber/ daß es auch keine andere als ſolche ſeyn können/ welche die quantität und den Werth/ Gewicht rc. einer Sache determiniren. Denn da in den beyden Sätzen nicht können unterſchiedene Sachen ſtatt finden (§. 257. n. 1.). ſo können noch weniger in einem Satz zugleich unterſchiedene Sachen (oder einerley oder unterſchiedene Anzahlen unterſchiedener Sachen) ſeyn. Aber das iſt zugleich aus n. IV. offenbar/ daß die quantität/ Werth/ Gewicht/ rc. NB. einer Sache/ wohl durch unterſchiedene Sorten zu determiniren ſey/ und daher auch in einem Satz mehrere Zahlen unterſchiedener Sorten ſtatt finden können und müſſen. Z. E. 1 C. und 55 lb. Zinn koſten 38 Thlr. was koſten 3 C. Antw. 76 Thlr. oder 1 C. 55 lb. Zinn koſten 38 Thlr. 12 gl. was koſten 3 C. 55 lb.? rc.

Anm.

Anm. 1. (a). Lateiniſch fällt es etwas beſſer in die Augen/ wenn man ſagt/ man ſchlieſſe vel a *paucioribus* ad *plura*, & contra a *pluribus* ad *pauciora*: vel a *minori* quantitate ad *majorem* & contra a *majori* ad *minorem*. Es iſt aber noch dis zu mercken / 1. daß man unter den Schlüſſen/ da man von einer NB. quantität auf eine andere ſchließt / diejenigen auch zu den Schlüſſen / die von einer gewiſſen NB. Anzahl auf eine andere Anzahl gehen/ rechnen könne/ da die quantität in beyden Sätzen nur durch einerley Sorte determinirt iſt/ und alſo beyde Sätze einerley Benennung haben. Z. E. 1 C. Zinn koſtet 26 Thlr. / was koſten 8 C? denn da ſiehet man im ſchlieſſen und in der operation bloß darauf / wie 1 C und 8 C. der Anzahl nach unterſchieden ſind / ob man wohl voraus ſetzt / daß ſie unterſchiedene quantiteten NB. einer Sache ſeyn müſſen. 2. Wenn man von Müntz-Sorten auf Müntz-Sorten ſchließt/ Z. E. 1 Thlr. gibt 2 lb was geben 80 Thlr.? ſo gehöret ein ſolcher Schluß eigentlich zu den Schlüſſen / da man von einer NB. quantität auf die andere ſchließt. Denn man kann von einer gröſſern Müntz-Sorte auf eine kleinere und ümgekehrt von einer kleinern auf eine gröſſere ſchlieſſen. Z. E. 2 gl. geben 1 lb. was geben 8 Thlr.? Es ſind alſo die Müntzen gewiſſe Sorten / dadurch man gewiſſe quantiteten oder Ge-

 wicht

wicht des Silbers oder Goldes ꝛc. determinirt / ob ſie wohl nicht allemahl nach ihrem Gewicht/ſondern nach dem Geſetz der Obrigkeit ꝛc. zu eſtimiren / und bey Gold und Silber ſonſt andere Gewichts-Sorten gewöhnlich ſind. Wenn aber in beyden Sätzen einerley Müntz-Sorte iſt / ſo kann man ſie / wie gleich jetzo geſagt iſt/ auch zu den Schlüſſen von wenigern auf mehrere ꝛc. rechnen. Z. E. 1 Thlr. gibt 2 lb./ was geben 8 Thlr.?

Anm. 2. (b). Ich nehme benannte Zahlen dißmahl nicht in dem gemeinen Verſtande/da ſie ſo viel heiſſen ſollen/ als Zahlen von U. S. ſondern in dem eigentlichen Verſtande von ſolchen Zahlen/die eine gewiſſe Sache andeuten (§. 121. a. 4). In andern mathematiſchen Wiſſenſchafften wird zu drey gegebenen Zahlen oft die vierte geſucht/ da einige oder gar keine davon einen gewiſſen Nahmen haben/ und alſo unbekannte Zahlen (im eigentlichen Verſtande §. 121. a 4.) ſind. Z. E. Man nimmt in der Baukunſt an/ die beſte Verhältniß der höhe und breite der Fenſter ꝛc. ſey/ wie 2 und 3. Es iſt aber nicht geſagt/ ob es Schuh oder Ellen ꝛc. ſeyn ſollen. Nun ſetze/ man hätte ein Gebäude vor / da die höhe der Fenſter 6 Ellen oder Schuh ſeyn müſte: ſo wäre die Frage/ wie breit müſte ein jedes nach der Verhältniß ſeyn? Antwort 4 Ellen oder Schuh ꝛc. denn 3 : 2 = 6 : 4. Und ſo ſind

die Exempel der Aufgabe §. 251. alle eingerichtet. Aber im Handel und Wandel iſt es darinn anders/ jedoch pflegt man in ſolchem Fall/ da man nach geſchehener Operation und gefundener 4ten Zahl das Exempel zu wiſſen nicht weiter nöthig hat / die Nahmen der Sache ſelten/ ſondern nur den Nahmen der Sorten/ ja oft auch den nicht einmahl dabey zu ſetzen/ ſondern nur im Gemüth zu behalten. Wo man es aber künftig noch weiter nöthig hat/ da ſetzt man ſo wohl den Nahmen der Sache / als der Sorten dabey/ weil man es ſonſt vergeſſen / und das facit ein ander mahl nicht wohl wieder herausbringen würde.

Anm. 3. (c). Nach der künftigen Ordnung der Sätze (§. 259.) kann man kürtzlich ſagen: der erſte und dritte und wiederum der andere und vierte Satz müſſen allemahl einerley Art der Sache bedeuten. Zuſammen aber wollen wir beyde Paar kürtzlich nennen/ Sätze / die der Sache nach / ſich nach einander richten (oder mit einander correſpondiren) müſſen.

Anm. 4. (d) Man wird bey den arithmeticis ordinair die Regul gar oft finden: der erſte und dritte Satz müſſen von einer Benennung ſeyn. Das iſt aber nicht alſo zu verſtehen / als könnten keine Exempel vorkommen oder nach der regul de tri aufgelöſet werden /

da der erſte und andere Satz unterſchiedene Benennungen haben: ſondern nur/daß ſie nach der gemeinen regul de tri zuvor müſſen unter einerley Benennung gebracht werden/ ehe man nach der allgemeinen regul operiren kann: Und das werden wir in der vierten Section finden. In der vortheilhaften regul de tri aber iſt es anders. Folglich iſt das unſern beyden Sätzen n. 4. 5. nicht entgegen.

Wie die Sätze in Gedancken und ſchriftlich auf einander folgen?

§. 259. Wenn man auf ſich acht hat/ in was für Ordnung man ſich die drey bekannten Sätze im Gemüth vorſtelle/ wenn man den vierten unbekannten Satz daraus und dazu finden will/ Z. E. wenn man daraus finden will/was 16 C. Zinn koſten/ weil man weiß/ daß 1 C. 26 Thlr. koſte: ſo wird man befinden/ daß man 1. die bekannte Anzahl oder quantität bey ſich bedencke/ davon uns der Werth oder Gewicht ꝛc. ſchon bekannt iſt. 2. den bekannten Werth oder Gewicht ꝛc. ſelbſt/und 3. die Anzahl oder quantität/ deren Werth uns noch nicht bekannt iſt. Z. E. Man gedencket oder ſpricht alſo: Wenn 1 C. Zinn koſtet 26 Thlr./ ſo koſten 16 C. ſo oder ſo viel. oder man fraget alſo: 1 C. Zinn koſtet 26 Thlr./ was koſten 16 C.? (a) Und daraus erhellet ferner 1. daß es am natürlichſten ſey/ wie es auch am gewöhnlichſten iſt/ die Sätze in angezeigter Ordnung hinter einan-

der

der hinzuſchreiben / wenn man die operation ſchriftlich verrichten will. Z. E.

1. C. Zinn koſtet 26 Thlr / was koſten 16 C. (b)

2. Was man für Sätze zu verſtehen habe / wenn man ſchlechthin vom erſten / andern oder dritten Satz redet / nemlich es iſt zu verſtehen nach der Ordnung / wie ſie in den Gedancken und auf dem Pappier nach einander folgen. Z. E. 1 C. wäre der erſte Satz / 26 Thlr. der andere Satz / 16 C. der dritte (oder letzte nemlich gegebene) Satz.

3. Daß der vierte Satz im Gemüth am letzten entſtehe / und daher auch eigentlich hinter die drey bekannten Sätze hinzuſchreiben wäre / wiewohl man ihn gemeiniglich da ſtehen läſſet / wo man ihn in der operation heraus findet.

Anm. 1. (a) Zu allererſt liegt uns zwar die Anzahl oder quantität der Sache im Gemüth / davon uns der Werth noch unbekannt iſt / den wir aber zu wiſſen verlangen. und dieſelbe iſt Anfangs die Gelegenheit und motiv uns zu beſinnen / von was für einer Anzahl oder quantität derſelben Sache uns der Preiß oder Gewicht ꝛc. bekannt iſt / üm daraus den unbekannten Preiß ꝛc. zu erfinden. Aber wenn man anfängt zu fragen oder zu ſchlieſſen / ſo nimmt man das, was einem ſchon vorhin bekannt geweſen zu erſt / und gehet auf das andere fort / und davon iſt jetzo die Rede. Es kann ſonſt die Frage zwar auf mehrere Arten an-

angeſtellt werden / aber keine iſt ſo natürlich oder ſo bequem / den unbekannten Satz zu erfahren / als die obangezeigte. Z. E. Man könnte ſagen: was koſten 16 C. Zinn / wenn 1 C. 26 Thlr. koſtet? oder wenn man für 26 Thlr. 1 C. kaufft/ wie viel muß man für 16 C. geben? ꝛc. aber ein jeder wird finden/daß ihm die beyden letzten Fragen viel verwirrter ſeyn/ als die obige / ja daß er die vorigen von ſelbſt noch in die letzte verwandeln müſſe / ehe er im Gemüthe zum Schluß kommt.

Anm. 2. (b) Es wird Anfängern meiſtens ſchweer/ die Sätze eines Exempels in rechter Ordnung aufzuſetzen / und ſonderlich/ zu errathen/ welcher Satz hinten und welcher vorn ſtehen ſolle/wenn ſie ihme auſſer der Ordnung vorgeſagt werden. Man mercke aber nur kürtzlich dieſes. 1. Es ſind in einem Exempel der regul de tri, nothwendig zweene bekannte Sätze/ welche Sachen von einer Art andeuten (§ 257. n.2.). 2. Von einer unter denſelben iſt uns ihr Werth/Gewicht/ꝛc. bekañt/ von der andern aber nicht (§. ibid.). Da iſt nun dis eine allgemeine Regul/ welche nicht triegen und die Sache allemahl deutlich machen kann. Derjenige bekannte Satz / davon uns ſein Werth oder Gewicht/ꝛc. bekannt iſt/ der wird voran geſetzt; Derjenige aber / deſſen Werth oder Gewicht/ꝛc. uns noch unbekannt iſt/wird hinten geſetzt. Und folglich

kommt

kommt der Satz / der den bekannten Werth oder Gewicht ꝛc. des erſtern anzeigt in die mitte zu ſtehen. In der practiſchen regul de tri hält man in manchen Fällen eine andere Ordnung : allein es iſt doch hiernach zu verſtehen; und es iſt für Anfänger beſſer / daß man ſchreibt / wie man denckt.

Anm. 3. Es iſt nöthig / daß man ſich einmahl für allemahl an dieſe Ordnung gewöhne / und wiſſe / was jeder Satz auf ſich habe / wie aus obigem zu erkennen. Denn man pflegt der Kürtze wegen in praxi weiter nichts hinzuſchreiben / als die Zahlen eines jeden Satzes / und höchſtens noch einer jeden Zahl ihre Bedeutung / ob ſie lb. oder Thlr. ꝛc. bedeute. (§. 258. n. II. a. 2). Z. E. obiges Exempel würde bloß hin alſo geſchrieben :

1 C. 26 Thlr. 16 C.

Daher muß man den gantzen Verſtand des Auffſatzes oder der Frage von ſelbſt zu treffen wiſſen / nachdem es die Art der Zahlen nach ihrer Bedeutung und die Art der Sprache mit ſich bringet. Z. E. Stehen im andern Satz Müntz-Sorten / ſo heißt es : -- gibt / oder koſtet / oder bringet ꝛc. -- was gibt / koſtet / bringet ꝛc. - ? ſtehen Gewichts Sorten da ſo ſaget man : - wiegt / iſt ꝛc. - was wiegt / iſt - ? ſind Sorten des Maaſſes da / - iſt / macht ꝛc. - was macht / iſt ꝛc. - ? u. ſ. w.

§. 260.

Was in der regul de tri für eine Verhältniß und proportion ſey?

§. 260. Wenn man auf ſich acht hat und anmercket/ was man gedencke oder thue/ wenn man ohne die arithmetiſche Reguln zu wiſſen oder zu bedencken/ aus drey leichten bekannten Sätzen den vierten unbekannten Satz finden will/ (Z. E. 2 Schl. koſten 4 Thlr. was koſten 6 Schl.?): ſo wird man befinden/ daß man ſonderlich und am erſten auf die Verhältniß des erſten und dritten Satzes ſiehet/ und denn zu dem andern eine ſolche Zahl ſuchet/ die mit ihr eben die Verhältniß hat/ als die erſte mit der dritten/ und dieſelbe nimmt man für den vierten Satz an. oder man ſiehet auf die Verhältniß des erſten und andern Satzes und ſuchet zu dem dritten eine Zahl/ die ſich gegen ihm ſo verhält/ als der andere gegen dem erſten. Z. E. Bey obigem Exempel wird der einfältigſte gedencken/ oder doch zum wenigſten begreiffen/ daß/weil 6 Schl. 3 mahl ſo viel ſind als 2 Schl. ſo müſſe man auch für 6 Schl. noch 3 mahl ſo viel Thaler geben/als für 2. Schl. 3 mahl 4 Thlr. aber ſind 12 Thlr. oder/ weil man für 2 Schl. noch ein mahl ſo viel Thaler (4 Thlr.) zahle/ ſo müſſe man auch für 6 Schl. auch noch einmahl ſo viel Thaler/ (ſind 12 Thlr.) bekommen. daraus nun erhellet/ daß die geſunde Vernunft einem jeden lehre/ was bereits §. 255. überhaupt angezeiget worden/ nemlich 1. daß der Grund der Regul de Tri ſey die Verhältniß der Sätze/

und

und zwar die geometriſche / weil man darauf ſiehet/ wie vielmahl einer ſo groß oder ſo klein/ als der andere/ ſey/ oder wie oft einer den andern in ſich halte oder in ihm enthalten ſey. (§.223.a.3.). 2. daß ſich unter den vier Sätzen eine geometriſche proportion finde, und zwar / da ſich entweder der vierte (12 Thlr.) ſo gegen dem andern (4 Thlr.) verhalte/ als der dritte (6 Schl.) gegen dem erſten (2 Schl.) / oder der vierte (12 Schl.) ſo gegen dem dritten / (6 Schl.) als der andere (4 Thlr.) gegen dem erſten (2 Schl.) (a). und endlich 3. daß unter ihnen eine ordentliche proportion (proportio directa) ſey/ weil der vierte muß ſo vielmahl ſo groß oder ſo klein / als der andere oder dritte/werden/ als der andere oder dritte ſo groß oder ſo klein/ als der erſte/ iſt. (§.243. n. III.).

Anm. (a) Wenn man die Sätze des gegebenen Exempels nach Art der geometriſchen proportion aufſetzen wollte: ſo ſtünden ſie alſo/ 2:4 = 6:12. Es iſt aber zu mercken / daß/ wie es in ſolchen unbenannten Proportional-Zahlen am natürlichſten iſt / daß man die erſte und andere / und wiederüm die dritte und vierte gegen einander halte / und ſage; wie ſich verhält die erſte gegen der andern/ ſo auch die dritte zu der vierten / weil die Zahlen in ſolcher Ordnung nach einander her ſtehen: ſo iſt es im gegentheil in den benannten Zahlen oder Sätzen der regul de tri am natürlich-

ſten/

ſten/ daß man den erſten und dritten / und wiederum den andern und vierten Satz gegen einander halte/ und ſage; wie ſich verhält der erſte Satz gegen dem dritten / alſo auch der andere gegen dem vierten. Weil das allemahl Sätze ſind/die ſich in der Sache nach einander richten müſſen (§. 258. n. III.) Jedoch wie nichts deſto weniger bey jenen ſich auch die erſte Zahl ſo gegen die dritte verhält/ als die andere gegen die vierte (§. 245. n. 4.): alſo verhält ſich auch zugleich bey dieſen/ der erſte Satz ſo gegen dem andern/als der dritte gegen dem vierten. Dieſe Anmerckung wird in der vortheilhaften regul de tri groſſen Nutzen haben.

Was die allgemeine Regul der regul de tri ſey? §. 261. Da nun unter den vier Sätzen der regul de tri eine ordentliche proportion iſt (§. 260.) und zu drey gegebenen bekannten Sätzen die vierte ſoll gefunden werden (§. 251.): ſo iſt ſie dem Grunde nach nichts anders/ als die §. 251. angeführte Aufgabe/ zu drey gegebenen Zahlen die vierte Proportional-Zahl zu finden. Und folglich bleibt auch die daſelbſt gegebene allgemeine Regul der Auflöſung / hier zum Grunde (a):

Die letzten zwoo (Sätze) multiplicir (b)/
Die Summ durchs erſte dividir.

Anm. 1. (a) Es iſt die angeführte Aufgabe (§. 251.) und die regul de tri dem Grunde

nach

nach einerley. Damit nun Niemand gedencke/ ſo ſey es ja überflüßig/daß man aus einer Sache zwey Dinge mache: ſo iſt zu mercken/ was es damit für eine Bewandniß habe. Die mathematici, welche überall allgemeine Reguln ſuchen und beybehalten / bleiben in ihren mathematiſchen Wiſſenſchaften allein bey der angeführten allgemeinen Regul/ und können damit auch füglich auskommen/ weil ſie entweder nur unbenannte Proportional - Zahlen ſuchen und gebrauchen / oder doch ſolche Benennungen haben / die ſich darnach füglich tractiren laſſen. Z. E. ihr Längen - Flächen - und Cubic - Maaß ꝛc. aber im Handel und Wandel hat man ſich mit der allgemeinen Regul nicht allein behelfen können/ ſondern für nöthig und nützlich befunden eine fernere Anweiſung zu geben/ theils wie man dieſelbe auf die im Handel und Wandel vorkommende Fälle füglich appliciren ſolle / theils auch wie man in manchen Fällen oder Exempeln näher zu kommen und Weitläufftigkeit vermeiden könne. Denn 1. mit der allgemeinen Regul kann man ſich noch nicht in alle im Handel und Wandel übliche Sorten ſchicken/wo man nicht eine nähere Anweiſung hat / Z. E. wenn unterſchiedene Sorten gegeben werden / oder heraus kommen ſollen. Z. E. nach der allgemeinen Regul entſtehen bey der diviſion oft ſolche Reſte und Brüche/damit einem im Handel und Wan-

del nichts gedient iſt. Daher muß man eine nähere Anweiſung haben / wie es in allen ſolchen Fällen nach Handels und Wandels Gebrauch einzurichten ſey. 2. erfordert ſie in manchen Exempeln eine entſetzliche Weitläuftigkeit / da man oft nicht den vierten Theil Zeit und Mühe brauchte/ wie man theils in der gemeinen/ ſonderlich vortheilhaften regul de tri ſehen wird. Im Handel und Wandel aber iſt der kürtzeſte Weeg der beſte. Dieſer und dergleichen Umſtände wegen hat man nun/ wie geſagt/ eine nähere Anweiſung auf Handel und Wandel nöthig erachtet/ und die wird in den arithmetiſchen Schriften unter dem Nahmen der regul de tri vorgetragen. Jedoch liegt die allgemeine Regul überall zum Grunde.

Anm. 2. (b) Unter den beyden Sätzen / (dem andern und dritten/) die mit einander zu multipliciren ſind/ kann man zwar zum multiplicante annehmen/ welchen man will (§. 251. a. 3.); aber der andere Satz iſt doch der eigentliche multiplicandus, und der dritte der eigentliche multiplicans. Denn das herauskommende facit muß der vierte Satz werden/ und folglich ſich auch in der Sache nach dem andern Satz richten (§. 258. n. III. verglichen mit §. 62. 70). Gleichwie auch der erſte Satz der diviſor iſt/ und die Summe der dividendus, und daher der quotient ſich in dem Nahmen

men nach dem dividendo oder der Summe des andern und dritten Satzes richten muß (§. 84.).

§. 262. Man pflegt heut zu Tage die Exempel der regul de tri in drey Claſſen einzutheilen / nemlich 1. ſind die multiplications-Exempel. 2. die Diviſions-Exempel / 3. die Proportions-Exempel. Damit hat es nun folgende Bewandniß. Die Multiplications-Exempel ſind ſolche / da man den verlangten vierten Satz durch die bloſſe multiplication (nemlich des andern und dritten Satzes) heraus bringt / und dahin gehören die Exempel / da im erſten Satz eine 1 ſtehet. Denn weil 1 nicht dividirt / ſondern den dividendum ungeåndert zum quotienten bringt (§. 85. a. 2.): ſo kann oder darf man auch die Summe des andern und dritten Satzes nicht dividiren / ſondern die Summe iſt ſelbſt die verlangte Zahl. Z. E. 1 lb. koſtet 2 Thlr. was koſten 8 lb.? Antwort 16 Thlr. denn 2 mahl 8 iſt 16. Die Diviſions-Exempel ſind ſolche / da man den verlangten vierten Satz durch die bloſſe diviſion herausbringet / und dahin rechnet man die Exempel / da im andern oder dritten Satz eine 1 ſteht. Denn weil 1 nicht multiplicirt / ſondern den multiplicandum ungeåndert zum Summe bringt (§ 63. a. 1.): ſo kann oder darf man auch den andern und dritten Satz in ſolchen Fällen nicht multipli-

Was multiplications-diviſions- und proportions-Exempel ſeyn?

pliciren / ſondern die gröſte Zahl unter beyden Sätzen iſt ſelbſt die Summe. und daher darf man dieſelbe nur ſo fort durch den erſten Satz dividiren/ ſo iſt der vierte Satz gefunden. Z. E. 2 lb. koſten 6 Thlr./was koſtet 1 lb.? Antwort 3 Thlr. denn 2 in 6 habe ich 3 mahl: oder 2 lb. koſten 1 Thlr. / was koſten 6 lb. ? Antwort 3 Thlr. denn 2 in 6 habe ich 3 mahl (a). Die proportions-Exempel ſind ſolche/ da in allen drey Sätzen mehr als 1 ſteht / und daher nach der allgemeinen Proportions-Regul der andere und dritte Satz zu multipliciren/ und die Summe durch den erſten zu dividiren iſt (§. 251.). Z. E. 2 lb. koſten 3 Thlr. was koſten 6 lb? Antwort 9 Thlr. denn 3 mahl 6 iſt 18/ und 2 in 18 habe ich 9 mahl. Und dieſe an ſich nützliche Eintheilung der Exempel werden wir ſo wohl in der gemeinen/ als vortheilhaften regul de tri durchgehends benbehalten.

Anm. 1. Es ſind dieſe drey Claſſen der Exempel ſo beſchrieben und erläutert/ als ſie ſonderlich in der regul de tri mit einer Sorte vorkommen / weil es da am deutlichſten in die Augen fällt. Künftig wird man ſehen / was bey der regul de tri mit unterſchiedenen Sorten zu jeder gehören wird: Eigentlich ſind alle Exempel der regul de tri Proportions-Exempel/ denn die operation gründet ſich bey allen auf die Proportion der Zahlen / wie wir bißher gehört haben: jedoch führt die letzte Claſſe

den

den Nahmen beſonders/ weil dabey die gantze Regul die vierte proportional-Zahlen zu finden/ nothwendig zu appliciren iſt/ bey den beyden vorigen aber nicht.

Anm. 2. Unter allen Exempeln ſind die multiplications-Exempel ordentlich die leichteſten, ſo wohl wenn man im Kopf rechnet/als ſchriftlich operiret / wie die Erfahrung lehren wird. daher man auch/ wo man die Wahl hat/ eine Frage allemahl lieber nach Art der multiplications Exempel einrichtet / als nach den andern. Z. E. Jemand wollte wiſſen/ was 30 lb. Zinn koſteten: es wäre ihm aber bekannt/ 1. daß 1 lb. 6 gl. koſtete/ 2. daß 4. lb 1 Thlr. koſteten und 3. daß 80 lb. 20 Thlr. koſteten. Da könnte man nun aus allen drey bekannten quantiteten nach der regul de tri ſchlieſſen/ wie viel 30 lb. koſteten. und zwar das erſte gäbe ein multiplications-Exempel/ denn es hieſſe: 1 lb. koſtet 6 gl. was koſten 30 lb.? das andere gäbe ein diviſions Exempel / denn es hieſſe: 4 lb. koſten 1 Thlr./ was koſten 30 lb.? das dritte gäbe ein Proportions-Exempel/ denn es hieſſe: 80 lb. koſten 20 Thlr./ was koſten 30 lb.? aber ein jeder wird finden/ daß der erſte Schluß der leichteſte ſey. jedoch bißweilen/ Z. E. wenn der erſte Satz als diviſor den dividendum aufhebt ꝛc. ſind die diviſions-Exempel eben ſo leicht/als die multiplications-Exempel.

Was Ex. der regul de tri mit einer und U. S. ſeyn?

§. 263. Zuletzt iſt aus dem/ was bißher geſagt/ noch auszumachen/ was für Exempel zur Regul de Tri mit einer und mit unterſchiedenen Sorten gehören. Kürtzlich beſteht es darinn. Wenn in denen beyden Sätzen / die ſich in der Sache nach einander richten müſſen (§.258.n.III.a.3.) eine und einerley Benennung ſtehet/ſo ſind es Exempel der Regul de Tri mit einer Sorte (a): Wenn aber in einem jeden derſelben zwar nur eine/ aber in beyden nicht einerley Benennung iſt/ oder gar in einem von beyden oder in allen beyden unterſchiedene Benennungen ſtehen / ſo ſind es Exempel der Regul de Tri mit U. S. (b). Z. E. 1 lb. koſtet 3 gl. was koſten 6 lb.? Antwort 18 gl. das iſt ein Exempel der regul de tri mit einer Sorte / denn im erſten und dritten/ und wiederum im andern und vierten Satz iſt eine und einerley Benennung/ nemlich im erſten und dritten ſind lb. im andern und vierten ſind gl. Hingegen wenn es heißt/ 1. 16 L. koſten 8 gl. was koſtet 1 lb. Antw. 16 gl. 2. 1 lb. koſtet 6 gl. was koſten 8 lb.? Antw. 2 Thlr. oder 3. 1 lb. koſtet 6 gl. 6 Pf. was koſten 2 lb.? Antw. 13 gl. ſo ſind es Ex. der regul de tri mit U. S. denn im erſten Ex. haben der erſte und dritte Satz/ im andern der andere und vierte nicht einerley Benennung/ und im dritten hat gar der andere allein unterſchiedene Benennungen.

Anm.

Anm. 1. Man muß nicht meinen / daß das nur Ex. der regul de tri mit einer Sorte ſind / wenn alle Såtze einerley Nahmen führen Z. E. 100 Thlr. geben 5 Thlr. Zinſe / was geben 800 Thlr.? Antw. 40 Thlr. denn ob gleich alle ſolche Exempel / Ex. der regul de tri mit einer Sorte ſind: ſo ſind doch nicht alle Ex. der regul de tri mit einer Sorte ſolche Ex. ſondern es wird nur erfodert / daß NB. die Såtze / ſo der Sache nach übereinkommen ſollen / auch eine und einerley Benennung haben. Deñ da bedarf man weiter nichts / als die multiplication oder diviſion mit einer Sorte. Hiebey kañ man conferiren / was (§. 146. n. 1. a.) geſagt iſt. Es wird alſo in der regul de tri mit einer Sorte in allen Aufgaben vorausgeſetzt / daß unter den drey gegebenen Såtzen / 1. ein jeder nur eine Sorte / und 2. NB. der erſte und dritte Satz allemahl einerley Benennung habe.

Anm. 2. (b). Was die angeführten Exempel der regul de tri mit U. S. anlanget / ſo hat es damit an ſich ſeine vóllige Richtigkeit. denn es ſind durchgehends ſolche Fålle / da man ohne eine Sorte in die andere zu reſolviren oder zu reduciren nicht zurechte kommen kann. Jedennoch aber / was ins beſondere die Exempel betrifft / da aus der gegebenen einen Sorte des andern Satzes im vierten Satz eine oder mehrere andere Sorten entſtehen / ſo

haben dieſelben eben nicht viel beſonders/ das bey den angeführten Exempeln der regul de tri mit einer Sorte nicht auch vorkäme/ oder das uns nicht aus den ſpeciebus mit einer Sorte bereits bekannt iſt / oder dabey in der vortheilhaften regul de tri noch ein beſonderer Vortheil zu finden wäre/ (ausgenommen / wenn in multiplications-Exempeln im andern Satz eine kleine Sorte gegeben wird/ daraus im vierten eine gröſſere entſteht). Daher iſt eben nicht nöthig/ von jedem Fall in der regul de tri mit U. S. eine beſondere Aufgabe zu machen (ausgenommen von dem einen/ da im multiplications-Exempeln im andern Satz eine kleine Sorte gegeben wird/ daraus im vierten eine gröſſere entſteht) : ſondern wir wollen ſolche in den Haupt-Aufgaben der regul de tri mit einer Sorte an ſeinem Ort beyläuffig mit berühren/und anzeigen/ wo ſie möglich ſind/ und was dabey zu thun ſey/ zumahl da ſichs meiſtens in der operation ſelbſt erſt offenbahren muß / ob aus der Sorte des andern Satzes eine andere entſtehen werde/ oder nicht. Solchergeſtalt bleiben nun in der regul de tri mit U. S. nachfolgende Fälle oder Exempel übrig. 1. Wo in einem oder mehrern oder allen gegebenen Sätzen bereits unterſchiedene Sorten vorhanden ſind. 2. Wo in dem erſten und dritten zwar nur eine aber doch nicht einerley

Sorte/

Sorte ſtehet/und ins beſondere 3. wo in multiplications Ex. im andern Satz eine kleine Sorte gegeben wird/daraus im vierten eine oder mehrere andere entſtehen. Die übrigen werden in den Exempeln der Regul de Tri mit einer Sorte beyläuffig mitgenommen.

II. Aufgaben.

I. Multiplications-Exempel.

§. 264. Ein Exempel der regul de tri mit einer Sorte zu elaboriren/ da im erſten Satz eine 1 ſteht / und der dritte mit ihm einerley Benennung führet. Z. E. 1 lb. koſtet 6 Thlr./ was koſten 12 lb. Verfahre alſo:

1. Setze die drey Sätze in ihrer Ordnung (nach §. 259. n. 1.) hinter einander/ und zwar alſo hin / daß 1. weiter nichts/ als eines jeden Satzes Zahl und Benennung neben einander zu ſtehen komme (a)/ und 2. zwiſchen den Sätzen allemahl ein wenig Raum bleibe (b). ſtehet alſo:

1 lb. 6 Thlr. 12 lb.

Anm. (a) Warům nicht mehr aufzuſchreiben ſey/ iſt (§ 259. a. 3.) gemeldet. ſonſt iſt es überhaupt zu halten/ wie (§. 153.) gezeiget iſt: Nemlich/ daß man die Benennung neben der Zahl ſetze/ und wo man kann / eine abbreviatur gebrauche. (b) Der Raum iſt ordentlich darum nöthig/ weil ſonſt im operiren/ſonderlich bey gröſſern Zahlen/ die Zahlen zu ſehr

in einander gerathen: Manche ziehen wohl von einem Satz zum andern eine Linie.

2. Multiplicire den andern und dritten Satz mit einander / und zwar / wie es am bequemſten iſt / den dritten durch den andern / oder dieſen durch jenen (§. 64.). ſtehet alſo:

1 lb.	6 Thlr.	12 lb.		1 lb.	6 Thlr.	12 lb.
	6		oder		12	
	72				72	

Anm. Das erſte iſt in dieſem Exempel das beſte / weil im andern Satz die kleinſte Zahl ſteht (§. 70.).

3. Setze die Benennung des NB. andern Satzes bey die Summe hin. ſtehet endlich alſo:

1 lb.	6 Thlr.	12 lb.		1 lb.	6 Thlr.	12 lb.
	6		oder		12	
	72 Thlr.				72 Thlr.	

Anm. 1. Die Summe muß ſich in der Benennung nach dem eigentlichen (nicht angenommenen) multiplicando richten (§. 70.): und das iſt in der regul de tri allemahl der andere Satz (§. 261. a. 2.).

Anm. 2. Wäre die Sorte des andern Satzes eine ſolche / die noch eine gröſſere Sorte als ihr gewöhnliches gantze über ſich hätte / (Z. E. es wären gl.); und die Summe wäre (wie hier) ſo groß / daß ſie ſolche gantze ausmachen

könnte:

könnte: ſo müſte man ſie noch in ſolche gantze reduciren (wie §. 194.). das macht 3 Thlr. und ſo würde es ein Exempel der regul de tri mit U. S. (§. 263. a. 2.). davon zu ſeiner Zeit ein mehrers. Können aber aus der Summe keine gantze werden/ ſo iſt es ein Exempel von einer Sorte/ und geht nach der Regel.

Anm. 3. Der **Erweiß** von dieſer Aufgabe iſt völlig zu erkennen aus (§. 262). Denn es fehlt an der allgemeinen Regul (§. 261.) weiter nichts mehr/ als daß die Summe noch mit dem erſten Satz ſollte dividirt werden. Weil aber da eine 1 ſteht/ die nicht dividirt/ ſo iſt die Summe ſelbſt der geſuchte vierte Satz.

Anm. 4. Wenn im **andern** Satz auch 1 ſteht/ Z. E. 1 Schl. koſtet 1 Thlr. / was koſten 18 Schl. ſo iſt die operation noch leichter/ denn da iſt allemahl der **dritte** Satz auch der vierte ſelbſt. nemlich 18 Schl. koſten auch 18 Thlr. und es iſt in der That ſo viel/ als wenn es hieſſe: 1 Schl. koſtet 18 Thlr. was koſtet 1 Schl.? dergleichen Ex. man doch nicht aufzuſetzen pflegt (§. 257. a. 3.).

§. 265. Exempel zur Ubung.

1. 1 C. koſtet 8 Thlr. was koſten 24 C. fac. 192 Thlr.
2. 1 lb. gilt 2 Thlr. was 9 lb.? fac. 18 Thlr.
3. 1 L. gilt 3 gl. was 7 L.? fac. 21 gl.

4. 1 St.

4. 1 St. gilt 4 Thlr. was 48 St.? fac. 192 Thlr.
5. 1 Elle gilt 5 Thlr./was 60 Ell.? fac. 300 Thlr.
6. 1 Wl. gilt 36 Thlr. was 96 Wl.? fac. 3456 Thlr.
7. 1 Wl. gilt 48 Thlr. was 36 Wl. fac. 1728 Thlr.
8. 1 Faß koſtet 18 Thlr. was 48 Faß? fac. 864 Thlr.
9. 1 Ballen Pappier koſtet 15 Mfl. was 32 Ballen? fac. 480 Mfl.
10. 1 Mlr. gilt 18 Kfl. was 36 Mlr.? fac. 648 Kfl.
11. 1 Dächer koſtet 20 Thlr. was 30 Dächer? fac. 600 Thlr.
12. 1 Jahr gibt 60 Thlr. was 10 Jahr? fac. 600 Thlr.
13. 1 Thlr. gibt 30 lb. was geben 16 Thlr. fac. 480 lb.
14. 1 Kfl. gibt 6 Schock was 25 Kfl.? fac. 150 Schock.
15. 1 Ducaten macht 4 Kfl. was 100 Duc.? fac. 400 Kfl.
16. 1 Roſenobel macht 8 Kfl. was 80 Roſen.? fac. 640 Kfl.
17. 1 lb. gilt 1 Thlr. was 30 lb. fac. 30 Thlr.
18. 1 Mfl. gibt 1 Schl. was 50 Mfl.? fac. 50 Schl.

II. Diviſions-Exempel.

§ 266. Ein Exempel der regul de tri zu elaboriren/da im andern oder dritten Satz 1 ſteht/ und der erſte und dritte Satz einerley Benennung haben. Z. E.

6 lb. koſten 12 Thlr. was koſtet 1 lb.? oder

4 lb.

4 lb. koſten 1 Thlr. / was koſten 16 lb.?
Verfahre alſo:

1. Richte das Exempel ein / wie (§. 264. n. 1.) ſtehet alſo:

6 lb. 12 Thlr. 1 lb. oder 4 lb. 1 Thlr. 16 lb.

2. Dividire mit dem erſten Satz (a) denjenigen unter dem andern und dritten / in welchem mehr als 1 ſteht. (b). Hiernach ſtehen beyde Exempel alſo:

6 lb. 12 Thlr. 1 lb. oder 4 lb. 1 Thlr. 16 lb.
12|2 16|4
6| 4|

Anm. (a) Der erſte Satz iſt allemahl der diviſor und kann nicht verwechſelt werden.
(b). Deñ eigentlich ſoll der erſte Satz die Sume des andern und dritten Satzes dividiren. (§. 261.). wenn aber in einem unter beyden 1 ſteht / ſo iſt der andere ſelbſt die Summe beyder Sätze (§. 263.).

3. Setze den Nahmen des andern Satzes bey dem quotienten (§. 258 n. III.): ſo iſt der vierte Satz in dem erſten Exempel 2 Thlr. und in dem andern 4 Thlr.

Anm. 1. Der Erweiß von dieſer Aufgabe iſt aus (§. 262.) leicht zu erkennen. Denn es fehlt von der allgemeinen Regul (§. 261.) weiter nichts / als daß man den andern und dritten Satz nicht multiplicirt und das geſchicht / weil 1 nicht multiplicirt.

Anm.

Anm. 2. Oft iſt der erſte Satz gröſſer/als der/ welchen er dividiren ſoll/ und kann nicht dividiren. Wenn nun in demſelben Satz eine ſolche Sorte ſteht/die noch eine kleinere unter ſich hat: ſo iſt zu verfahren/ wie (§. 204). Sonſt aber entſtehet ein Bruch (§. 92. und §. 204). Eben ſo geht es auch / wenn nach der diviſion ein Reſt übrig bleibt (§. 93. und 203.). Und in dieſen beyden Fällen können aus einer Sorte des andern Satzes/ im vierten Satz eine andere oder auch mehrere Sorten entſtehen (§. 263. a. 2.).

Anm. 3. Die Diviſions-Exempel/da im dritten Satz eine 1 ſteht/ ſind die gewöhnlichſten/ und werden daher von manchen allein unter den Diviſions-Exempeln begriffen. Bißweilen ſtehet im andern und dritten Satz zugleich 1. aber da entſtehet im vierten Satz allemahl eine andere Sorte nach Anm. 2. Z. E. 4 lb. koſten 1 Thlr. was 1 lb.?

§. 267. Exempel zur Ubung.

1. 8 Thlr geben 32 lb. was gibt 1 Thlr.? fac. 4 lb.
2. 14 Kſl bringen 28 Loth was 1 Kſl.? fac. 2 Loth.
3. 32 C. koſten 192 Mſl. was 1 C.? fac. 6 Mſl.
4. 54 C. gelten 270 Thlr. was 1 C.? fac. 5 Thlr.
5. 36 St. gelten 108 Kſl. was 1 St.? fac. 3 Kſl.
6. 5 Marck Silber koſten 45 Thlr.? was 1 Mr. fac. 9 Thlr.
7. 16 Mr. koſten 128 Thlr. was 1 Mr.? 8 Thlr. 8. 7 C.

8. 7 C. Zinn koſten 182 Thlr./was 1 C.? fac. 26 Thlr.

9. 56 Wl. koſten 112 Mfl. was 1 Wl.? fac. 2 Mfl.

10. 18 Fuder Wein koſten 1440 Mfl. was 1 Fuder? fac. 80 Mfl.

11. 24 Ballen Pappier koſten 480 Kfl. was 1 Ballen? fac. 20 Kfl.

12. 60 lb. koſten 30 Thlr. was 1 lb.? fac. 12 gl. (ſiehe §. 266. a. 2.).

13. 90 Ell. koſten 15 Thlr. was 1 Ell.? fac. 4 gl.

14. 24 St. gelten 60 Thlr. was 1 St.? fac. 2 Thlr./12 gl.

15. 8 Faß koſten 34 Thlr. was 1 Faß? fac. 4 Thlr. 6 gl.

16. 5 C. koſten 42 Thlr. was 1 C.? fac. 8 Thlr. 9 gl. $7\frac{1}{5}$ Pf.

17. 7 St. gelten 15 Thlr. was 1 St.? fac. 2 Thlr. 3 gl. $5\frac{1}{7}$ Pf.

18. 96 Ell. koſten 4 Thlr./ was 1 Ell.? fac. 1 gl.

III. Proportions-Exempel.

§. 268. Ein Exempel der regul de tri mit einer Sorte zu elaboriren / da in allen Sätzen mehr/ als 1 ſteht/ und der erſte und letzte Satz einerley Benennung haben. Z. E. 8 lb. koſten 12 Thlr./ was koſten 32 lb.? Verfahre alſo:

1. Schreibe die Sätze hin/(wie §. 264. n. 1).

2. Multiplicire den andern durch den dritten Satz/ oder dieſen durch jenen (§. 64.).

3. Die

3. Die Summe dividire durch den erſten Satz (a).

4. Schreibe den Nahmen des anderen Satzes bey dem quotienten ſo haſtu den verlangten vierten Satz/ ſtehet alſo:

```
8 lb.  12 Thlr.  32 lb. oder 8 lb. 12 Thlr.  32 lb.
 8                 12               32       8
384 | 48 Thlr.     64               24      384 | 48
 88                32               36       88 | Thlr.
                  384              384
```

Anm. 1. Der Erweiß iſt offenbar. Denn es wird die allgemeine Proportions-Regul (§. 251. und 261.) vollkommen angebracht. Das einige kommt noch hinzu / daß bey dem letzten quotienten der Nahme des andern Satzes geſetzet wird / welches ſeinen Grund hat (§. 258. n. III.)/ und an ſich klar iſt. Denn der quotient behält den Nahmen des dividendi (§. 84.) dieſer aber iſt die Summe des andern und dritten Satzes. n. 3. und die Summe muß ſich im Nahmen richten nach dem eigentlichen multiplicando (§. 62.). und das iſt der andere Satz (§. 261. a. 2.).

Anm. 2. (a) Wenn die Summe kleiner iſt/als der erſte Satz: ſo gehet es nach (§. 204.) und entſtehet im vierten Satz eine andere Sorte/ als im andern Satz gegeben iſt. Iſt aber keine kleinere Sorte da/ oder der andere Satz iſt eine Zahl / die zu keiner Claſſe der U. Sorten ge-

gehört und keine benannte gleiche Theile hat: ſo entſtehet ein Bruch (§. 92.). Wenn nach der diviſion ein Reſt bleibt: ſo geht es nach (§. 203.), und entſtehen im vierten Satz mehr, als eine Sorte. Iſt aber keine kleinere Sorte da, oder der andere Satz iſt eine Zahl, die zu keiner Sorte gehört: ſo entſtehet ein Bruch bey dem quotienten (§. 96.).

§. 269. Exempel zur Ubung.

1. 100 Thlr. geben 6 Thlr. Zinſe, was 1000.? fac. 60 Thlr.
2. 60 Thlr. bringen 84 lb. was 120 Thlr.? fac. 168 lb (oder 1 C. 58 lb.)
3. 32 lb. - 88 Thlr. - 12 lb.? fac. 33 Thlr.
4. 24 lb. - 132 Mfl. - 8 lb.? fac. 44 Mfl.
5. 192 Ell. - 120 Kfl. - 600 Ell.? fac. 375 Kfl.
6. 48 Wl. - 72 Thl. - 24 Wl.? fac. 36 Thlr.
7. 96 St. - 172 Kfl. - 48 St. fac. 86. Kfl.
8. 64 C. - 372 Thlr. - 16 C.? fac. 93 Thlr.
9. 45 Thlr. - 180 Ell. - 8 Thlr.? fac. 32 Ell.
10. 28 Kfl. - 100 Ell. - 7 Kfl.? fac. 25 Ell.
11. 335 Mfl. - 175 lb. - 67 Mfl.? fac. 35 lb.
12. 280 Ell. - 126 Thlr. - 35 Ell.? 17 Thlr.
13. 6 lb. - 16 Thlr. - 4 lb.? fac. 1 Thlr. 16 gl.
14. 9 C. - 15 Kfl. - 5 C.? fac. 8 Kfl. 5 gl. 4 Pf.
15. 12 lb. - 27 Thlr. - 19 lb.? fac. 34 Thlr. 10 gl.

Anhang
Von der Probe der Regul de Tri.

§. 270. Die Exempel aller Claſſen der Regul de Tri zu probiren. Nemlich:

I. Ein Multiplications Exempel. Z. E. 1 lb. 6 Thlr. 8 lb. ? fac. 48 Thlr. Verfahre alſo:

1. Mache den dritten Satz zum erſten/ den vierten zum andern und den erſten zum dritten: ſo entſtehet ein Diviſions-Exempel.

2. Daher verfahre nun / wie bey einem Diviſions-Exempel (§. 266.): ſo wird aus dem vorigen andern Satz nun der vierte Satz / wo anders recht operirt geweſen. Stehet alſo:

8 lb. 48 Thl. 1 lb. ? fac. 6 Thlr.

Der Erweiß iſt offenbar. Denn in einem Multiplications Exempel iſt der vierte Satz (48) die Summe des andern und dritten Satzes (6 und 8) (§. 264. n. 3.). Wenn nun aus dem dritten (8) der erſte und aus dem vierten (48) der andere / und aus den Multiplications-Ex. ein Diviſions-Ex wird n. 1. ſo iſt die Summe (48) nun der dividendus, und der multiplicans (8) der diviſor (§. 266.) Folglich muß der vorige multiplicandus (6) nun nothwendig der quotient werden (§. 102. n 9. u. §. 118).

II. Ein Diviſions-Ex Z. E. 4 lb. 8 Thlr. 1 lb. ? fac. 2 Thlr.

1. Mache den dritten Satz zum erſten / den vier-

vierten zum andern und den erſten zum drit-ten (eben wie I. n. 1.): ſo entſtehet ein Multiplications-Exempel daraus.

2. Daher verfahre/ wie in einem Multiplications-Exempel (§. 264.): ſo wird der vorige andere Satz nun der vierte Satz/wo anders recht operirt iſt. Stehet alſo:

1 lb. 2 Thlr. 4 lb.? fac. 8 lb.

Der Erweiß iſt auch offenbar. denn in einem diviſ. Ex. iſt der vierte Satz (2) der quotient, wenn man den andern Satz (8) durch den erſten (4) dividirt (§. 266.). Wenn nun der erſte Satz (4) der dritte und der vierte (2) der andere/ und aus dem diviſ. Ex. ein multiplicat. Ex. wird (n. 1.): ſo iſt der vorige quotient (2) nun der multiplicandus und der diviſor (4) der multiplicans (§. 264.). Folglich muß der vorige dividendus (8) nun die Summe (§. 119). werden.

III. Ein Proportions-Exempel. Z. E. 2 lb. 4 Thlr. 8 lb.? fac. 16 Thlr.

1. Mache den dritten Satz zum erſten/ den vierten zum andern/ und den erſten zum dritten (wie I. n. 1.): ſo entſtehet wieder ein Proportions-Exempel.

Anm. Wenn vorhin der dritte Satz gröſſer geweſen als der erſte/ ſo wird er nun kleiner: iſt er kleiner geweſen/ ſo wird er nun gröſſer.

2. Verfahre/ wie ſonſt in einem Proportions-Exempel (§. 268.): ſo wird aus dem vorigen an-

dern Satz nun der vierte Satz. Stehet alſo:

8 lb. 16 Thlr. 2 lb ? fac. 4 Thlr.

Der Erweiß iſt auch leicht/ doch etwas ſchwee-rer/als die beyden vorigen. Nemlich: in einem Proportions-Exempel iſt der vierte Satz (16) der quotient, wenn man die Summe (32) des andern und dritten Satzes (4 und 8) durch den erſten Satz (2) dividirt (§. 268.). Wenn nun aus dem dritten (8) der erſte / aus dem vierten (16) der andere/ und aus dem erſten (2) der dritte wird (n. 1.): ſo wird der vorige quotient (16) durch den vorigen diviſorem (2) multiplicirt/und folglich wird der vorige dividen-dus (32) nun die Summe (§. 119.). wenn nun dieſe Summe (32) durch den erſten Satz (8) dividirt wird: ſo wird die Summe durch den vorigen multiplicantem (8) (welches vorhin der dritte Satz war) dividirt. Folglich muß auch der vorige multiplicandus (4) (welches vorhin der andere Satz war) zum quotienten kom-men. Und alſo iſt der jetzige vierte Satz der vorige andere Satz.

Anm. 1. Dis iſt nun auch das fundament zur Probe der regul de tri mit U. S. ingleichen in den Brůchen. Denn die Såtze werden al-lemahl auf gleiche Weiſe verſetzt. und denn braucht es weiter nichts als daß man die regul de tri mit U. S. und Brůchen ſelbſt verſtehe. Daher werden wir von der Probe kůnftig wei-ter nichts zu gedencken nöthig haben.

Anm.

Anm. 2. Zu Exempeln zur Ubung kann man aus jeder Claſſe etliche zur Ubung aufgegebene Exempel nehmen / und dadurch die regul de tri ſelbſt noch ferner üben. Denn auf die Weiſe kann man aus einem jeden Multiplications-Exempel noch ein Diviſions-Exempel: und aus einem jeden Diviſions-Ex. noch ein Multiplications-Ex.: auch aus einem jeden Proportions-Ex. noch ein gantz anderes Proportions-Ex. zur Ubung bekommen.

Ende der dritten Section.

Des erſten Abſchnitts Vierte SECTION, Von Verhältniß der Zahlen und der Regul de Tri mit Unterſchiedenen Sorten.

Das Erſte Capittel. Von Verhältniß der Zahlen von U.S.

Erſter Abſatz. Von der Ration der Zahlen von U.S.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 271.

Durch die ration oder Verhältniß der Zahlen von U.S. verſtehet man die Ubereinſtimmung

Was ratio U.S ſey?

oder den Unterſcheid / welcher ſich unter zwoo gantzen Zahlen (oder Sätzen) von U. S. in Abſicht auf ihre Gröſſe findet / wenn man die eine zum **Maaß der andern** annimmt (Siehe §. 218.).

Wie viel Fälle vorkommen? §. 272. Wenn man auf die praxin acht hat: ſo kom̃en überhaupt drey unterſchiedene Fälle vor / da man die Verhältniß U. S. wahrzunehmen hat. Nemlich

1. Da in jedem Satz nur eine / aber in beyden nicht einerley Sorte ſtehet. Z. E.
2 Thlr. —— 16 gl.
2. Da in einem nur eine / im andern aber U. Sorten ſtehen. Z. E. 3 C. — 4 C 50 lb.
3. Da in allen beyden Sätzen Unterſchiedene Sorten ſtehen. Z. E. 3 C. 80 lb. — 4 C. 50 lb. 16 L.

Und das ſind hier die **Glieder der Verhältniß** (termini rationis) §. 219.

Anm. Es kön̄en zwar in dieſen drey Haupt-Fällen wieder unterſchiedene beſondere Fälle angemercket werden / dabey ſich in der vortheilhaften regul de tri beſondere **Vortheile** finden. Wir haben aber zur Vorbereitung an dieſen genug.

Wie man die gröſſe der Zahlen von U. S. beurtheile? §. 273. Die gröſſe zwoer Zahlen von U. S. beurtheilet man zugleich in Abſicht 1. auf die Gültigkeit oder Gröſſe der Sorten / 2. auf die Anzahl der

der vniteten / die von jeder zu gegen ſind. Da man bey den Zahlen von einer Sorte bloß auf die Anzahl der vniteten geſehen (§. 215.) Z. E. Man nehme die beyden Zahlen 2 und 16. bedeuten beyde einerley Sorte (Z. E. beyde Thlr. oder beyde gl.): ſo iſt die letzte gröſſer/ und die Verhältniß wie 1:8. bedeutet aber eine eine andere Sorte als die andere: ſo verändert ſich ihre Verhältniß nach der Bedeutung Z. E. gilt die erſte Thlr. und die andere gl. (2 Thlr. 16 gl.): ſo iſt die erſte gröſſer/ und die Verhältniß/ wie 3:1. gilt die erſte gl. und die andere Thlr. (2 gl. 16 Thlr.): ſo iſt die letzte gröſſer/ und die Verhältniß/ wie 1:192. Ferner/ wenn man eben die Nahmen behält (Thlr. und gl.) verändert aber nur der einen ihre Anzahl: ſo verändert ſich die Verhältniß auch. Z. E. an ſtatt 2 Thlr. ſetze 4 Thlr. hieſſe 4 Thlr. 16 gl. ſo iſt die Verhältniß ſchon wie 6:1. an ſtatt 16 gl. ſetze 12 gl. hieſſe 2 Thlr. 12 gl. ſo iſt die Verhältniß/ wie 4:1.

§. 274. Wenn man theils auf die Natur der Sache/ theils auf den gemeinen Gebrauch ſiehet: ſo iſt zu bemercken/ 1. daß man in den §. 272 angemerckten Fällen/ und in der §. 273 angezeigten Abſicht keine andere Sorten ihrer gröſſe nach gegen einander halten könne/ als welche mit einander zu einerley Claſſe gehören (a)/ 2. daß es ähnliche und unähnliche Sätze einer Claſſe ſeyn können (b). Denn man hat die Verhältniß ſol-

Was für U. S. ſtatt finden?

ſolcher Zahlen zu bemercken / wenn die eine den erſten und die andere den dritten Satz der regul de tri ausmachet. Da läſſet ſichs aber von keiner auf eine andere fortſchlieſſen/ als welche gröſſen einer Art / (oder quantitates homogeneæ) ſind. Nun aber ſind Sorten aus U. Claſſen **Gröſſen von unterſchiedener Art** (quantitates heterogeneæ) (§ 124.a.1.) (c): Aber **unähnliche** Sätze einer Claſſe ſind doch **gröſſen einer Art** (§.126.).

Anm. (a). Man pflegt bißweilen wohl in der vortheilhaften regul de tri den erſten und andern Satz und alſo auch Sorten U Claſſen gegen einander zu halten / aber dabey ſiehet man allein auf die Anzahl der vniteten/u.nicht zugleich auf die gröſſe der Sorten / und alſo hat das hiemit eigentlich keine Verwandſchaft. (b). ordinair hat man in der regul de tri nur ähnliche Sätze: jedoch können und pflegen auch wohl unähnliche Sätze vorzukommen. (c) es wäre denn ein ſolcher Fall/ als (§.144. n.I.) angemercket iſt.

Daß man nur die geometr. Verhältniß bedürfe.

§. 275. Wenn man ferner auf den Nutzen der Verhältniß U. S ſiehet/den ſie zur Erfindung unbekannter Zahlen hat: ſo findet ſich / daß man allein die geometriſche **Verhältniß** der Zahlen von U. S. zu bemercken nöthig habe. Denn ob man wohl auch fragen oder

ſa=

ſagen könnte/ üm wie viel eine unter zwoo Zahlen von U. S. gröſſer oder kleiner ſey/ als die andere/u.alſo eine arithmetiſche Verhältniß darunter zu finden wäre(§ 222).Z.E.1 Thlr u.16 gl. da iſt 1 Thlr. um 8 gl. mehr als 16 gl. und 16 gl. um 8 gl. weniger als 1 Thlr. : ſo hat doch das in unſerer arithmetic eigentlich keinen Nutzen. Hingegen iſt es ſo nöthig/ als hinlänglich / daß man erkenne / wie vielmahl die eine ſo groß oder ſo klein ſey/ als die andere / und das heiſſt eine geometr. Verhältniß (§. 222.)

Anm. In der Progreſſions-Rechnung/ da ſonſt die arithmet. Verhältniß ihren Nutzen hat (§.222.a.1.). pfleget man in den gegebenen Zahlen nicht U. Sorten zu gebrauchen/ (ob es wohl an ſich müglich wäre)/weil es eine groſſe Confuſion und Mühe verurſachen würde. Hingegen komen U.S. in der regul de tri vor/ und da iſt allemahl eine geometr. Verhältniß und Proportion (§. 255. a. 3.).

§. 276. Aus dem/ was bißher geſagt iſt/erhellet nun/ I. daß wir die Aufgaben allein auf die geometriſche Verhältniß einzurichten haben (§. 275.). II. Daß man die Verhältniß 1. unter ähnlichen und 2. unähnlichen Sätzen müſſe finden lernen / (§. 274.) und III. daß man in beyderley Sätzen / auf die (§ 273.) angeführte drey Fälle zu ſehen habe. Alles aber wird ſich füglich in zwoen Haupt-Aufgaben abhandeln laſſen. Wie viel Aufgaben nöthig ſind?

Wie man die Verhältniß der Zahlen von U. S. finde?

§. 277. Wenn man auf ſich acht hat und anmercket, was man gedencke oder thue, wenn man ohne die arithmetiſche Reguln zu wiſſen oder zu bedencken die Verhältniß unter zwoo kleinen Zahlen von U. S. (Z. E. zwiſchen 1 Thlr. und 16 gl.) anmercken will: ſo wird man befinden, daß man 1. ſehe, wie viel die gröſte Sorte vniteten von der kleinern in ſich halte, und ſo dann 2. die Verhältniß wie ſonſt unter Zahlen von einer Sorte bemercke. Denn man würde in obigem Exempel etwa alſo gedencken. 1 Thlr. iſt 24 gl. 24 gl. aber iſt um 8 gl. mehr als 16 gl. oder anderthalb mahl ſo viel als 16 gl. ꝛc. Das iſt nun in der That nichts anders, als daß man 1. die gröſte Sorte in die kleinſte reſolvirt, oder die gröſte unter den Nahmen der kleinſten bringt, und denn 2. die Verhältniß, wie ſonſt, abnimmt. Und das iſt auch in der That der richtigſte und ſimpelſte Weg: wie man aber ſolches auf alle Fälle füglich appliciren könne und ſolle, wird in den Aufgaben zu erſehen ſeyn.

Was dieſe Verhältniß mit der andern gemein habe?

§ 278. Ubrigens bleibt hier alles ſo, wie es in der Verhältniß gantzer Zahlen geweſen. Nemlich 1. Man nimmt hier allemahl den erſten Satz zum Maaß des andern an (§. 219.). 2. Wenn die Zahlen von U. S. einerley gröſſe mit einander haben: ſo heiſt ihre Verhältniß, eine Verhältniß gleicher Zahlen (ratio æquali-

li-

litatis), ſonſt aber eine Verhältniß ungleicher Zahlen, (ratio inæqualitatis) (§. 220). 3. Wenn der gröſte Satz hinten ſteht, ſo iſt es ratio *majoris* inæqualitatis ſteht der kleinſte hinten, ratio *minoris* inæqualitatis (§. 221.). anderer Dinge zugeſchweigen (§. 234.) ꝛc.

Anm. Ob zwoo Sätze von U. S. einander gleich oder ungleich? ingleichen welcher der gröſte oder kleinſte unter beyden ſey? das kann man in ähnlichen Sätzen meiſtens ſchon voraus wiſſen; Denn wenn man voraus ſetzt, daß in ähnlichen Sätzen 1. von einer kleinern Sorte allemahl weniger vorhanden iſt, als zu einem gantzen gehört (§. 152. n. 2.). 2. und eine vnitet von einer gröſſern Sorte mehr iſt, als alle nach ihr ſtehende kleinere Sorten (ib. n. 3.): ſo iſt es leicht zu erkennen. Nemlich:

1. Wenn in beyden Sätzen nur eine Sorte ſteht: ſo können ſie einander nicht gleich ſeyn und der iſt allemahl der gröſte, wo die gröſte Sorte ſteht. Z. E. 4 lb. - 24 L.

2. Wenn in einem Satz nur eine, in dem andern aber mehr Sorten ſtehen: Z. E. 4 Thlr. und 3 Thlr. 16 gl. 9 Pf. ſo können ſie auch einander nicht gleich ſeyn, und der Satz, welcher mehr Sorten hat, iſt allemahl der gröſte ausgenommen, wenn die eine Sorte des andern Satzes der gröſten Sorte deſſelben gleich iſt, und jene NB. mehr vniteten hat, als dieſe,

ſollte

ſollte es auch nur eine einige ſeyn / wie in dem angeführten Exempel zu ſehen iſt.

3. Wenn beyde Sätze U S. haben: ſo ſind ſie gleich/wenn in beyden gleich viel und einerley Sorten ſtehen / und von allen gleich viel vniteten vorhanden ſind. Z. E. 2 Thlr. 16 gl. 8 Pf. und 2 Thlr. 16 gl. 8 Pf. Sonſt ſind ſie allemahl ungleich: welche aber der gröſte oder kleinſte unter beyden ſey/ iſt bereits (§. 180. a. 1.) gezeiget worden. Bey unähnlichen Sätzen iſt es nicht allemahl vorher gleich zu erkeñen (§. 180. a. 2.).

II. Aufgaben.

1. Bey ähnlichen Sätzen.

§. 279. Die Verhältniß unter zwoo ähnlichen Sätzen U. S. einer Claſſe zu finden. Verfahre alſo:

I. Bringe beyde Sätze unter einerley Benennung/ ſo bekömmſtu Zahlen von einer Sorte. Das geſchicht:

1. In dem erſten Fall / (da in beyden Sätzen nur eine aber nicht einerley Sorte ſteht/) wenn man die gröſte Sorte unter beyden in die andere kleinere reſolvirt/(nach §. 155. oder 156.) Z. E. Du hätteſt 2 Thlr. und 16 gl. da reſolvire die 2 Thlr. in gl. ſind 48 gl. ſo haſtu zwoo Zahlen von einer Sorte/ nemlich 48 gl. und 16 gl.

2. In dem andern Fall / (da in einem Satz nur

nur eine/ in dem andern aber mehrere Sorten ſtehen/) und zwar:

a. Wo die eine Sorte des einen Satzes der kleinſten Sorte unter den mehrern gleich iſt/ wenn man nur die mehrern Sorten alle unter einen Nahmen bringt nach §. 157. Z. E. du hätteſt 6 Pf. und 1 Thlr. 4 gl. 9 Pf. da entſtehen nach dieſer Regul Zahlen von einer Sorte/ nemlich 6 Pf. und 345 Pf.

b. Wo ſie kleiner iſt/ wenn man die mehrern Sorten alle noch in dieſelbe reſolvirt/ (nach §. 157. a. 4.) Z. E. Du hätteſt 1 Hlr. und 4 gl. 9 Pf. ſo bekämeſtu nach dieſer Regul dieſe beyde Zahlen von einer Sorte/ 1 Hlr. u. 114 Hlr.

c. Wo ſie gröſſer iſt/ wenn man 1. die mehrern Sorten alle unter einen Nahmen bringt nach (§. 157.) und 2. die eine Sorte in die vorhandene kleinſte Sorte des andern Satzes reſolvirt nach (§. 155. oder 156.) Z. E. Du hätteſt 8 gl. - 2 Thlr. 12 gl. 8 Pf. Da bekämſtu nach dieſer Regul dieſe Zahlen von einer Sorte / 96 Pf. und 728 Pf.

3. In dem dritten Fall/ (da in beyden Sätzen mehrere Sorten ſtehen) und zwar

a. Wo die kleinſte Sorte in beyden einerley iſt/ wenn man alle Sorten eines jeden Satzes unter einen Nahmen bringt (nach §. 157.) Z. E. Du hätteſt 2 Thlr. 12 gl. 8 Pf. - 8 gl. 9 Pf ſo kämen nach dieſer Regul die beyden Zahlen von einer Sorte/ 728 Pf. und 150 Pf.

b. Wo

b. Wo in einem Satz die letzte Sorte gröſſer iſt/ als die letzte im andern Satz/ wenn man 1. beyde unter einen Nahmen bringt / und 2. die Sorten des Satzes / deſſen letzte Sorte gröſſer als des andern iſt/ noch in die kleinſte Sorte des andern Satzes reſolvirt/ (§. 157. a. 4.). Z. E. Du hätteſt 1 Thlr. 8 gl. - 5 gl. 10 Pf. da bekämſtu nach dieſer Regul zwoo Zahlen von einer Sorte / nemlich 70 Pf. und 384 Pf.

II. Nun ſuche unter den heraus gebrachten zwoo Zahlen von einer Sorte die geometriſche Verhältniß/ wie in Zahlen von einer Sorte entweder durch die diviſion nach (§. 237.)/oder vermittelſt des aufhebens nach (§. 240.)/ nachdem dirs beliebt: ſo würde bey dem n. I. im erſten Fall angeführten Exempel / 48 gl. und 16 gl. 1. der Nahme der Verhältniß 3/und 2. die durch das Aufheben entſtehende kleinſte Zahlen 1 : 3 ſeyn. Die Verhältniß der übrigen Exempel n. I. kann man hiernach auch leicht finden.

Anm. 1. Der Erweiß von dieſer Aufgabe iſt an ſich klar. Denn die durch die reſolution entſtehende zwoo Zahlen von einer Sorte ſind ihrer Gültigkeit nach den gegebenen Zahlen von U. Sorten gleich (§. 152. n. 7.). Wenn man nun die geometr. Verhältniß der erſtern nach obigen Aufgaben und Erweiß (§. 237. und 240.) richtig findet: ſo iſt ihre Verhältniß auch zugleich die geſuchte Verhält-

hältniß der gegebenen Zahlen von U. S.

Anm. 2. In der gemeinen regul de tri mit U. S. hat man von dieſer Aufgabe eigentlich weiter nichts nöthig/ als das/ was n. I. abgehandelt iſt. Denn wenn man die U. S. des erſten und dritten Satzes nach n. I. unter einerley Benennung gebracht hat: ſo bekümmert man ſich ferner üm ihre Verhältniß ſo eigentlich nicht/ weil ſichs doch nach der allgemeinen Regul aus einander finden muß (§. 251. a. 1. 2.). Hingegen in der vortheilhaften regul de tri muß man in gewiſſen Fällen die gantze Regul n. I. und II. appliciren/ wie man zu ſeiner Zeit ſehen wird. Uberdem liegt die gantze Aufgabe und ihr Erweiß bereits in der gemeinen regul de tri mit zum Grunde: und hat daher hier billig einmahl für allemahl zur Vorbereitung müſſen abgehandelt werden

Anm. 3. Die n. I. entſtehende Zahlen ſind meiſtens ſehr groß/ und daher kommen auch n. II. meiſt bey der diviſion groſſe Reſte oder beym Aufheben groſſe Zahlen/ damit einem wenig gedient iſt. Daher hat man allerley Vortheile geſucht und angenommen dadurch man ſolches vermeiden kann/ und die werden wir im andern Theil zu bemercken haben. Dieſe allgemeine Regul aber bleibt auch da überall zum Grunde.

§. 280. Exempel zur Ubung. Die Verhältniß

1. Unter 2 Wl. und 12 Schl. iſt wie 4 : 1.
2. Unter 6 gl. und 3 Thlr. wie 1 : 12.
3. Unter 2 Kſſ und 4 gl. wie 8 : 1.
4. Unter 8 Thlr. und 16 gl. wie 12 : 1.
5. Unter 16 L. und 3 lb. wie 1 : 6.
6. Unter 4 Thlr. 16 gl. und 8 gl. wie 14 : 1.
7. Unter 5 lb. 24 L. und 4 L. wie 46 : 1.

Anm. Sich mit mehrern gröſſern Exempeln aufzuhalten iſt nicht nöthig/ weil ſie eben keinen Nutzen haben. Es iſt hier genug/ wenn man nur den Grund der Sache einmahl für allemahl faſſet.

II. Bey unähnlichen Sätzen.

§. 281. Unter zweenen unähnlichen Sätzen U S. einer Claſſe die geometriſche Verhältniß zu finden. Verfahre alſo:

I. Bringe beyde Sätze unter einerley Benennung / ſolches geſchicht.

1. Im erſten Fall (da in jedem Satz nur eine Sorte ſteht) und zwar

a. wo ſie ſich beyde als gantze und grade Theile gegen einander verhalten/ wenn man die gröſte in die kleinere reſolvirt (nach §. 155.). Z. E. Du hätteſt 6 C. und 40 St. da werden aus 6 C. durch die reſolution 30 St.

Anm. Es ſind hier zwar von der kleinſten Sorte oft ſo viel vniteten vorhanden / daß ſie nicht allein

allein ſolche gantze von der gröſſern Sorte aus-machen können / ſondern auch oft mehr aus-tragen/ als die vorhandene vniteten der grö-ſten Sorte/ Z. E. in dem angeführten Exem-pel machen die 40 St. 8 C. aus. Und daher könnten beyde Sätze auch unter einerley Be-nennung gebracht werden/wenn man die klein-ſte in die gröſſere reducirte nach §. 159. allein es iſt doch beſſer und ſicherer / daß man alle-mahl die gröſte in die kleinere reſolvire / denn 1. können bißweilen auch weniger vniteten von der kleinern da ſeyn/ als zu einem gantzen gehören. Z. E. Wenn nur 4 St. da wären 2. bißweilen bleiben auch von der kleinern Sor-te etliche vniteten übrig/ die kein gantzes errei-chen / und wären alſo doch noch U. S. da. Z. E. 34 St. machten 6 C. und 4 St. hin-gegen die gröſſere Sorte kann man allemahl in die kleinere reſolviren / und bleibt niemahln etwas übrig.

b. Wo ſie ſich als gantze und ungrade Theile gegen einander verhalten / wenn man beyde in ihre gemeinſchaftliche grade Theile reſolvirt nach §. 155. Z. E. Man hätte 4 Thlr. und 8 Kfl. da würden aus 4 Thlr. 96 gl. und aus 8 Kfl. 128 gl.

Anm. Man könnte zwar auch eine Sorte ver-mittelſt der gemeinſchaftlichen graden Theile in die andere verwandeln nach §. 163. aber da bleiben meiſtens von den gemeinſchaftlichen

Theilen noch etliche übrig/ die kein ganzes erreichen/ und entſtünden alſo wieder U. S. und müſten daher beyde doch noch wieder in die gemeinſchaftlichen graden Theile verwandelt werden (wie §. 279. I. n. 2.). Z. E. aus 8 Rfl. oder 128 gl. entſtünden 5 Thlr. 8 gl. daher iſt es am ſicherſten/ daß man beyde nur gleich in ihre gemeinſchaftliche grade Theile reſolvirt.

2. In dem andern und dritten Fall (da nemlich in einem von beyden Sätzen oder in allen beyden U. S. ſtehen)/ Wenn man beyde Sätze in die kleinſte Sorte reſolvirt/ die vorhanden iſt (oder in welche ſie ſich beyde reſolviren laſſen).

Anm. Unähnliche Sätze U. S. fangen allemahl von ungleichen gröſſern Sorten an/ hernach aber gehen ſie entweder in einerley kleinern Sorten fort/ oder eine jede hat ihre beſondere. Z. E. Thlr. und Mfl. gehen in gleichen kleinern Sorten fort / aber Thlr. gl. und Hamburger lb. Flämiſch nicht / ſondern da haben dieſe Schillinge bey ſich ꝛc. Wenn nun beyde in einerley kleinern Sorten fortgehen: ſo kann man beyde Sätze ohne Umſchweiff in die vorhandene kleinſte reſolviren (nach §. 155. oder 156 oder 157.). Z. E. 1 Thlr. 16 gl 9 Pf. und 2 Rfl 3 gl da laſſen ſich beyde in Pf. reſolviren. Gehen ſie aber nicht in einerley kleinern fort/ ſo kann entweder die kleinſte Sorte doch ein gemein-

ſchaft-

ſchaftlicher grader Theil von beyden ſeyn / oder er iſt von dem einen ein ungrader Theil. Iſt das erſte / ſo können beyde Sätze darein verwandelt werden (nach § 155. ſeqq). Z. E. 4 Thlr. - 2 lb. Flämiſch 8 Schilling. da ſind die Schilling ein grader Theil von lb. Fläm. und auch von Thlr. denn 8 Schill. machen 1 Thlr. Iſt das andere / ſo muß man ſolche kleine Sorte ſuchen / die ein grader Theil von beyden ſeyn kann. it. Man kann die eine gröſſere Sorte eines Satzes erſt in eine andere gröſſere Sorte des andern Satzes verwandeln / die ſich beyde als gantze und grade oder ungrade Theile verhalten nach den Aufgaben der reſolution und reduction gantzer und grader oder ungrader Theile (§. 155 - 164.) und ſo denn beyde Sätze in die kleinſte Sorte als ihrer beyden nunmehrigen graden Theil reſolviren (nach §. 155. oder 156. oder 157.) ꝛc.

II. Nun haſtu Sätze oder Zahlen von einer Sorte. Daher verfahre ferner wie bey Zahlen von einer Sorte / nemlich ſuche die Verhältniß entweder durch die diviſion, (nach §. 237.) / oder vermittelſt des Aufhebens / (nach §. 240.). ſo wäre in dem I. n. 1. angeführten Exempel / der Nahme der Verhältniß $1\frac{10}{30}$ und die durch das aufheben entſtehende kleineſte Zahlen ſind 3 : 4. Die Verhältniß der übrigen Exempel (I. n. 1. b.

it. n. 2. a. b.) wird und kann man hiernach auch ſelbſt leicht ſuchen und finden.

Anm. Der vorige Erweiß (§. 279. a. 1.) gilt hier auch/ ingleichen was eben daſelbſt a. 2. 3. noch geſaget worden. Hier kann man noch mercken / daß ſolche Exempel überhaupt nicht ſo oft vorkommen/als die mit åhnlichen Såtzen / (unter allen aber die am wenigſten / da in beyden Såtzen U. S. ſtehen). Jedoch ſind ſie nicht gantz ungewöhnlich / und daher hat auch dieſe Aufgabe nicht dürfen weggelaſſen werden. Sonſt hat man die Reguln nach den vielen unterſchiedenen Fållen / nicht auswendig zu lernen / oder lernen zu laſſen / ſondern man låſſet die lernenden bey jedem Fall ſelbſt urtheilen / wie ſie ſich dabey zu rathen gedåchten/damit ſie ſich im nachdencken üben. wenn ſie aber nicht fortkönnen: alsdann kann ſie obiger Unterricht zu rechte helfen / daß ſie ſich nach und nach in alle Fålle ſchicken lernen/ wenn ſie auch keinen Unterricht haben können.

§. 282. Exempel zur Ubung. Die Verhåltniß

1. Unter 40 Mlr. und 10 Wl. iſt/ wie 2 : 1.
2. Unter 90 Wl. und 30 Mlr. wie 6 : 1.
3. Unter 24 Wl. und 6 Mlr. wie 8 : 1.
4. Unter 100 Ducaten (a. 2 Thlr. 16 gl. gerechnet) und 800 Kfl. wie 1 : 2.
5. Unter 1200 Kfl. und 300 Duc. wie 1 : 1.

6. Un-

6. Unter 200 Duc. und 1600 Kfl. wie 1 : 2.
7. Unter 900 Kfl. und 200 Thlr. wie 3 : 1.
8. Unter 300 St. und 120 C. wie 1 : 2.
9. Unter 400 Mfl. und 70 Thlr. wie 5 : 1.
10. Unter 490 Thlr. und 80 Mfl. wie 7 : 1.

Der andere Abſatz.

Von der Proportion der Zahlen von U. S.

§. 283. Durch die proportion der Zahlen von U. S. verſtehet man / wenn unter zwoo Paar Zahlen / darunter ſich einerley Verhältniß befindet / entweder in einem oder allen beyden Zahlen von U. S. ſtehen. Z. E. 4 Thlr. : 16 gl. = 6 lb. : 1 lb. oder 1 Kfl. : 2 Thlr. = 8 Schl. 1 Wl. (Siehe §. 242.). Was die proportion U. S. ſey?

Anm. Man machet einen Unterſcheid unter der proportion der Zahlen von einer und U. Sorten / nicht als wäre dieſe ihrer Natur nach etwas anders / als jene / ſondern nur in ſo fern bey dieſer eine andere operation erfodert wird eine unbekannte proportional-Zahl zu erfinden / als bey jener. Und in ſolcher Abſicht wird nicht erfodert 1. daß allemahl beyde Paar Zahlen von U. S. ſind / ſondern es iſt genug wenn nur eins von beyden U. S. hat / es ſey das erſte oder andere. 2. daß beyde Paar zugleich

Sorten einer Claſſe in ſich halten: ſondern eins kann aus dieſer / das andere aus jener ſeyn; ja/ das eine kann gar unbenannte Zahlen haben / oder Zahlen von ſolcher Benennung/ die zu kleiner Claſſe der U. S. gehören/ doch wie eine Zahl in einem jeden Paar iſt / ſo muß die andere auch ſeyn. Z.E. iſt eine Gewicht / ſo muß es die andere auch ſeyn. Und alſo iſt 3. das noch keine proportion von U. S. / wenn ein Paar andere Sorten hat / als das andere/ ſondern wenn in einem Paar U. Sorten ſtehen/ jedoch ſolche / die zu einer Claſſe gehören. Wie ſolches alles nun aus der Natur der Verhältniß leicht zu verſtehen/ und künftig hie und da ſchon voraus zu ſetzen nöthig iſt.

Was für eine proportion ſtatt finde?

§. 284. Wenn man acht hat/was in unſerer arithmetic für eine proportion bey U. S. vorfalle: ſo iſt davon folgendes zu mercken. I. Es kömmt allein die geometriſche proportion U. S. vor / gleichwie und weil man auch allein die geometriſche Verhältniß U. S. zu bemercken hat(§.275.) und zwar II. allein eine abgebrochene proportion (diſcreta) III. Ubrigens mag es eine ordentliche oder verkehrte proportion ſeyn. Denn man hat mit Unterſchiedenen Sorten/ ſo fern man auf ihre Verhältniß und proportion zu ſehen hat/ entweder in der ordentlichen oder verkehrten regul de tri, und wo dieſe zum

Grunde

Grunde liegen / zu thun. Wie nun in beyden keine andere / als die geometriſche proportion ſtatt findet: alſo machen ſie auch allemahl eine abgebrochene proportion aus.

§. 285. Solcher geſtallt würden wir nun zwoo Aufgaben nöthig haben / nemlich zu drey gegebenen Zahlen die vierte 1. ordentliche und 2. verkehrte Proportional-Zahl zu ſuchen/und zwar / da (vermöge des §. 283.) in beyden entweder die erſte und andere / oder die dritte und vierte oder jene beyde / und dieſe beyde zugleich Zahlen von U. Sorten wären. Denn dieſe 2 Aufgaben ſind der Grund der ordentlichen und verkehrten regul de tri (§. 251. a. 3. und §. 253 a. 3. it. §. 261. a. 1.). Weil wir aber den allgemeinen Grund die vierte ſo wohl ordentliche als verkehrte Proportional - Zahl zu finden bereits (§ 251. und §. 253.) geſehen haben; auch nun die Verhältniß zwoer Zahlen von U. S. ſchon zu finden wiſſen (§. 279. und 281.); und endlich auch allbereit Sätze von U. S. mit andern Zahlen multipliciren und dividiren gelernet haben (§. 194. ſeqq. und §. 203. ſeqq.) als auf welche Stücke dabey alles ankommt: ſo haben wir nicht weiter nöthig/ uns mit dieſen Vor-Aufgaben aufzuhalten / ſondern werden nunmehro ohne Anſtoß zur Abhandlung der ordentlichen regul de tri mit U. S. ſelbſt ſchreiten/ und ſo dann auch im andern Buch in der verkehrten regul de tri bey U. S. glücklich fort kommen können.

Wie viel Aufgaben nöthig?

Der Vierten SECTION Anderes Capittel.
Von der Regul de Tri mit U. S.
1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 286.

Was die regul de tri mit U. S. ſey?

DJe regul de tri mit U. S. über-haupt betrachtet iſt/ wenn die Zahlen des erſten und dritten und wiederum des andern und vierten Satzes entweder beſonders oder zugleich Zahlen von U. S. ſind / und zwar entweder alſo/ daß in jedem nur eine/ aber in beyden nicht einerley Sorte ſteht/oder daß einer von beyden oder alle beyde vor ſich ſchon U. S. in ſich halten (§. 263.). jedoch werden davon gewiſſer Urſachen wegen diejenigen Exempel ausgeſchloſſen / da aus einer Sorte des andern Satzes im vierten eine andere oder mehrere Sorten entſtehen/ ausgenommen wenn in multiplications-Exempeln aus einer kleinern Sorte eine gröſſere erwächſt (ibid. n. 2.).

Was für Sätze U. S. vorkommen?

§. 287. Daß in den (§. 286.) angezeigten Sätzen der regul de tri und auf die beſchriebene Weiſe können U. Sorten vorkommen/und daß es keine andere/als U. Sorten einer Claſſe ſeyn dürfen / iſt bereits (§. 258. n. IV. und n. V.) mit mehrern erwieſen.

Weil

Weil es aber in einer Claſſe ähnliche und unähnliche Sätze U. S. gibt (§. 134.): ſo iſt hier noch zu bedencken/ ob und wo in der regul de tri U. Sorten aus ähnlichen und unähnlichen Sätze ſtatt finden? darauf iſt denn folgendes zu bemercken. I. Wenn man auf die Sache ſelbſt ſiehet/ ſo können in denen Sätzen der regul de tri, die der Sache nach mit einander correſpondiren müſſen/ (d. i. im erſten und dritten/ und wiederum im andern und vierten §. 258. a. 3.) ſo wohl ähnliche als unähnliche Sätze U. S. vorkommen. Denn beydes ſind doch gröſſen einer Art/ (§. 126). darunter demnach auch eine gewiſſe Verhältniß und folglich auch eine Proportion anzutreffen iſt (§. 209. n. LII.). Wenn man aber II. auf den Nutzen und Gebrauch ſiehet / ſo findet ſich ferner 1. daß man ordinair und am meiſten lauter ähnliche Sätze U. S. in der regul de tri anbringe/ ſeltener aber unähnliche Sätze. Denn man ſchließt ordinair von einer quantität auf eine andere/ da beyde mit U. Sorten eines Satzes determinirt ſind/ und ſo auch von dem bekannten Werth / Gewicht ꝛc. derſelben auf einen unbekannten/ der mit U. S. eben deſſelben Satzes determinirt ſey. 2. Wenn auch U. S. unähnlicher Sätze vorkommen/ ſo pflegen ſie doch ordinair und am meiſten im erſten und dritten Satz/ ſeltener aber im andern und vierten Satz zu ſtehen. Denn man pfleget ordinair im andern Satz ſolche bekannte

Sorten zu ſetzen / die zu eben dem Satz U. S. gehören / als man im vierten Satz haben will und aus den Sorten des andern Satzes durch die reſolution und reduction zum vierten Satz wieder ſolche heraus zu bringen / die zu einerley Satz U. S. gehören (§. 136.). Bißweilen aber auch andere. Z. E. Man wüſte 1 lb. koſte 8 Thlr./ und wollte wiſſen / was 80 lb. nach Kfl. gerechnet koſten würden? fac. 960 Kfl. da gehören die Sorten des andern und vierten Satzes zu unähnlichen Sätzen U. S. Im erſten und dritten Satz aber kommen dergleichen Fälle öfter vor. Z. E. 100 Thlr. geben 5 Thlr. Zinſe/was geben 500 Kfl.?

Daß die Ex. mit unähnlichen Sätzen mitzunehmen ſeyn.

§. 288. Solcher geſtalt werden wir in unſerer regul de tri mit U. S. auch auf ſolche Exempel mit zu ſehen haben/ da ſich ſo wohl im erſten und dritten / als andern und vierten Satz/ Sorten aus unähnlichen Sätzen U. S. finden/ es mögen übrigens aus jedem nur eine / oder auch mehrere Sorten zugleich angetroffen werden. Jedennoch aber / weil ſolche Fälle ſeltener vorkommen (§. 287.); auch die operation dem Grunde nach in beyden übereinkommt (wie die Sache ſelbſt ausweiſet/ und die Erfahrung lehren wird): ſo iſt nicht nöthig, daß man von dergleichen Exempeln beſondere Aufgaben mache; ſondern wir wollen ſie in den ordinairen Aufgaben mit U. S. ähnlicher Sätze bey-

beyläuffig mit berühren/ und in den Exempeln zur Ubung jedesmahl einige Exempel davon mit aufgeben.

Anm. Es pflegen dergleichen Exempel ſonſt gemeiniglich ausgelaſſen zu werden / und man kann ſich auch zur Noth darein leicht finden / wenn ſie etwa in praxi vorkommen / wo man nur die regul de tri mit U. S. ähnlicher Sätze wohl begriffen / und einiges Nachdencken hat und anwenden will. Jedoch dünckt mich/ es ſey beſſer/ ſolche auch in der theorie nicht gar zu vergeſſen/ damit man üm ſo vielmehr auf alle mögliche Fälle in der praxi gefaßt ſey. überdem ſo iſt es nützlich der Jugend zum weitern nachdencken alle mögliche Gelegenheit zu geben / und kann man daher mit Anfängern allein die Exempel mit ähnlichen Sätzen durchgehen / mit geübtern aber auch zu den andern ſchreiten.

Was die allgemeine Regel der regul de tri mit U. S. ſey?

§. 289. Wenn man nun ferner darauf acht hat / was bey allen Arten der Exempel in der regul de tri mit U. S. theils vermöge der Natur der regul de tri ſelbſt/ theils vermöge des Gebrauchs/ in acht zu nehmen ſey/ wenn man nach der gemeinen Art aus den drey bekannten Sätzen den vierten unbekañten Satz herausbringen will: ſo kömmt es dabey überhaupt alles auf folgende allgemeine

Regel

Regel an. Z. E. Man hätte folgendes Exempel 1 lb. - 4 Thlr. 12 gl. - 8 lb. 16 L.?

I. Wenn im erſten und dritten Satz U. S. ſtehen / (ſie mögen zu ähnlichen oder unähnlichen Sätzen gehören): ſo müſſen ſie vorher alle unter einerley Benennung gebracht werden / (wie §. 279. n. I. und §. 281. n. I. nach allen Fällen gezeiget iſt). Hiernach ſtünde obiges Exempel alſo:

1 lb.	4 Thlr.	12 gl.	8 lb.	16 L.
32 L.			282 L.	

Anm. Dieſes iſt nöthig / weil man nach der allgemeinen Regul den andern und dritten Satz multipliciren / und die Summe durch den erſten dividiren ſoll (§. 261.). und folglich die proportion des vierten Satzes gegen dem andern ſich NB. allein nach der Verhältniß der NB. vniteten des erſten und dritten Satzes auseinander finden ſoll / (§. 251. a. 1. verglichen mit §. 260. a. (a) und §. 261. a. 2.). So lange aber im erſten und dritten Satz U. Sorten ſtehen / hat man ihre Verhältniß nicht allein nach der Anzahl ihrer NB. vniteten / ſondern auch in Abſicht auf die Gültigkeit der Sorten abzunehmen (§. 273.). Und daher müſſen ſie zuvor unter einerley Benennung gebracht / und alſo Zahlen von einer Sorte werden / wenn man ihre Verhältniß NB. allein nach ihren vniteten abnehmen ſoll (§. 215.

und § 273.). Wie man es in der vortheilhaften regul de tri halte / wird zu ſeiner Zeit folgen.

II. Wenn im erſten und dritten Satz nur einerley Benennung ſtehet / oder beyde ſchon (nach n. I.) unter einerley Benennung gebracht ſind; und es ſtehen im andern Satz Unterſchiedene Sorten: ſo műſſen dieſelben auch alle unter einen Nahmen gebracht werden / (nach §. 157. und a. 4.). Hiernach ſtűnde obiges Exempel nun alſo:

1 lb. - 4 Thlr. 12 gl. - 8 lb. 16 L.
32 L. 108 gl. 272 L.

Anm. Dis iſt nőthig / weil nach der allgemeinen Regul der mittelſte Satz der multiplicandus iſt (§. 261. a. 2.) / deſſen U. Sorten man nach gemeiner Art vor der operation unter einen Nahmen bringen muß (§. 196. n. I. und a. 1.). In den ſo genannten Diviſions-Exempeln iſt er der dividendus (§. 262.) / deſſen U. Sorten auch műſſen unter einen Nahmen gebracht werden (§. 206. n. I. a.). Wie es in der vortheilhaften Art gehe / wird zu ſeiner Zeit folgen.

III. Nun iſt es (nach der geſchehenen reſolution n. I. und II.) ein Exempel der regul de tri mit einer Sorte. daher verfähret man nun entweder nach der allgemeinen Regel derſelben (§. 261.), oder nach befinden ins beſondere / wie

bey

bey Multiplications- oder Diviſions- oder Proportions - Exempeln der regul de tri mit einer Sorte (§. 264. §. 266. §. 268.). Hiernach wåre der vierte Satz bey obigem Exempel $951\frac{24}{32}$ gl. oder 951 gl. 9 Pf. (nach §. 268. a. 2.).

IV. Wenn 1. im vierten Satz (n. III.) eine ſolche Anzahl von einer kleinern Sorte herauskommt/ daß ſie gantze ausmachen kann: ſo muß ſie in ſolche reducirt werden (nach §. 159. oder 160.) (a). und da entſtůnden aus den 951 gl. des obigen Exempels 39 Thlr. 15 gl. oder 2. wenn man Sorten eines andern Satzes U. S. verlanget / als im andern Satz gegeben worden: ſo muß man die im vierten Satz (n. III.) befindliche Sorte/ dahin reſolviren oder reduciren/ und zwar nachdem es jedesmahl die Sorten erfodern/ entweder nach den Aufgaben der reſolution und reduction bey gantzen und graden Theilen (§. 155. ſeqq. §. 159. ſeqq.) oder bey gantzen und ungraden Theilen (§. 163. ſeqq.) (b). Z. E. Wenn man in obigem Exempel wiſſen wollte/ was 8 lb. 16 L. nach Mfl. gerechnet koſteten/ ſo würde man die 951 gl. (n. III.) nicht in Thlr. ſondern in Mfl reduciren/ und zwar nach (§. 159). (denn gl. ſind grade Theile von Mfl.) und bekåme 45 Mfl. 6 gl. hingegen håtte man (n. III.) im vierten Satz Thlr. bekommen/ (Z. E 85 Thlr.) und man wollte doch wiſſen / was es nach Mfl. gerechnet kåme/ ſo můſte man die 85 Thlr. noch

in

in Mſl. reduciren (nach §. 163.) denn Thlr. und Mſl. ſind gantze und ungrade Theile/ und bekäme 97 Mſl. 3 gl.

Anm. 1. (a) Daß man eine kleinere Sorte in gröſſere Sorten ihres Satzes reducirt/ wo ſolche daraus entſtehen können / das iſt vermöge des Gebrauchs jedesmahls nöthig (§. 135. n. II.). (b) daß man aber eine kleinere Sorte in eine gröſſere Sorte eines andern Satzes/ welcher dem gegebenen unähnlich iſt / reducirt/ oder daß man auch die gröſte Sorte eines Satzes in die gröſte Sorte eines andern Satzes verwandelt / das geſchicht ſelten und anders nicht/ als wenn es expres verlanget wird/ oder einem ausdrücklich daran gelegen iſt. Und auf die Weiſe können nun der andere und vierte Satz unähnliche Sätze U. S. ſeyn (§. 288.).

Anm. 2. Was n. I. und II. geſagt iſt / das iſt/ alles nur eine Einrichtung des Exempels/ damit man die allgemeine Proportions-Regul (n. III.) anbringen könne. Und alſo iſt (n. III.) die eigentliche operation. was aber (n. IV.) folget / das iſt an ſich kein weſentliches Stück/ ſondern dient nur dazu/ daß man die (n. III.) gefundene vierte Zahl theils beſſer verſtehen/ theils nach ſeinem beſondern Zweck füglicher gebrauchen könne.

§. 290.

Was hier multipl. diviſ. u. prop. Ex. ſeyn? §. 290. Mit dieſer allgemeinen Regel könnte man nun zur Noth in der regul de tri mit U. S. wohl auskommen: jedennoch aber iſt es eines Theils in der gemeinen regul de tri mit U. S. nützlich / andern Theils aber um der vortheilhaften regul de tri willen nöthig / daß man die Exempel der regul de tri mit U. S. auch in die drey gewöhnliche Haupt-Claſſen oder Puncte (§. 262.) eintheile/ und daher mercke/ was für Ex. zu einer jeden gehören.

I. Bey Multiplications-Exempeln wird erfodert/ daß im erſten Satz eine 1 ſtehe/ und daher auch der andere und dritte Satz nur dürfe multiplicirt werden (§. 262.). Folglich können dahin keine andere Exempel von U. S. gerechnet werden/ als 1. da im erſten Satz nur eine Sorte iſt/ denn wären mehr / ſo müſten ſie unter einen Nahmen gebracht werden / und bliebe nicht 1. 2. da im dritten Satz keine kleinere Sorte ſteht/ als die im erſten iſt/ denn wäre ſie kleiner/ ſo müſte die Sorte des erſten Satzes auch in ſolche reſolvirt werden (§. 289. n. I.)/ und ſo dann bliebe im erſten Satz nicht 1. 3. Ubrigens mögen im andern oder dritten Satz nur eine Sorte/ oder auch U. S. ſtehen.

II. Bey Diviſions-Exempeln wird erfodert/ daß im dritten oder andern Satz 1 ſtehe / und daher nur einer von beyden durch den erſten Satz dürfe dividirt werden (§. 262.). Folglich kön-

können dahin keine andere Exempel gerechnet werden/als da 1. im dritten oder andern Satz/ wo jedesmahl die 1 ſteht/ nur eine Sorte iſt. 2. da im erſten Satz keine kleinere Sorte ſteht/ als im dritten/ wenn in dieſem die 1 iſt. Wenn aber die 1 im andern Satz iſt/ ſo mag im dritten/ eine Sorte ſtehen/welche da will. 3. Ubrigens mögen im erſten und andern/ (wenn die 1 im dritten iſt/)oder erſten u.dritten (wenn die 1 im andern iſt/) eine Sorte oder U. S ſtehen.

III. Bey Proportions-Exempeln muß in allen Sätzen mehr als 1 ſtehen (§. 262.). Folglich können in einem jeden Satz eine oder mehr Sorten ſeyn/ ſo viel und welche nur wollen. Oder wenn ja im erſten oder dritten Satz 1 gegeben würde/ ſo muß es doch eine ſolche Sorte ſeyn/ die noch in eine kleinere zu reſolviren wäre/und da alſo an ſtatt der 1 doch eine gröſſere Zahl entſtünde. Z. E. 1 lb. - 8 gl. - 16 L. da muß 1 lb. in 32 L. reſolvirt werden/ weil im dritten Satz Loth ſtehen.

Anm. In der vortheilhaften regul de tri werden einige exceptionen ſtatt finden.

§. 291. Man pflegt in jedem Haupt-Punct noch wieder allerley beſondere Aufgaben oder Unterſcheide zu machen/ nachdem bald in einem Satz allein/ bald in mehrern zugleich U. Sorten vorkommen. Und das geſchicht/theils üm in der gemeinen regul de tri von leich-

Daß in jeder Claſſe noch beſondere Aufgaben nöthig und wie viel?

leichtern auf ſchweerere Exempel fortzugehen/ theils ům in der vortheilhaften regul de tri auf jeden beſondern Fall auch beſondere Vortheile zu zeigen. Daher wollen wir ſolches auch beybehalten; jedoch aber was nur immer můglich unter General-Begriffe faſſen/damit die Jugend durch die Vielheit nicht confus werde. Und da werden wir nach den §. 290. erfoderten Umſtånden

1. In den Multiplications-Exempeln 5/(a)
2. In den Diviſions-Exempeln 4/ und
3. In den Proportions Exempeln 4 beſondere Aufgaben nöthig haben: Was es nun für welche ſeyn/ das kann man in den Aufgaben ſelbſt ſehen. Damit aber die Jugend dadurch nicht confus werde/ ſo iſt ihr einmahl für allemahl beyzubringen / daß ſie ſich nicht einbilden ſolle / als håtte eine jede Aufgabe ihr beſonderes Fundament, ſondern daß bey einer jeden die General-Regul (§. 289.) zum Grunde liege/und alſo weiter nichts nöthig ſey/als daß ſie ſolche nur auf alle beſondere Fålle appliciren lerne. Und ům deßwillen hat man ihr nicht allein die General-Regul vorher wohl einzuſchårfen/ ſondern auch hernach bey jeder Aufgabe zu zeigen/ wie ihre Auflöſung von ſelbſt aus der General-Regul flieſſe/ damit ſie nicht ſo wohl das Gedåchtniß beſchweeren / als das judicium anwenden und ſchårfen müſſe: wie denn auch durchgehends ſoll auf die General-Regul zurück gewieſen / und ſie an ſtatt des Beweiſes angeführt werden.

Anm.

Anm. (a) Manche haben mehr/ wohl 8 bis 10: machen aber daraus beſondere Aufgaben/ wenn in der mitten Z. E. allein gl. oder allein Pf. ſtehen. it. Thlr. und gl. oder Thlr. und Pf. ꝛc. ſtehen. Es iſt aber das nicht nöthig. Denn jenes kann man überhaupt alles unter einer kleinen und dieſes unter U. Sorten begreiffen. Wie hernach erhellen wird.

II. Aufgaben.

I. Bey Multiplications-Exempeln.

Erſte Aufgabe.

§. 292. Wenn im andern Satz eine kleine Sorte ſteht/ welche alſo vermehret wird/ daß ſie gantze ausmachen kann. Z. E.

1 lb. - 18 gl. - 12 lb.?

1. Multiplicire den andern und dritten Satz/ ſo führt die Summe den Nahmen des andern Satzes (§. 264.). ſind 216 gl.

2. Die Summe reducire in ihre gantze (nach §. 159.). ſind 9 Thlr. oder 10 Mfl. 6 gl. oder 13 Kfl. 8 gl.

Anm. Damit man einmahl für allemahl ſehe/ wie man/ der (§. 291.) gegebenen Erinnerung nach/ die allgemeine Regul (§. 289.) auf alle Special-Aufgaben appliciren ſolle: ſo wollen wir es bey dieſer Aufgabe mit wenigen zeigen. Was in der General-Regul (§. 289.) n. I. geſagt/ iſt hier nicht nöthig/ denn im erſten und dritten Satz iſt eine und einerley Sorte.

Was n. II. geſagt/ iſt hier auch nicht nöthig/ denn im andern Satz iſt nur eine Sorte. Daher kann man gleich zu n. III. ſchreiten/ und/ weil es ein Multiplications-Exempel iſt/ den andern und dritten Satz multipliciren. Weil aber eine ſolche Anzahl einer kleinern Sorte zur Summe kommt/ welche gantze ausmachen kann: ſo muß ſolche nach n. IV. reducirt werden. Und daraus entſtehen die beyden Puncte/ welche bey dieſer Art Exempeln in dieſem §pho n. 1.2. zur operation erfordert werden. Und ſo kann man die Lernenden jedesmahl bey allen folgenden Aufgaben und bey den Exempeln derſelben ſelbſt urtheilen laſſen/ was aus der General-Regul dabey ſtatt finde oder nicht.

§. 293. Exempel zur Ubung.

1. 1 lb. - 16 gl. - 80 lb.? fac. 53 Thlr. 8 gl.
2. 1 Ell. 14 gl. - 36 Ell.? fac. 24 Mſl.
3. 1 Ell. - 9 Pf. - 46 Ell.? fac. 1 Thlr. 10 gl. 6 Pf.
4. 1 Thlr. - 16 L. - 25 Thlr.? fac. 12 lb. 16 L.
5. 1 Kſl. - 8 lb. - 100 Kſl.? fac. 7 C. 30 lb.
6. 1 Mſl. - 8 lb. - 82 Mſl.? fac. 29 St. 18 lb.
7. 1 Schl. - 19 gl. - 36 Schl? fac. 28 Thlr. 12 gl.
8. 1 L. - 12 gl. - 18 L.? fac. 13 Kſl. 8 gl.

Andere Aufgabe.

§. 294. Wenn im andern Satz U. Sorten gegeben werden/ im erſten und dritten aber nur eine und einerley Sorte iſt. Z. E.

1 lb. - 2 Thlr. 16 gl. - 12 lb.?

1. Brin-

1. Bringe die Sorten des andern Satzes unter einen Nahmen (nach §. 157.)/ ſind 64 gl. Nun iſt es ein Exempel (wie §. 292.). daher

2: Multiplicire nun den andern und dritten Satz/ ſo iſt die Summe 768 gl.

3. Die Summe der kleinern Sorte reducire in ihre gantze/ ſind 32 Thlr.

Anm. 1. Hie iſt die gantze General-Regul (§. 289.) anzubringen/ ausgenommen n. I. denn der erſte und dritte Satz haben eine und einerley Sorte. Wenn man im vierten Satz einen andern Satz U. S. verlangete/ als im andern gegeben worden: ſo müſte man die Summe der kleinern Sorte n. 3. dahin reduciren. (§. 289. n. IV. n. 2.): Z. E. wollte man Kſl. daraus haben/ ſo kämen 48 Kſl. heraus.

Anm. 2. In der erſten und andern Aufgabe verurſachet allein der mittelſte Satz/ daß es Ex. mit U. S. ſind/ denn im erſten und dritten Satz wird eine und einerley Sorte ſupponirt. Sonſt iſt zu mercken/ daß man in dieſen beyden Aufgaben weiter nichts beſonderes bedürfe/ als was in der multiplication mit U S. (§ 194. und § 196.) ſchon da geweſen.

§. 295. Exempel zur Ubung.

1. 1 C. - 8 Thlr. 12 gl. - 33 C.? fac. 280. Thlr. 12 gl.

2. 1 lb. - 3 Thlr. 18 gl. - 82 lb.? fac. 307 Thlr. 12 gl.

3. 1 Wl. - 16 Thlr. 20 gl. - 50 Wl.? fac. 841 Thlr. 16 gl.
4. 1 St. - 15 Kfl. 8 gl. - 25 St.? fac. 637 Kfl. 8 gl.
5. 1 Ell. - 2 Mfl. 14 gl. - 28 Ell.? fac. 74 Mfl. 14 gl.
6. 1 L. - 16 gl. 8 Pf. - 24 L.? fac. 16 Thlr. 16 gl.
7. 1 Thlr. - 2 lb. 24 L. - 50 Thlr.? fac. 1 C. 27 lb. 16 L.
8. 1 Mfl. - 3 St. 15 lb. - 80 Mfl.? fac. 294 St. 12 lb.
9. 1 lb. - 4 Thlr. 14 gl. - 27 lb.? fac. 194 NB. Kfl. (nicht Thlr.) 6 gl.
10. 1 L. - 2 Kfl. 8 gl. - 26 L.? fac. 43 NB. Thlr. 8 gl.

Dritte und Vierte Aufgabe.

§. 296. Wenn 1. im dritten Satz eine andere und zwar gröſſere Sorte / als im erſten / ſteht. Z. E.

1 lb. - 2 Thlr. - 2 C.? oder

2. Wenn im dritten Satz mehrere Sorten ſtehen / darunter die kleinſte aber nicht kleiner / als die Sorte des erſten Satzes iſt. Z. E.

1 lb. - 2 Thlr. - 2 C. 20 lb.?

1. Bringe den dritten Satz unter die Benennung des erſten. So ſind im erſten Ex. 220 lb. und im andern 240 lb.

2. Nun iſt es ein Exempel mit einer Sorte. daher multiplicire nur den andern und dritten Satz / (wie § 264). ſo kommen im erſten Exempel 440 Thlr. im andern 480 Thlr.

Anm. 1.

Anm. 1. Beyde Aufgaben laſſen ſich hier füglich zuſammen nehmen / in der vortheilhaften regul de tri aber wird jede a part abzuhandeln ſeyn. Man braucht hier aus der General-Regul (§. 289.) nur n. I. und III. In der vortheilhaften regul de tri wird man auch ſolche Exempel hieher rechnen können / da im dritten Satz eine kleinere Sorte iſt / als im erſten.

Anm. 2. In dieſen beyden Aufgaben verurſacht allein der dritte Satz / daß es Ex. von U. S. ſind. Denn im andern Satz wird nur eine / und zwar ſolche Sorte ſupponirt / die eben nicht in eine gröſſere zu reduciren iſt.

§. 297. Exempel zur Ubung.

1. 1 £. - 4 Thlr. - 3 lb.? fac. 384 Thlr.
2. 1 Schl. - 2 Thlr. - 6 Wl.? fac. 288 Thlr.
3. 1 gl. - 2 lb. - 9 Thlr.? fac. 432 lb. (oder 3 C. 102 lb.)
4. 1 lb. - 3 Kſl. - 2 St. 15 lb.? fac. 177 Kſl.
5. 1 Schl. - 2 Mſl. - 8 Wl. 12 Schl. 408 Mſl.
6. 1 gl. 3 lb. - 9 Kſl. - 8 gl.? fac. 304 lb. (oder 2 C. 84 lb.)

Fünfte Aufgabe.

§. 298. Wenn im andern und dritten Satz zugleich ſolche Sorten ſtehen / die ein Exempel von U. Sorten verurſachen können: Es mögen nun in jedem nur eine oder auch mehrere

Sorten vorhanden ſeyn. Z. E.

1 lb. - 3 Thlr. 8 gl. - 2 St. 4 lb.?

1. Bringe den erſten und dritten Satz unter einerley Benennung. So kommen im dritten Satz 48 lb.

2. Wenn im andern Satz U. Sorten ſtehen/ die bringe unter einen Nahmen: ſind 80 gl.

3. Multiplicire den andern und dritten Satz/ ſind 3840 gl.

4. Die Summe reducire in ihre Gantze. fac. 160 Thlr.

Anm. Hier iſt alſo die gantze General-Regul (§. 289.) anzubringen/ darinn man denn von jedem Punct nähere Anweiſung finden kann/ ſonderlich auch/ wie es zu halten wäre/ wenn im erſten und dritten/ oder im andern und vierten Satz U. Sorten unähnlicher Sätze vorkommen ſollten.

§. 299. Exempel zur Ubung.

1. 1 lb. - 4 Kfl. 6 gl. - 3 St.? fac. 288 Kfl. 12 gl.
2. 1 Schl. 16 gl. - 3 Wl. 18 Schl.? fac. 150 Thlr.
3. 1 lb. - 2 Thlr. 6 gl. - 1 C. 30 lb.? fac. 315 Thlr.
4. 1 L. - 18 gl. - 3 lb. 16 L.? fac. 84 Thlr.
5. 1 L. - 16 gl. - 4 Mr. 12 L.? fac. 50 Thlr. 16 gl.
6. 1 gl. - 1 lb. 16 L. - 3 Thlr. 18 gl.? fac. 135 lb. oder 1 C. 25 lb.
7. 1 gl. - 2 L. 2 Qv. - 4 Kfl. 8 gl.? fac. 5 lb. 20 L.
8. 1 Schl. - 2 Thlr. 8 gl. - 8 Wl. 16 Schl.? fac. 559 NB. Mfl. 9 gl.
9. 1 lb. - 2 Kfl. 10 gl. - 4 St? fac. 176 NB. Mfl.

U. Bey

II. Bey Diviſions-Exempeln.
Erſte Aufgabe.

§. 300. Wenn im mittlern Satz U. Sorten ſtehen/im erſten und dritten aber nur eine und einerley Sorte. Z. E. 4 lb. - 6 Thlr. 16 gl. - 1 lb ?

In dieſer Aufgabe iſt weiter nichts nöthig/als daß der andere Satz durch den erſten dividirt werde. Daher geht es darinn völlig nach der dritten Aufgabe der diviſion mit U. S. (§. 206.). Nemlich:

1. Bringe die Sorten des andern Satzes unter einen Nahmen/ ſind 160 gl.

2. Dieſe Summe des andern Satzes dividire mit dem erſten/wie (§. 206.) nach allen Fällen gezeiget iſt/ ſo kommen hier? 1 Thlr. 16 gl. zum quotienten.

Anm. In dieſer Aufgabe iſt alſo aus der General-Regul (§. 289.) n. II. III. und bißweilen auch n. IV. nöthig.

§. 301. Exempel zur Ubung.

1. 8 lb.-9 Thlr. 18 gl.-1 lb.? fac. 1 Thlr. 5 gl. 3 Pf.
2. 3 L.-2 Thlr. 8 gl.-1 L.? fac. 18 gl. 8 Pf.
3. 48 C.-234 Thlr. 16 gl. 3 Pf.-1 C.? fac. 4 Thlr. 21 gl. 4 Pf.
4. 32 C.-245 Thlr. 8 gl.-1 C.? fac. 7 Thlr. 15 gl. 1 Pf. 1 Hell.
5. 20 Schl.-48 Thlr. 18 gl. 4 Pf.-1 Schl.? fac. 2 Thlr. 10 gl. 6$\frac{4}{20}$ Pf.

6. 24 L. - 13 Thlr. 8 gl. - 1 L. ? fac. 13 gl. 4 Pf.
7. 32 St. - 64 Kfl. 8 gl. 8 Pf. - 1 St. ? fac. 2 Kfl. $3\frac{8}{32}$ Pf.
8. 36 Mlr. - 72 Mfl. 18 gl. - 1 Mlr. ? fac. 2 Mfl. 6 Pf.

Andere Aufgabe.

§. 302. Wenn im erſten Satz U. Sorten ſtehen/ darunter die kleinſte nicht kleiner als die Sorte des dritten Satzes iſt. Z. E.

4 lb. 16 L. - 8 Thlr. - 1 L.

1. Bringe den erſten und dritten Satz unter einerley Benennung (nach §. 289. n. I.). ſo kommen im erſten Satz 144 L.

2. Nun iſt es ein Diviſions-Exempel mit einer Sorte. Dahero verfahre ferner / wie §. 266. und in deſſen Anm. 2. nach allen Fällen (nemlich 1. wo der andere Satz ſo groß oder gröſſer/ als der erſte iſt. 2. wo er kleiner iſt. 3. wo ein Reſt/ bleibt/) gezeiget worden, ſo koſtet 1 L. endlich 1 gl. 4 Pf.

Anm. Hier iſt alſo aus der General-Regul nur n. I. und III. nöthig. Die groſſen Brüche laſſe man ſich nicht abſchrecken/ ſie importiren wenig/ wie wir nun bald lernen wollen.

§. 303. Exempel zur Ubung.

1. 2 C. 55 lb. - 36 Thlr. - 1 lb. ? fac. 3 gl. $1\frac{72}{275}$ Pf.
2. 8 Wl. 12 Schl. - 136 Thlr. - 1 Schl. ? fac. 16 gl.
3. 3 lb. 24 L. - 86 Kfl. - 1 Qv. ? fac. 2 gl. $1\frac{192}{480}$ Pf.

4. 5. Mlr.

4. 5 Mlr. 6 Schl. - 96 Thlr. - 1 Schl.? fac. 1 Thlr. 10 gl. 10 Pf. $1\frac{54}{66}$ Hlr.

5. 3 St. 12 lb. - 56 Thlr. - 1 L.? fac. $6\frac{1152}{2496}$ Pf.

6. 4 Thlr. 12 gl. - 64 lb. - 1 gl.? fac. 18 L. 3 Qv. $3\frac{44}{108}$ Pfgw.

Dritte Aufgabe.

§. 304. Wenn im andern Satz 1 iſt und im dritten U. S. ſtehen/ die kleinſte darunter mag kleiner ſeyn/ als die Sorte des erſten Satzes iſt/ oder nicht. Z. E. 4 L. - 1 Thlr. - 3 lb. 8 L.

1. Bringe den erſten und dritten Satz unter einerley Benennung (nach §. 289. n. I.). ſo entſtehen hier im dritten Satz 104 L.

2. Nun iſt es ein Diviſions-Exempel mit einer Sorte. Daher verfahre ferner / (wie §. 266. gezeiget und §. 302. n. 2.) kurtz wiederholet iſt. ſo koſten 3 lb. 8 L. zuſammen 26 Thlr.

Anm. Hiebey iſt alſo aus der General-Regul (§. 289.) nur n. I. und III. nöthig. Sonſt hat man noch dis zu mercken/ daß in dieſer Art Exempeln der dritte Satz für die Summe des andern und dritten Satzes angenommen werde/ und daher auch in der operation anzuſehen ſey / als wenn er die Benennung des andern Satzes bey ſich hätte (§. 266. a. 1.). wenn er nun kleiner als der erſte iſt/ oder ein Reſt bleibt / und er in kleinere Sorten zu reſolviren iſt (§. 266. a. 2.): ſo muß er nicht in ſolche kleinere Sorten reſolvirt werden/ die zu den Sorten des dritten / ſondern des NB. andern

andern Satzes gehören. Z. E. Wenn im obigen Exempel im dritten Satz 1 lb. 9 L. ſtünden/ wären 41 L. 41 mit 4 dividirt/ bliebe 1 zum Reſt. dieſe 1 nun bedeutete nicht Loth/ ſondern Thlr./ und müſte daher nicht in Qv. ſondern in gl. reſolvirt werden ꝛc.

§. 305. Exempel zur Ubung.

1. 8 L. - 1 Mſl. - 2 lb. 16 L.? fac. 10 Mſſ.

2. 2 Qv. - 1 Kſl. - 1 lb. 4 L.? fac. 68 Kſl.

3. 2 lb. - 1 Thlr. - 18 lb. 18 L.? fac. 9 Thlr. 6 gl. 9 Pf.

4. 4 L. - 1 gl. - 8 lb. 16 L.? fac. 2 Thlr. 20 gl.

5. 6 Schock - 1 Kſl. - 24 Schock 3 Mdl.? fac. 4 Kſl. 2 gl.

6. 24 Thlr. - 1 Wl. - 84 Thlr. 12 gl.? fac. 3 Wl. 12 Schl. 8 M.

Vierte Aufgabe.

§. 306. Wenn im erſten und andern/ oder im erſten und dritten Satz U. Sorten ſtehen.

Z. E. 4 lb. 6 L. - 8 Thlr. 12 gl. - 1 L.? oder
4 lb. 16 L. - 1 Thlr. - 8 lb. 8 L.?

1. Bringe den erſten und dritten Satz unter einerley Benennung (nach §. 289. n. I.) und wo im andern Satz auch U. Sorten ſtehen/ die bringe unter einen Nahmen (ibid. n. II.). ſo heißt das erſte Exempel 134 L. - 204 gl. - 1 L.?
und das andere 144 L. - 1 Thlr. - 264 L.?

2. Nun haſtu Exempel mit einer Sorte. daher verfahre ferner/ wie (§. 266.) gezeiget/ und (§. 302.) kurtz wiederholet iſt: ſo iſt der vierte Satz im erſten Exempel 1 gl. 6$\frac{36}{134}$ Pf. im andern Exempel 1 Thlr. 20 gl.

Anm.

Anm. Alſo iſt hier aus der General-Regul (§. 289.) n. I. II. und III. nöthig. Was bey ſolchen Exempeln zu bedencken / da die 1 im andern Satz ſteht / iſt aus (§. 304. a.) leicht abzunehmen. Wenn die 1 im dritten Satz ſteht: ſo darf die kleinſte Sorte des erſten Satzes nicht kleiner als die Sorte des dritten ſeyn. Wenn aber die 1. im andern Satz ſteht / ſo mag ſie ſeyn / wie ſie will.

§. 307. Exempel zur Ubung.

1. 1 C. 36 lb. - 50 Thlr. 6 gl. - 1 lb.? fac. 6 gl.
2. 2 C. 80 lb. - 37 Thlr. 12 gl. - 1 lb.? fac. 3 gl.
3. 4 Wl. 18 Schl. - 166 Thlr. 6 gl. - 1 Schl.? fac. 1 Thlr. 11 gl.
4. 1 lb. 16 L. - 8 Kfl. 10 gl. - 1 L.? fac. 3 gl.
5. 2 lb. 16 L. - 1 Thlr. - 8 lb. 16 L.? fac. 3 Thl. 9 gl. $7\frac{16}{80}$ Pf.
6. 8 L. 2 Qv. - 1 Kfl. - 4 L. 2 Qv.? fac. 8 gl. 5 Pf. $1\frac{10}{34}$ Hlr.

III. Bey Proportions-Exempeln.

Erſte Aufgabe.

§. 308. Wenn im andern Satz U. Sorten ſtehen / im erſten und dritten aber nur eine und einerley. Z. E. 4 lb. - 2 Thlr. 18 gl. - 36 lb.?

1. Bringe die Sorten des andern Satzes unter einen Nahmen (§. 157.). ſind 66 gl.

2. Nun iſt es ein Proportions-Exempel mit einer Sorte. Daher verfahre / (wie §. 268.) nemlich 1. multiplicire den andern und dritten

Satz /

Satz/ſind 2376 gl. und 2. die Summe dividire durch den erſten Satz/ ſind 594 gl.

3. Die Anzahl der kleinern Sorte reducire in ihre gantze/ wo es nöthig iſt (§. 159.). ſind 24 Thlr. 18 gl.

Anm. Solcher geſtalt ſind hier aus der General-Regul (§. 289.) n. II. III. und IV. nöthig.

§. 309. Exempel zur Ubung.

1. 4 Wl. - 90 Thlr. 12 gl. - 20 Wl. ? fac. 452 Tthl. 12 gl.
2. 6 C. - 106 Thlr. 18 gl. - 48 C. ? fac. 854 Thlr.
3. 16 C. - 45 Thlr. 20 gl. - 4 C. ? fac. 11 Thlr. 11 gl.
4. 24 lb. - 18 Thlr. 8 gl. - 96 lb. ? fac. 73 Thlr. 8 gl.
5. 18 Thlr. - 3 lb. 12 L. - 36 Thlr. ? fac. 6 lb. 24 L.
6. 28 Kfl. - 28 Schl. 8 M. - 4 Kfl. ? fac. 4 Schl. $1\frac{4}{28}$. M.
7. 24 El. - 12 Thlr. 18 gl. - 36 El. ? fac. 19 Thlr. 3 gl.
8. 13 El. - 9 Thlr. 14 gl. - 39 El. ? fac. 28 Thlr. 18 gl.

Andere Aufgabe.

§. 310. Wenn in allen Sätzen nur eine/ aber im erſten und dritten Satz nicht einerley Sorte iſt/ es mag die kleinſte oder gröſte Sorte hinten (im dritten Satz) ſtehen. Z. E. 4 lb. - 8 Thlr. - 16 L. ? oder 8 L. - 4 Thlr. - 2 lb.?

1. Brin-

1. Bringe den erſten und dritten Satz unter einerley Benennung (§. 289. n. I.). ſo kommen im erſten Ex. im erſten Satz 128. L. und im andern Ex. im dritten Satz 64 L.

2. Nun iſt es ein Proportions-Ex. mit einer Sorte/ daher verfahre ferner/ (wie §. 268. oder §. 208. n. 2. 3.). ſo iſt der vierte Satz im erſten Ex. 1 Thlr. und im andern 1 Thlr. 8 gl.

Anm. Solchergeſtallt iſt hier aus der Gen.-Regul (§. 289.) n. I. III. u. bisweilen auch n. IV. nöthig.

§. 311. Exempel zur Ubung.

1. 3 lb. - 9 Thlr. - 8 L. ? fac. 18 gl.
2. 12 gl. - 4 lb. - 8 Thlr. ? fac. 64 lb.
3. 18 gl. - 20 Ell. - 9 Thlr. ? fac. 240 Ell.
4. 8 L. - 3 Thlr. - 2 lb. ? fac. 24 Thlr.
5. 2 Qv. - 3 gl. - 8 L. ? fac. 2 Thlr.
6. 4 Thlr. - 8 lb. - 16 gl. ? fac. 1 lb. 10 L. 2 Qv. 2 Pfgw. $1\frac{16}{90}$ Hlgw.

Dritte Aufgabe.

§. 312. Wenn im erſten oder dritten Satz U. Sorten ſtehen/ im andern mag eine oder U. Sorten ſeyn. Z. E.

4 lb. - 8 Thlr. - 16 lb. 8 L. ? oder
3 lb. 8 L. - 16 Thlr. - 2 lb. ?

1. Bringe den erſten und dritten Satz unter einerley Benennung (nach §. 289. n. I.) ſo heiſſen die Exempel.

128 L. - 8 Thlr. - 512 L.
104 L. - 16 Thlr. - 64 L.

Anm.

Anm. Wenn im andern Satz U. Sorten ſind, die bringe unter einen Nahmen (§. 289. n. II.)

2. Nun iſt es ein Proportions-Ex. mit einer Sorte, daher verfahre wie (§. 308. n. 2. 3.) ſo iſt der vierte Satz im erſten Ex. 32 Thlr. 22 gl. im andern 9 Thlr. 20 gl. 3 Pf. $1\frac{40}{104}$ Hlr.

Anm. Hier iſt alſo aus (§. 289.) wieder n. I, III. und bißweilen auch n. II. und IV. nöthig.

§. 313. Exempel zur Ubung.

1. 4 C. - 18 Thlr. - 4 C. 55 lb.? fac. 40 Thlr. 12 gl.

2. 3 lb. - 12 Kſl. - 24 lb. 8 L.? fac. 97 Kſl.

3. 8 lb. - 20 Thlr. - 2 lb. 16 L.? fac. 6 Thlr. 16 gl.

4. 8 Thlr. - 3 C. - 40 Thlr. 16 gl.? fac. 15 C. 25 lb. 26 L. 2 Qv. 2 Pfgw. $1\frac{64}{192}$ Hlgw.

5. 3 Thlr. - 9 Ell. - 12 Thlr. 8 gl.? fac. 37 Ell.

6. 5 Thlr. - 1 C. - 125 Thlr. 12 gl.? fac. 25 C. 11 lb.

Vierte Aufgabe.

§. 314. Wenn im erſten und dritten und auch im andern Satz U. Sorten ſtehen. Z. E.

1 lb. 16 L. - 1 Thlr. 12 gl. - 4 lb. 16 L.?

1. Bringe den erſten und dritten Satz unter einerley Benennung (§. 289. n. I.) und die Sorten des andern Satzes unter einen Nahmen (ibid. n. II.), ſo heißt das Exempel.

48 L. - 36 gl. - 144 L.

2. Nun iſt es ein Prop. Ex. mit einer Sorte, daher verfahre wie (§. 308 n. 2. 3.), ſo iſt der vierte Satz 4 Thlr 12 gl.

Anm. Alſo iſt hier die gantze General-Regul (§. 289.) nöthig.

§. 315. Exempel zur Ubung.

1. 25 lb. 17 L. - 255 Thlr. 7 gl. 6 Pf. - 8 lb. 17 L.? fac. 85 Thlr. 7 gl. 6 Pf.

2. 110 Mr. 4 L. 1 Qv. - 784 Thlr. 2 gl. 8 Pf. - 96 Mr. 7 L. 3 Qv fac. 686 Thlr. 2 gl. 8 Pf.

3. 21 lb. 3 L. - 75 Thlr. 23 gl. 6 Pf. - 5 C. 103 lb. 29 L.? fac. 2355 Thlr. 8 gl. 6 Pf.

Ende der vierten Section, und des erſten Abſchnitts.

Des erſten Theils
Anderer Abſchnitt.
Von gebrochenen Zahlen.
Erſte SECTION.
Von den Speciebus in gebrochenen Zahlen mit einer Sorte.
Das erſte Capittel.
Von den Brüchen überhaupt und der Numeration mit einer Sorte inſonderheit.
1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.
§. 316.

Was ein Bruch ſey?

BRüche (numerus fractus, fractio) ſind Zahlen / dadurch man andeutet / wie viel einzele gleiche Theile von einem ganzen beyſammen ſind. Und zwar werden zwoo Zahlen über einander geſetzt / darunter die unterſte andeutet / in wie viel gleiche einzele Theile ein ganzes eingetheilet ſey / die oberſte aber / wie viel ſolcher Theile vorhanden ſind (Vorber. §. 6.). Und daher wird die unterſte Zahl der Nenner (denominator, und die oberſte der Zähler (numerator) genannt; weil jene benennt / was es für Theile ſind / und dieſe zäh-

zählet/wie viel ſolcher Theile da ſind. Z.E. $\frac{2}{3}$ heißt zwey drittheil Thaler. da iſt 3 der Nenner und 2 der Zähler.

Anm. In Brüchen wird allemahl voraus geſetzt/ daß ein ganzes in gleiche Theile (partes æquales) eingetheilet ſey. Und daher iſt ein jeder Theil vor ſich auch allemahl ein grader Theil (pars aliquota) von einem Ganzen (§. 128.): Und zwar der ſo vielte Theil/ als der Nenner vniteten hat. Daher kann man auch ſagen: der Nenner zeige an/der wie vielte Theil ein jeder vorhandener Theil von den Gantzen ſey. (Vorber. §. 6.).

Was ein einfacher und gedoppelter Bruch? §. 317. Man theilt ordinair ein ganzes nur einmahl in gleiche Theile ab/ und nimmt denn ſo viel davon/ als man nöthig hat/ Z. E. eine viertheil Elle. Bisweilen aber pflegt man einen ſolchen einzelnen Theil oder mehrere noch wieder vor ſich in gleiche Theile einzutheilen/und etliche davon zu nehmen. Z.E. man ſagt wohl ein halb viertheil Elle. Da iſt die Elle zuerſt in vier Theile/ und hernach ein Viertheil davon wieder in zwey Theile getheilt. Wenn nun das erſte geſchicht/ ſo wird es ein einfacher Bruch (fractio ſimplex) genannt/und ſo geſchrieben/ wie (§. 316.) gemeldet: $\frac{1}{2}$. Elle. Geſchicht aber das letzte/ſo heißt es ein gedoppelter Bruch (fractio duplex, oder fractio fractionis) und wird alſo geſchrieben/ daß der Nenner der erſten Eintheilung unten/der Nenner und Zähler der andern

Ein-

Eintheilung aber ordentlich drüber ſtehe. Z. E. $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ Elle oder mit 2 **einfachen Brüchen** alſo: $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{4}$.

Anm. Bisweilen theilt man wohl die **andere Eintheilung** eines einzelnen Theils/ noch weiter in **gleiche** Theile ab. Z. E. man ſagt wohl ein **halb-viertheil halb**. Das kann man aber beſſer in der **That** (Z. E. an einer Linie) verrichten/ und auch mit **gantzen Worten** ausdrücken/ als mit **Zahlen** zu erkennen geben. Mögte etwa alſo ſtehen: $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{\frac{2}{4}}$. das wäre ein **dreyfacher Bruch**. Man könnte alſo einen Unterſcheid machen/unter **einfachen** und **zuſammengeſetzte Brüchen**/aber weil unter den zuſammen **geſetzten** ſonderlich ein **gedoppelter** vorkommt/ ſo wollen wir auch den nur dem **einfachen** entgegen ſetzen. Es ſind aber die **gedoppelten Brüche** theils ſchweerer zu verſtehen/theils zur operation ungeſchickt/daher man ſie allemahl in **einfache** zu verwandeln pflegt. wie das geſchehe/ ſoll in den Aufgaben folgen.

Was ein bloſſer Bruch und eine vermiſchte Zahl ſey?

§. 318. Bisweilen ſind nur **einzele gleiche Theile** allein vorhanden Z. E. **drey viertheil** Elle/bisweilen aber auch **zugleich einige gantze derſelben Art** (a) dabey. Z. E. **acht** und **drey viertheil Ellen**. Wenn das erſte iſt/ſo wollen wir es einen **bloſſen Bruch** (b) (fractio ſolitaria) nennen. Iſt aber das letzte/ ſo nennt man es eine **vermiſchte Zahl** (b) (numerus mixtus) und wird alſo neben ein ander hingeſetzt: $1\frac{3}{4}$ Ell.

Anm. 1. (a) Ich ſage **ganze derſelben Art**. Denn wenn die ganze von anderer Art ſind/ als die davon die Theile vorhanden/ſo laſſen ſie ſich nicht in eine **Zahl** bringen (Vorber. §. 4.)/ſondern da ſind es allemahl **zwoo beſondere Zahlen** vor ſich. Z. E. 3 Thlr. und $\frac{1}{2}$ Elle.

 (b) An

(b) Andere pflegen das erſte einen **Bruch ohne ganze**/ das letzte **ganze** und **gebrochene** zu nennen Wir werden uns aber in manchen Aufgaben durch angeführte Benennungen kürtzer erklären können/und müſſen durch **ganze** und **gebrochene** auch ſolche Fälle andeuten / da in einer Aufgabe **ganze** vor ſich a part ſtehen/ und ein Bruch auch a part. Z. E. man ſoll **ganze** durch einen **Bruch** multipliciren. Da kommen in der Aufgabe **ganze** nnd **gebrochene** vor/ und doch iſt es keine **vermiſchte** Zahl. Manche ſetzen ſich einen **einfachen** Bruch und eine **vermiſchte** Zahl einander entgegen/aber ein einfacher Bruch ſtehet eigentlich einem gedoppelten entgegen (§. 317.).

Anm. 2. Es geſchicht auch wohl bey **gedoppelten Brüchen** daß man die **einige Theile** der erſten Eintheilung als Ganze anſiehet/ und einen Theil davon/ der aufs neue eingetheilet iſt/wie ſonſt Bruchweiſe dabey ſetzt. Z. E **vierte halb viertheil Elle**. da ſind drey **ganze Viertheil** / und ein **halb Viertheil**. Die ſchreibt man alſo: $3\frac{\frac{1}{2}}{4}$ Ell. bisweilen ſind **einige ganze Theile** der erſten Eintheilung / und noch **einige Theile** eines ſolchen Theils **zuſammen** wieder in **gleiche Theile** getheilt. Z. E. man ſagt: **anderthalb viertheil halb**. das läßt ſich aber auch beſſer verſtehen/ und in der That (Z. E. an einer Linie) zeigen/ als mit Zahlen ausdrucken. etwa $\frac{1}{2}$ aus $1\frac{\frac{1}{2}}{4}$.

Was ein ächter und unächter Bruch?

§. 319. **Man brauchet ordinair keinen Bruch / als wenn weniger einzele Theile vorhanden ſind / als zu einem ganzen gehören / und ſo bald ſo viel beyſammen ſind/ als zu einem ganzen gehören / ſo nennt man die ganze ſelbſt. Z. E. wenn man 4 viertheil Ellen hat/ ſo nennt man es lieber mit einem Wort eine Elle. Jedoch iſt es im gemeinen Leben nicht gantz ungewöhnlich/ und in**

der operation oft nöthig und unvermeidlich/ daß man ſo viel oder mehr Theile in einem Bruch bekomme / als zu einem ganzen gehören. Z. E. man ſagt wohl 6 viertheil Ellen. Und in ſolchem Fall iſt der Zähler ſo groß oder gröſſer / als der Nenner. Z E. $\frac{6}{4}$ Ellen $\frac{4}{4}$ Ellen. Hingegen/ wo weniger Theile da ſind / da iſt er kleiner. Iſt nun der Zähler kleiner/ als der Nenner / ſo wird es ein ächter Bruch (fractio genuina) genannt / iſt er eben ſo groß oder gröſſer/ein unächter Bruch (fractio ſpuria). Jedoch pflegt man einen unächten Bruch gerne in ſeine ganze / die er in ſich hält zu verwandeln. Wie ſolches geſchehe/ wird in den Aufgaben folgen.

§. 320. Ein Bruch zeiget an / wie viel einzele Theile von einem ganzen beyſammen ſind (§.316). Wenn nun zweene Brüche Theile von einerley Art ganzen andeuten/ſo ſollen ſie Brüche von einer Art (fractiones homogeneæ) heiſſen. Z. E. $\frac{2}{3}$ Thlr. $\frac{1}{2}$ Thlr. deuten ſie aber Theile von unterſchiedener Art ganzen an: ſo ſollen ſie Brüche von unterſchiedener Art (fractiones heterogeneæ) genannt werden. Z E. $\frac{2}{3}$ Thlr. $\frac{1}{2}$ Elle.

Was Brüche von einer und unterſchiedener Art?

Anm. Wenn unter den Brüchen von unterſchiedener Art ſolche ſind/ die ihrer Benennung nach zu den Claſſen der U. Sorten gehören: ſo müſſen ſie ins beſondere Brüche von U. Sorten heiſſen.

Was Brüche von gleichen und ungleichen Neñer ꝛc. §. 321. Der Nenner zeiget an/ in wie viel gleiche Theile ein ganzes eingetheilt ſey / (§. 316.). Wenn nun zweene Brüche von NB. einer Art gleiche Nenner haben/ſo ſind die Theile beyder Brüche einander gleich. Z.E. $\frac{3}{4}$ Thlr. $\frac{2}{4}$ Thlr. haben ſie aber ungleiche Nenner / ſo ſind die Theile auch einander ungleich / und zwar die Theile des Bruchs ſind die gröſten / wo der kleinſte Nenner iſt / und das die kleinſten / wo der gröſte iſt. Denn je mehr Theile man aus einem gantzen macht / je kleiner ſind ſie/ je weniger/ je gröſſer. Z.E. $\frac{1}{2}$ Thlr. $\frac{1}{4}$ Thlr. Solcher geſtalt können nun Brüche von einer Art noch in Abſicht auf die gröſſe der Theile überein kommen oder unterſchieden ſeyn. Und weil man auf dieſen Unterſcheid oder Ubereinſtimmung in der operation vielmahl zuſehen hat: ſo wollen wir üm ſie kurtz zu unterſcheiden/ die erſten Brüche von einerley oder gleichen Nennern/ und die andern überhaupt Brüche von ungleichen oder Unterſchiedenen Nennern heiſſen.

Was hie Ex. von einer u. U Sorten ꝛc. §. 322. Aus dieſem allen kann man nun endlich leicht verſtehen und abnehmen / was in den Brüchen Exempel von einer und Unterſchiedenen Sorten ſeyn (a). Nemlich

1. Exempel von einer Sorte ſind/da man allein

allein mit bloſſen Brüchen zu thun hat (b)/und zwar mit Brüchen von einer Art/ wo Zahlen von einer Art erfodert werden. Z. E. in der addition und ſubtraction &c. oder auch wohl von unterſchiedener Art / wo nicht eben Zahlen von einer Art erfodert werden. Z. E. in der multiplication und diviſion &c.

II. Exempel von unterſchiedenen Sorten ſind

1. Da man mit ganzen und Brüchen (c) zugleich zuthun bekommt/ und zwar mögen beyde von einer oder unterſchiedenen Art ſeyn/ wo nicht Zahlen von einer Art erfordert werden/ hingegen wo ſolche erfodert werden/ müſſen ſie entweder gantze und Brüche von einer Art ſeyn/ oder doch nur Brüche von U. Sorten einer Claſſe

2. Da man zwar nur mit bloſſen Brüchen zu thun hat/ aber doch mit Brüchen von U Sorten einer Claſſe/ und zwar NB. in ſolchen Fällen/ da Zahlen von einer Art erfodert werden(c)/ als in der addition und ſubtraction. it. im erſten und dritten Satz der regul de tri ꝛc. Z. E. ſubtrahire $\frac{2}{3}$ gl. von $\frac{1}{4}$ Thlr. oder ſage $\frac{1}{4}$ lb. - 3 Thlr. - $\frac{1}{4}$ C.?

Anm. (a) Wir wollen den Unterſcheid auch in Brüchen beybehalten / ob es wohl nicht eben gewöhnlich iſt/ damit die Jugend ſich erſt in einer Art feſte ſetze / und denn zu den übrigen Exempeln ſchreite / da ſie ſonſt leicht confus

 wird.

wird. Es iſt aber die operation in den Exempeln mit einer Sorte der Grund zu allen übrigen. Wer die erſt aus dem Grunde verſteht/ dem wird das andere hernach leicht.

(b) Sie mögen von gleichen oder ungleichen Nennern ſeyn (§. 321.). denn ungleiche Nenner werden noch kein Exempel von U. Sorten ausmachen.

(c) Ganze und Brüche ꝛc. das kann auf viererley Weiſe geſchehen. 1. Wenn man bloſſe Brüche und ganze Zahlen a part hat. Z. E. $\frac{2}{3}$ Thlr. 4 Thlr. 2. Wenn man bloſſe Brüche und vermiſchte Zahlen hat. Z. E. $\frac{2}{3}$ Thlr. $4\frac{1}{2}$ Thlr. 3. Wenn man ganze und vermiſchte Zahlen hat. Z. E. 4 Thlr. $2\frac{2}{3}$ Thlr. 4. Wo man lauter vermiſchte Zahlen hat. Z. E. $4\frac{1}{2}$ Thlr. $2\frac{2}{3}$ Thlr.

(d) Wenn bloſſe Brüche von U. Art / oder auch U. Sorten in ſolchen Fällen ſind / da nicht Zahlen von einer Art erfodert werden / ſo ſind es nur Ex. mit einer Sorte. n. I. Wo aber Zahlen von einer Art erfodert werden / da können nicht Brüche von U. Art / ſtatt finden / wo ſie nicht U. Sorten einer Claſſe ſind. Alles wird man nun leicht verſtehen / wenn man nur recht gefaſſet hat / was Ex. von U. S. in ganzen Zahlen geweſen.

Grund- und Lehr-Sätze.

§ 323. Aus dem / was bisher geſagt iſt / wird man nun auch folgende ſehr nützliche und nöthige Grund- und

Lehr-

Lehr-Sätze leicht verſtehen können.

1. Der Nenner eines Bruchs iſt dem ganzen gleich. Denn er zeiget / in wie viel Theile das ganze eingetheilet ſey (§. 216.). Alle Theile aber zuſammen genommen ſind dem ganzen gleich (Vorber. §. 32. n. 6.).

2. Wie ſich der Zähler gegen dem Nenner verhält / ſo verhält ſich auch der ganze Bruch gegen 1 ganzes. Denn der Nenner iſt dem ganzen gleich n. 1. der Zähler aber zeiget an / wie viel gleiche Theile eines ganzen beyſammen ſind (§. 216.). So oft nun der Zähler den Nenner in ſich hält / oder in ihm enthalten iſt / ſo oft hält auch der ganze Bruch ein ganzes in ſich / oder iſt darinn enthalten. Z. E. $\frac{2}{4}$. da ſteckt 2 in 4 2 mahl / folglich iſt der Bruch auch in einem ganzen 2 mahl enthalten.

3. Wenn der Zähler dem Nenner gleich $\frac{2}{2}$ / ſo iſt der Bruch einem ganzen gleich. Iſt der Zähler kleiner / $\frac{2}{4}$ / ſo iſt der Bruch weniger / als ein ganzes: Iſt er gröſſer $\frac{6}{4}$ / ſo iſt der Bruch mehr / und zwar üm ſo viel / als jener gröſſer oder kleiner iſt. Dis flieſſet alles aus n. 2.

4. Weñ in 2 NB. ächten Brüchen die Verhältniß unter ihren Zählern und Nennern gleich iſt / ſo ſind auch die Brüche einander gleich (d. i. einer hält von ſeinem ganzen ſo viel in ſich / als der andere von ſeinem): Z. E. $\frac{2}{4}$ und $\frac{3}{6}$. iſt ſie aber ungleich / ſo ſind auch die Brüche einander ungleich / und zwar der iſt mehr / wo der klein-

ſte Nahme der Verhältniß iſt / und der weniger / wo der gröſte iſt. Z. E. $\frac{2}{4}$ und $\frac{2}{6}$. da iſt $\frac{2}{4}$ mehr als $\frac{2}{6}$. Dis flieſſet aus n 2.

Anm. Wenn es nun ächte Brüche NB. einer Art ſind / und beyde Zähler haben einerley Verhältniß gegen ihre Nenner / ſo gelten beyde gleich viel. Z. E. $\frac{2}{4}$ Thlr. gilt ſo viel / als $\frac{3}{6}$ Thlr. nemlich 12 gl. denn ſie haben einerley ganze (§. 320.). Sind es aber Brüche von unterſchiedener doch ſolcher Art / daß ihre Ganze gröſſen einer Art ſind (§. 124. a. 1.) / ſo verhalten ſich beyde Brüche gegen einander / wie ihre ganze. Z. E. $\frac{1}{2}$ Thlr. und $\frac{2}{4}$ gl. verhalten ſich als 1 gl. und 1 Thlr. denn $\frac{2}{4}$ gl. (6 Pf.) iſt der 24te Theil von $\frac{1}{2}$ Thlr. oder 12 gl. Wo nicht gröſſen einer Art ſind / da kann man die Brüche auch ihrer Gültigkeit nach nicht vergleichen (§. 124. a. 1.).

5. Wenn man die Zähler und Nenner zweener Brüche creutzweiſe multiplicirt / und einerley Summe kömmt: ſo ſind die Brüche einander gleich. Z. E. $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{6}$. da iſt 2 mahl 6 12 / und 3 mahl 4 iſt auch 12. der Grund iſt / weil das ein Zeichen iſt / daß ſich der Zähler des erſten Bruchs gegen ſeinen Nenner ſo verhält / als der Zähler des andern gegen ſeinen Nenner. Denn es iſt ſo viel / als ſtünden ſie alſo in proportion hinter einander her $2:3 = 4:6$ und die erſte und vierte / und wiederum die andere und dritte würden multiplicirt. (§. 245. n. 5.). Wo aber einerley Verhältniß iſt / da ſind die Brüche einander gleich n. 4.

6. Wenn

6. Wenn zwoo Brüche einerley Nenner haben / ſo verhalten ſie ſich gegen einander wie ihre Zähler Z. E. $\frac{4}{8}$ und $\frac{2}{8}$: und wenn ſie einerley Zähler haben / wie ihre Nenner $\frac{4}{8}$ und $\frac{4}{10}$. Dis fließt aus n. 2. u. 4.

Anm. In dem erſten Fall iſt das der gröſte / wo der gröſte Zähler / und in dem andern Fall der / wo der kleinſte Nenner iſt. Der kleinſte Bruch hingegen iſt / wo ſich in beyden Fällen das Gegentheil findet.

7. Wenn man den Zähler und Nenner eines Bruchs mit einerley Zahl multiplicirt oder dividirt / ſo ſind die heraus kommenden Brüche dem gegebenen gleich. Z. E. $\frac{2}{4}$ mit 2 multiplicirt iſt $\frac{4}{8}$ / mit 2 dividirt iſt $\frac{1}{2}$. $\frac{4}{8}$ aber und $\frac{1}{2}$ iſt eben ſo viel / als $\frac{2}{4}$. Der Grund iſt / die beyden heraus kommenden Zahlen haben eben die Verhältniß / als die beyden gegebenen / (§. 245. n. 2. 3.). Folglich ſind die Brüche einander gleich. n. 4.

8. Wenn man eines Bruchs Zähler allein mit einer andern Zahl NB. multiplicirt / ſo hält der kommende Bruch den gegebenen ſo oft in ſich / als der multiplicans vniteten hat / und iſt alſo gröſſer. Z. E. $\frac{3}{8}$/3 mit 2 multiplicirt / kömmt $\frac{6}{8}$. das iſt 2 mahl ſo viel als $\frac{3}{8}$. Hingegen wenn man den Nenner allein NB. multiplicirt / ſo ſteckt der kommende Bruch in dem gegebenen ſo oft / als der multiplicans vniteten hat und iſt alſo kleiner. Zum Exempel $\frac{3}{6}$ / 6 mit 2 multiplicirt iſt $\frac{3}{12}$. das iſt nur halb ſo viel / als $\frac{3}{6}$.

Der

Der Grund iſt dieſer. In dem erſten Fall iſt in beyden Brüchen einerley Nenner/ und im andern einerley Zähler. Folglich verhalten ſie ſich im erſten Fall / wie ihre Zähler, und im andern/ wie ihre Nenner n. 6. Wo aber der Zähler gröſſer wird/da iſt der Bruch gröſſer/und wo der Nenner gröſſer wird / da iſt der Bruch kleiner n. 6. a. Die vniteten des multiplicantis aber zeigen an / wie oft die Summe (der neue Zähler oder Nenner)den multiplicandum(den gegebenen Zähler oder Nenner)in ſich halte. (§. 58.).

9. Wenn man den Zähler eines Buchs allein/oder den Nenner allein mit einer Zahl NB. dividirt/da findet ſich in beyden Fällen das Gegentheil von dem/ was n. 8. geſaget iſt. Der Grund iſt eben der / wie n. 8. nur daß die diviſion den Zähler und Nenner kleiner macht.

10. Ein ganzes kann nicht in weniger Theile getheilt werden/ als in zwey. denn ſonſt bleibt es 1 ganzes

11. Folglich iſt die 2 der kleinſte mögliche Nenner.

12. Von allen Theilen eines ganzen kann man nicht weniger nehmen/ als einen. denn ſonſt bekommt man gar keinen.

13. Folglich iſt 1 der kleinſte mögliche Zähler.

14. Je mehr man aus einem gantzen gleiche Theile macht/ je kleiner werden ſie/je weniger/ je gröſſer werden ſie.

15. Folg-

15. Folglich iſt die hälfte der gröſte mögliche grade Theil eines ganzen. Denn in weniger als 2 Theile kann ein ganzes nicht getheilt werden n. 10.

16. $\frac{1}{2}$ iſt den Zahlen nach der kleinſte/ aber dem Inhalt nach der gröſte Bruch. Denn einen kleinern Zähler kann man nicht haben/ als 1. (n. 13.) und einen kleinern Nenner nicht/ als 2. (n. 11.). Einen gröſſern graden Theil aber hat man nicht/ als die hälfte (n. 15.)/ und von zweyen Theilen kann man wie nicht weniger nehmen/ als einen/ (n. 12.)/ alſo auch nicht mehr/ denn ſonſt bekommt man das ganze (Vorber. § 32. n. 6.).

Anm. 1. Von n. 10. an iſt die Rede allemahl nur von einfachen ächten Brüchen/ als welche eigentlich zu reden auch nur rechte Brüche ſind.

Anm. 2. Alle dieſe Sätze geben uns theils die Natur der Brüche immer deutlicher zu erkennen/ theils aber werden ſie künftig zu vielen nützlichen Schlüſſen und demonſtrationen dienen.

§. 324. Ehe wir zur wircklichen Abhandlung der Species und der regul de tri in gebrochenen Zahlen mit einer und unterſchiedenen Sorten ſchreiten können: ſo haben wir in dieſem Capittel noch einige ſehr nützliche Vor-aufgaben abzuhandeln/ welche durchgehends als Hülffs-Mittel in der operation nöthig

Daß man einige vor-aufgaben nöthig habe?

ſind;

ſind; damit man ſolche einmahl für allemahl begreiffe/ und ſich hernach in Special-Fällen nicht damit aufhalten dürfe/ ſondern ſie künftig ſchon voraus ſetzen könne. Wir wollen aber dieſelben beſſerer Ordnung wegen in 6 Claſſen eintheilen.

Nemlich wir haben Vor-Aufgaben.

1. Der Numeration. 2. Der Abbreviation.
3. Der Einrichtung. 4. Der Reſolution.
5. Der Reduction. 6. Der Vergleichung.

Was aber eine jede Claſſe auf ſich habe/ und wie viel Aufgaben in jeder nöthig ſind/ das wird in den Aufgaben ſelbſt angeführt werden und zu ſehen ſeyn.

II. Vor-Aufgaben.

I. Aufgaben der Numeration.

Erſte Aufgabe.

§ 325. Alle Arten der Brüche auszuſprechen/ wenn ſie Kunſtmäßig aufgeſchrieben ſind: als

a. Einen einfachen bloſſen Bruch/ er ſey ächt oder unächt. Z. E. $\frac{2}{3}$ Thlr. oder $\frac{5}{4}$ Thlr. verf: alſo: 1. Sprich die Zahl über der Linie (als den Zähler) aus/ 2. die Zahl unter der Linie (als den Nenner) mit der angehängten Sylbe (Theil) und 3. dazu ſetze die zur rechten ſtehende Benennung. ſo hieſſe der erſte Bruch: Zwey drittheil Thaler/ der andere fünf viertheil Thaler.

Anm.

Anm. 1. $\frac{1}{2}$ ſpricht man meiſtens an ſtatt ein zwey Theil mit einem Worte (halb) aus. Z. E. $\frac{1}{2}$ Thlr. ein halber Thlr. $\frac{1}{2}$ Elle eine halbe Elle. $\frac{1}{4}$ heißt in Nieder-Sachſen bey den Müntzen ein Ort. Z. E. $\frac{5}{4}$ Thlr. hieſſe fünf Orts-Thlr.

Anm. 2. Hiernach kann ein Lehrer den Lernenden allerley Brüche ausſprechen laſſen.

b. Eine vermiſchte Zahl. Z. E. $2\frac{1}{4}$ Thlr. v. a. 1. ſprich die zur lincken ſtehende Zahl (als die gantze) aus. 2. den dabey ſtehenden Bruch ſamt der Benennung / wie a. 3. zwiſchen die gantze und den Bruch ſetze das Wort (und). hieſſe: zwey und ein viertheil Thaler.

Anm. Wenn neben dem gantzen $\frac{1}{2}$ ſteht: ſo ſpricht man meiſtens 1. die Zahlen / ſo die gantze andeuten / üm 1 höher aus / und zwar 2. als ordinalia, und ſetzt 3. das Wort (halb) dabey. Z. E. $3\frac{1}{2}$ Thlr. hieſſe vierte halb Thlr. / an ſtatt drey und ein halber Thlr. $4\frac{1}{2}$ El. fünfte halb Elle. $5\frac{1}{2}$ ſechſte halb. 2c.

c. Einen gedoppelten bloſſen Bruch. Z. E. $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ Ell. v. a. 1. ſprich die beyden oberſten Zahlen / (als Zähler und Nenner aus) wie a. 2. die unterſte Zahl mit der Sylbe (Theil). hieſſe / ein halb vierheil Elle.

Anm. 1. Wenn eine jede Eintheilung mit einem einfachen Bruch angedeutet iſt. Z. E. $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ El. ſo ſprich einen jeden aus / wie a. hieſſe ein drittheil aus einem viertheil. 2. Und das kommt am meiſten vor. Denn eigentlich

lich ſchreibt man einen gedoppelten Bruch nur über einander/ wenn nur gleicher Theil aufs neue eingetheilt iſt. Z. E. $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ ſonſt/wenn mehr eingetheilet ſind/thut man es ordinair mit 2 einfachen Brüchen/ als $\frac{2}{3}$ aus $\frac{2}{4}$.

d. Eine ſolche vermiſchte Zahl/ da nebſt den gantzen ein gedoppelter Bruch vorkommt. Z. E. $3\frac{\frac{1}{2}}{4}$ Ell. das iſt nun leicht auszuſprechen/hieſſe drey und ein halb viertheil Elle/ oder eben wie b. a. viertehalb viertheil Elle $2\frac{\frac{1}{2}}{4}$ Thaler hieſſe zwey und ein halb viertheil Thlr./oder drittehalb viertheil Thaler ꝛc.

Anm. 1. In dieſer Art vermiſchten Zahlen bedeuten die zur lincken ſtehende Zahlen nicht gantze (Z. E. gantze Thaler) ſondern nur gantze Theile von der Art/ als die unterſte Zahl andeutet. Z. E. 2 gantze viertheil. wollte man gantze Thaler andeuten/ ſo müſte man es etwa alſo ſchreiben 2 Thlr. und $2\frac{\frac{1}{2}}{4}$ Thlr.

Anm. 2. Es wird nun auch leicht ſeyn folgende Arten auszuſprechen. $\frac{1}{2}$ aus $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ hieſſe ein zweytheil aus einem halben viertheil/oder ein halb viertheil halb. it. $\frac{1}{2}$ aus $2\frac{\frac{1}{2}}{4}$. Ein zweytheil aus anderthalb viertheil.

Andere Aufgabe.

§. 326. Alle Arten der Brüche zu ſchreiben/wenn ſie mit gantzen Worten vorgeſprochen oder im Gemüthe gefaſſet werden. Das wird man nun von ſelbſt ohne fernere Anweiſung thun können/ wenn man die vorige Aufgabe wohl begriffen hat. Denn man druckt die Worte in ſolcher Ordnung mit Zahlen aus/ als die Zahlen mit Worten ausgeſprochen werden.

Anm.

Anm. Es iſt auch unter dem deutlichen Begriff von der Sache ſelbſt bey Beſchreibung einer jeden Art der Brüche zugleich gezeiget worden / wie ſie ſollen geſchrieben werden. da man ſich alſo auch Raths erhohlen kann.

II. Aufgabe der Abbreviation.

§. 327. Einen Bruch abbreviiren (oder aufheben) heißt / einen gegebenen Bruch in einen andern verwandeln / der einen ſo kleinen Zähler und Nenner habe, als möglich iſt/ und doch eben ſo viel gelte/ als der gegebene. Z. E. $\frac{48}{192}$. Thlr. V. A.

1. Suche das gröſſeſte gemeine Maaß zu dem Zähler und Nenner des gegebenen Bruchs (nach §. 238.). iſt 48.

2. Mit demſelben dividire ſo wohl den gegebenen Zähler (48) als Nenner (192): den quotienten des Zählers (1) nimm zum neuen Zähler und des Nenners (4) zum neuen Nenner an. Stehet alſo:

$$\begin{array}{c|c} \multicolumn{2}{c}{48} \\ 48 & 1 \\ \hline 192 & 4 \end{array}$$

Beweiß. Der neue Bruch iſt dem gegebenen gleich/ nach (§. 323. n. 7.). Ein kleinerer Zähler und Nenner kann aber aus den gegebenen nicht gefunden werden, als wenn man dieſe mit ihrem gröſſeſten Maaß dividirt. (§.231.).

Anmerckungen.

1. Die Abbreviation iſt ſonderlich in zweyerley Abſicht nützlich und nöthig. 1. damit man den Inhalt eines Bruchs deſto leichter verſte-

hen könne/ weil die Verhältniß des Zählers und Nenners dadurch offenbarer wird (§. 240. a. 1. verglichen mit §. 323. n. 2.). 2. damit man einen zur operation geſchicktern Bruch bekomme. Denn mit kleinern Zahlen kann man eher fertig werden/ als mit groſſen. Und daher iſt dis eine der nützlichſten Vor-Aufgaben / und man kann ſich ihrer ſo wohl in folgenden Vor-Aufgaben, als in den Specien und der Regul de Tri ſelbſt ſo oft bedienen/ als man es in den angezeigten Abſichten für nöthig befindet.

2. Ein Bruch wird/ eigentlich zu reden/ abbreviirt oder aufgehoben/ man mag den Zähler und Nenner mit einer Zahl dividiren mit welcher man will (§ 231. a.): aber zu dem a. 1. angezeigten gedoppelten Zweck iſt es am beſten / daß man die kleinſten Zahlen ſuche/ die man haben kann/ welches durch das gröſſeſte Maaß geſchicht.

3. Wenn ſich bey n. 1. findet / daß der Zähler und Nenner gegen einander ungeſchickte Zahlen ſind (nach §. 238. n. 3): ſo muß der Bruch bleiben/ wie er iſt. Sonſt gebraucht man die Abbreviation eigentlich bey einfachen Brüchen / ſie mögen ächt oder unächt ſeyn: jedoch unächte würde man vorher lieber erſt in ihre gantze verwandeln. Wie §. 332. folgen wird.

§ 328. Exempel der Ubung.

1. $\frac{54}{162}$ Thlr. iſt $\frac{1}{3}$ Thlr. 3. $\frac{33}{231}$ Mſl. = $\frac{1}{7}$ Mſl.
2. $\frac{16}{128}$ gl. = $\frac{1}{8}$ gl. 4. $\frac{44}{55}$ lb. = $\frac{4}{5}$ lb.

5.

5. $\frac{36}{144}$ Pf. = $\frac{1}{4}$ Pf. 8. $\frac{324}{648}$ Schl. = $\frac{1}{2}$ Schl.
6. $\frac{216}{360}$ Wl. = $\frac{3}{5}$ Wl. 9. $\frac{240}{144}$ L. = $\frac{5}{3}$ L.
7. $\frac{28}{56}$ C. = $\frac{1}{2}$ C. 10. $\frac{126}{84}$ St. = $\frac{3}{2}$ St.

Anm. 1. Das Zeichen der Proportion (=) §. 242. a. 2. wird auch bey den Brüchen gebraucht / wenn man anzeigen will / daß einer ſo viel gilt / als der andere. 2. Die beyden letzten Exempel n. 9. u. 10. ſind und bleiben unächte Brüche. 3. Man kann zur Ubung auch noch die groſſen Brüche abbreviiren / die in dem erſten Abſchnitt hin und wieder / ſonderlich in den diviſions- und proportions-Exempel der vierten Section in der operation entſtanden / damit man nun ſehe / was ſie auf ſich haben.

III. Aufgaben der Einrichtung.

§. 329. Unter dem Titel der Einrichtung begreiffe ich die bey der operation vorkommenden Fälle / da man entweder eine Art der Brüche in die andere / oder auch gantze Zahlen in Brüche verwandeln muß / die eben ſo viel gelten / als die gegebenen Brüche oder gantze Zahlen / die aber zur operation bequemer ſind. Und dabey ſind folgende vier Aufgaben nöthig / nemlich wie man 1. eine gantze Zahl / 2. einen unächten Bruch / 3. eine vermiſchte Zahl und 4. einen gedoppelten Bruch einrichten ſolle.

Anm. 1. Die Redens-Art einen Bruch einrichten iſt bey den arithmeticis ſehr bekannt / und heißt ſo viel / als einen Bruch zur operation bequem machen: ſie pflegeo aber eigentlich nur von vermiſchten Zahlen (n. 3.) gebraucht zu werden. Weil man aber auch öfftmahls nöthig hat / die gegebenen gantzen Zahlen / it. unächte und gedoppelte Brüche vor der operation zu verändern und dazu beqnem zu machen: ſo wollen wir ſie auch

auf dieſe Fälle appliciren/ weil ich kein bequemeres Wort wüſte/ die Sache ſo **kurtz** und **deutlich** auszudrucken. Was es aber in jedem Fall auf ſich habe/ Z. E. wenn man ſagt / eine **gantze Zahl einrichten** / eine **vermiſchte Zahl einrichten** etc. das iſt aus den Aufgaben ſelbſt zu erkennen.

Anm. 2. Die abbreviation macht zwar auch einen Bruch zur operation bequemer (§. 328. a. 4.): wir rechnen ſie aber hieher nicht/ weil ſie ohndem ſchon ihren **eigenen Nahmen** hat/ auch nicht eine andere Art eines Bruchs bringet/ ſondern nur einen den Zahlen nach kleinern Bruch derſelben Art. Z. E. iſt er **unächt**/ſo bleibet er **unächt**. (§. 328. a. 2.) Und eben ſo iſt es auch mit der **Vergleichung** in der **fünfften** Claſſe. (§. 342.)

Erſte Aufgabe der Einrichtung.

§. 330. **Eine gantze Zahl einzurichten/ d. i. in einen Bruch zu überſetzen / der eben ſo viel gelte / und eben die Benennung habe / als die gantze Zahl.** Z. E. 4. Thlr.

Anm. Wie die reduction hievon unterſchieden ſey/ (ſiehe §. 340.)

I. **Erſter Fall.** Eine gantze Zahl (4 Thl.) in einen Bruch zu verwandeln/ er mag einen Nenner haben / welchen er will. V. a.

1. Die gegebene Anzahl der Gantze (4) nimm zum Zähler an.

2. Ziehe einen Strich und ſetze eine 1 zum Nenner darunter/ ſtehet alſo $\frac{4}{1}$ Thlr.

Beweiß. Der verlangte Bruch ſoll ſo viel gelten / als die gantze Zahl / d. i. er ſoll ſo viel Gantze in ſich halten/als gegeben ſind. Folglich muß der Zähler den Nenner ſo oft in ſich hal-

halten/ oder dieſer in jenem ſtecken/ als eintzele Gantze vorhanden ſind (§. 323. n. 2.). Nimmt man nun die Anzahl der Gantze ſelbſt zum Zähler an n. 1. ſo muß der Nenner 1 ſeyn. Denn wenn man jene durch ſich ſelbſt dividirt/ſo iſt der quotient 1. (§. 85. a. 1.).

Anm. Dieſe Art der Brüche iſt freilich etwas unnatürlich/ denn der Nenner iſt 1. (wieder §. 323. n. 11.): jedoch iſt es theils alſo gewöhnlich / theils zur operation nützlich / und an ſich nicht unrecht / weil die richtige Verhältniß unter dem Zähler und Nenner da iſt. Man könte zwar auch alſo verfahren/ daß man 1. die gantze Zahl (4) zum Nenner annähme / 2. dieſelbe mit ſich ſelbſt multiplicirte und 3. die Summe (16) zum Zähler machte/ hieſſe $\frac{16}{4}$. ſo wäre der Bruch natürlicher/ allein auch zur operation unbequemer/ weil er allemahl gröſſere Zahlen bekommt. Und ſo iſt es auch mit allen andern ſonſt möglichen Arten/ daß ſie zur operation unbequemere Zahlen bringen. daher bleibt man bey der gezeigten methode.

II. Anderer Fall. Eine gantze Zahl in einen Bruch zu verwandeln / der einen gewiſſen gegebenen Nenner haben ſoll. Z.E. eben den Nenner/ den ein anderer Bruch hat. Als/ mache 4 Thlr. zu einem Bruch / deſſen Nenner 6 ſey. V. A.

1. Multiplicire den gegebenen Nenner (6) mit der gegebenen gantzen Zahl (4)/iſt 24.

2. Die Summe (24) mache zum Zähler und ſetze den gegebenen Nenner (6) darunter. ſtehet alſo: $\frac{24}{6}$.

Beweiß. Der gegebene Nenner zeiget an/ in wie viel gleiche Theile ein Gantzes einzuthei-

len ſey (§. 316.). Wenn nun der verlangte Bruch ſo viel gelten ſoll/ als die gegebene gantze Zahl / ſo muß der unbekannte Zähler den gegebenen Nenner/ ſo oft in ſich halten/ als die gantze Zahl (4) uniteten hat. (§. 323. n. 2.). Und eine ſolche Zahl findet man/ wenn man den gegebenen Nenner (6) mit der gantzen Zahl (4) multiplicirt (§. 58.).

Anm. Wenn man alſo in dieſem Fall 1 Gantzes in einen Bruch zu verwandeln hat/ ſo iſt der Nenner auch zugleich der Zähler. (§. 63.). Z. E. $\frac{6}{6}$. $\frac{4}{4}$. Und demnach entſtehet ſo wohl in dieſem/ als vorigen Fall allemahl ein unächter Bruch (§. 319.).

§. 331. Exempel zur Ubung nach beyden Fällen.

1. 6 lb. iſt $\frac{6}{1}$ Thlr.	6. 15 Schl. iſt $\frac{60}{4}$ Schl.
2. 5 lb. = $\frac{5}{1}$ lb.	7. 24 Mlr. = $\frac{144}{6}$ Mlr.
3. 3 C. = $\frac{12}{4}$ C.	8. 18 Kfl. = $\frac{54}{3}$ Kfl.
4. 8 L. = $\frac{96}{12}$ L.	9. 16 Mfl. = $\frac{80}{5}$ Mfl.
5. 9 Wl. = $\frac{45}{5}$ Wl.	10. 10 Thlr. = $\frac{200}{20}$ Thlr.

Andere Aufgabe der Einrichtung.

§. 332. Einen unächten Bruch einzurichten. d. i. in eine gantze oder vermiſchte Zahl zu verwandeln/ die eben ſo viel gelten/ als der gegebene unächte Bruch: oder/ (welches einerley iſt) zu erfahren/ wie viel gantze und eintzele Theile in einem unächten Bruch ſtecken? Z. E. $\frac{12}{4}$ C. oder $\frac{10}{4}$ C. V. A.

1. Dividire den Zähler durch den Nenner/ ſo zeigt der quotient die Gantze an.

2. Wenn

2. Wenn ein Reſt bleibt/ ſo zeigt er die übrigen einzelnen Theile an/ daher ſetze ihn mit den Nenner / (als jetzigen diviſore) Bruchweiſe hinter den quotienten hin. ſtehet alſo:

1. 12 | 3 Thlr. 2. 10 (2 | $2\frac{2}{4}$ Thlr.
4 4

Beweiß. Ein unächter Bruch hält allemahl eins oder mehr gantze in ſich (§. 323. n 3)/ und zwar ſo viel/ als der Zähler den Nenner in ſich hält/ oder dieſer in jenem ſteckt (ibid n. 2.). wie oft aber der Nenner in dem Zähler ſtecke/ das zeiget der quotient an/ wenn man dieſen durch jenen dividirt (§. 77.). Folglich deutet der quotient die Gantze an / welches das erſte iſt. Wenn ein Reſt bleibt / ſo ſind deſſelben vniteten noch einzele gleiche Theile von eben der gröſſe / als der Nenner anzeiget: denn er bleibt von dem gegebenen Zähler übrig. Weil er aber nothwendig kleiner iſt / als der Nenner (oder diviſor §. 95.) ſo iſt er auch weniger / als 1 gantzes (§. 323. n. 3.) und macht mit den vorigen Nenner einen ächten Bruch (§. 319.): die gantze aber und der Reſt zuſammen machen eine vermiſchte Zahl aus (§. 318.). welches das andere iſt.

Anmerckungen.

1. Wenn alſo der Zähler in den Nenner grade aufgeht/ ſo entſtehet allemahl eine gantze Zahl/ geht er aber nicht auf / eine vermiſchte Zahl.

2. Bißweilen muß man einen unächten Bruch auf beſagte Art vor der operation verwandeln / z. E. (§. 329. a. 3.) / und denn kann es eigentlich einen unächten Bruch einrichten genannt werden: bißweilen aber thut man es auch nach der operation, wenn nemlich durch dieſelbe allererſt ein unächter Bruch entſtanden iſt / und das zu dem Ende / damit man den eigentlichen Inhalt des Bruchs deſto beſſer erkennen möge. und da kann man es lieber einen unächten Bruch reduciren nennen. Wie denn reduciren ein gantz generales Wort iſt / ob es gleich (§. 340.) einen beſondern Verſtand hat.

3. Wenn der in der vermiſchten Zahl entſtehende Bruch noch einen groſſen Zähler und Nenner hat: ſo kann man denſelben noch abbreviiren (nach §. 327.) / damit der Inhalt noch deutlicher werde. Z. E. $\frac{660}{264}$ Thlr. iſt $2\frac{132}{264}$ Thlr. und dis nach (§. 327.) $2\frac{1}{2}$ Thlr.

§. 333. Exempel zur Ubung.

1. $\frac{18}{14}$ E. iſt $1\frac{4}{14}$ E.	6. $\frac{440}{220}$ Wl. iſt 2 Wl.
2. $\frac{24}{16}$ Thl. = $1\frac{8}{16}$ Thl.	7. $\frac{26}{16}$ Mlr. = $1\frac{10}{16}$ Mlr.
3. $\frac{32}{8}$ St. = 4 St.	8. $\frac{25}{10}$ Schl. = $2\frac{5}{10}$ Schl.
4. $\frac{36}{5}$ L. = $7\frac{1}{5}$ L.	9. $\frac{840}{320}$ Thl. = $2\frac{200}{320}$ Thl. oder $2\frac{5}{8}$ Thlr.
5. $\frac{28}{7}$ lb. = 4 lb.	10. $\frac{560}{320}$ E. = $1\frac{240}{320}$ E. oder $1\frac{3}{4}$ E.

Dritte Aufgabe der Einrichtung.

§. 334. Eine vermiſchte Zahl einzurichten /

ten/ d. i. in einen bloſſen Bruch zu verwandeln/ der eben die Benennung habe/ und eben ſo viel gelte/ als jene. Z. E. $3\frac{2}{4}$ Thlr. V. A.

1. Multiplicire den Nenner des Bruchs (4) mit der zur lincken ſtehenden gantzen Zahl/ (3)/ ſind 12.

2. Zu der Summe (12) addire den Zähler des Bruchs (2). ſind 14.

3. Dieſe Summe (14) mache zum neuen Zähler/ und ſetze den vorigen Nenner (4) darunter. ſtehet alſo: $\frac{14}{4}$ Thlr.

Beweiß. Der iſt nunmehro leicht. Denn 1. es werden die in der vermiſchten Zahl befindliche gantze (3) durch n. I. nach §. 330. n. II. in einen Bruch verwandelt/ der eben den Nenner (4) hat/ als der dabey befindliche Bruch ($\frac{3}{4}$). hieſſe $\frac{12}{4}$. 2. Weil aber in dem Bruch ſchon 2 viertheil Thlr. vorhanden ſind/ ſo addirt man die zu den 12 viertheilen dazu. ſind 14 viertheil Thlr. oder $\frac{14}{4}$ Thlr. Alles das nun geſchicht in der gegebenen Regul/ nur in anderer und kürtzerer Ordnung: folglich iſt dieſelbe richtig/ und der gefundene Bruch der gegebenen vermiſchten Zahl gleich.

Anmerckungen.

1. Dis iſt grade das Gegentheil von der vorigen Aufgabe (§. 332.)/ iſt aber doch zur Einrichtung der Exempel in der multiplication, diviſion, und folglich auch der regul de tri nöthig/ gleich wie jene in der addition und ſubtraction

 ſtatt

ſtatt findet. Wie wir künftig von beyden ſehen werden.

2. Wenn der gegebene Bruch in der vermiſchten Zahl einen groſſen Zähler und Nenner hätte: ſo könnte man ihn vorher abbreviiren/ (nach §. 327.)

3. Es entſtehet hier allemahl nothwendig ein unächter Bruch (§. 319.). Wenn nun derſelbe einen gar zu groſſen Zähler und Nenner haben ſollte: ſo kann man ihn noch abbreviiren (nach §. 327.).

4. Dieſe Aufgabe führt bey den arithmeticis inſonderheit den Nahmen der Einrichtung (§. 329. a. 1.)

§. 335. Exempel zur Ubung.

1. $2\frac{5}{8}$ iſt $\frac{21}{8}$ E.	6. $15\frac{6}{8}$ gl. iſt $\frac{126}{8}$ gl.
2. $6\frac{4}{5}$ St. = $\frac{34}{5}$ St.	7. $20\frac{1}{4}$ Pf. = $\frac{81}{4}$ Pf.
3. $5\frac{6}{8}$ L. = $\frac{46}{8}$ L.	8. $36\frac{2}{3}$ Wl. = $\frac{92}{3}$ Wl.
4. $3\frac{8}{12}$ lb. = $\frac{44}{12}$ lb.	9. $80\frac{5}{6}$ Mlr. = $\frac{485}{6}$ Mlr.
5. $12\frac{3}{4}$ Thlr. = $\frac{51}{4}$ Thlr.	10. $100\frac{3}{6}$ Schl. = $\frac{603}{6}$ Schl.

Vierte Aufgabe der Einrichtung.

§. 336. Einen gedoppelten Bruch einzurichten/ d. i. in einen einfachen Bruch zu verwandeln/ der ſo viel gelte/ als der gedoppelte.

I. Erſter Fall. Wenn es ein bloſſer Bruch iſt/ es mag übrigens nur ein gleicher Theil eines Gantzen aufs neue eingetheilet ſeyn. Z. E. $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}}$ d. i. $\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ Thlr. oder mehrere gleiche Theile

le zugleich. Z. E. $\frac{2}{3}$ aus $\frac{2}{4}$ Thlr. V. A.

1. Multiplicire beyde Zähler mit einander/ und auch beyde Nenner mit einander.

2. Die Summe der Zähler nimm zum Zähler/ und die Summe der Nenner zum Nenner des verlangten einfachen Bruchs an/ſtehet alſo.

1. $\frac{\frac{2}{3}}{4}$ oder $\frac{2}{3}$ von $\frac{1}{4}$ Thl. iſt ſo viel/ als $\frac{2}{12}$ Thlr.

2. $\frac{2}{3}$ aus $\frac{2}{4}$ Thlr. iſt ſo viel/ als $\frac{4}{12}$ Thlr.

Der Beweiß iſt in der erſten Art Exempel/da nur ein Theil aufs neue eingetheilet iſt/faßlicher/ als in der andern/ da mehr eingetheilet ſind/ jedoch wird der letztere durch den erſtern erleichtert. Bey beyden aber hat man zum voraus in ſeinem Gemüthe feſt zu ſetzen. 1. Der Nenner des letzten Bruchs (4) zeiget an/ in wie viel Theile das gantze eingetheilet ſey/und der Zähler (1.2.)/ wie viel davon aufs neue eingetheilet ſind. 2. Der Nenner des erſten Bruchs (3) zeiget an/ in wie viel gleiche Theile der Inhalt des andern Bruchs ($\frac{1}{4}$. $\frac{2}{4}$) eingetheilet ſey/ und der Zähler/ (2) wie viel ſolcher Theile vorhanden ſind. Wenn dis vorausgeſetzet iſt: ſo iſt der Erweiß klar. Nemlich

I. In der erſten Art. Wenn der letzte Nenner (4) mit dem erſten (3) multiplicirt wird: ſo bekommt man eine Zahl (12)/ welche ſo viel vniteten hat, als Theile aus dem Gantzen entſtehen würden/ wenn man einen jeden ſolchen Theil deſſelben/ (als der letzte Nenner 4 andeutet)

tet) noch in ſo viel gleiche Theile theilte/ als aus einem davon (nemlich $\frac{1}{4}$) laut des erſten Nenners (3) gemacht geweſen. (denn wenn man jedes Viertheil eines gantzen in 3 Theile theilt/ ſo entſtehen 12 Theile). Folglich ſind die Theile/ welche die Summe (12) andeutet eben ſo groß/ als die/ ſo der erſte Nenner (3) anzeiget. (d. i. $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ iſt ſo viel als $\frac{1}{12}$ aus dem gantzen). Nim̃t man nun die Summe (12) zum Nenner des verlangten einfachen Bruchs an: So kann man den gegebenen Zähler des erſten Bruchs (2) auch zum Zähler des einfachen Bruchs behalten/ und das geſchicht/ wenn man nach der Regul den Zähler des erſten Bruchs (2) mit dem Zähler des andern/ welcher in dieſem Fall allemahl 1 iſt/ multiplicirt/ und die Summe zum Zähler annimmt (§. 63.).

II. In der andern Art. Iſt es übrigens eben ſo/ ausgenommen/ daß die Theile/ ſo die Summe (12) andeutet/ nicht ſo groß ſind/ als die/ welche der erſte Nenner (3) anzeiget. Den̄ durch die Summe wird ein jeder eintzeler Theil ($\frac{1}{4}$) des gantzen in ſo viel Theile getheilt/ als der erſte Nenner (3) vniteten hat. Hingegen der erſte Nenner (3) zeiget nicht einzele Theile eines/ ſondern ſo vieler Theile an/ als der Zähler des andern Bruchs (2) bezeichnet. Folglich kann man den Zähler des erſten Bruchs (2) nicht zum Zähler des einfachen Bruchs/ deſſen Nenner die Summe (12) iſt/ behalten/ ſondern muß ſo vielmahl

ſo

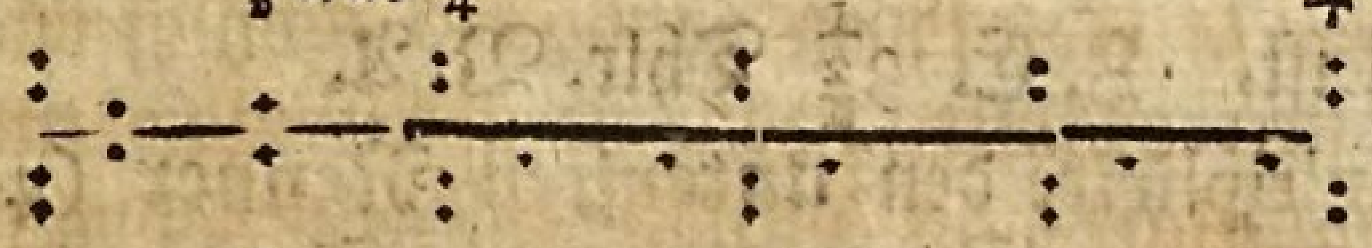
ſo viel Theile nehmen/ als der Zähler des andern Bruchs (2) vniteten hat. (denn da z. E. $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ ſo viel iſt als $\frac{1}{12}$: ſo muß $\frac{1}{3}$ aus $\frac{2}{4}$ ja juſt noch einmahl ſo viel oder $\frac{2}{12}$ ſeyn. etc.). Und das geſchicht/ wenn man nach der Regul den erſten Zähler mit dem andern Zähler multiplicirt/ und die Summe zum neuen Zähler annimmt (§.58.).

Anmerckungen.

1. Man kann ſich die Sache an einer Linie vorſtellen/ und zwar

α. Das erſte Exempel $\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ iſt $\frac{2}{12}$ alſo: theile eine Linie durch kleine Striche oder Puncte 1. oberwerts in 4 gleiche Theile ab/ und den erſten davon wieder in 3 gleiche Theile 2. unterwerts aber theile ſie auch in vier gleiche Theile/ und einen jeden davon noch in 3 gleiche Theile: ſo wird man befinden/ 1. daß unterwerts aus der gantzen Linie 12 Theile entſtehen und 2. daß 2 Theile von den zwölfen der gantzen Linie unterwerts ſo viel austragen/ als 2 Theile von den dreyen aus $\frac{1}{4}$ oberwerts. ſtünde alſo:

$\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ 4 Theile



$\frac{2}{12}$ 12 Theile

β. Das andere Ex. $\frac{2}{3}$ aus $\frac{2}{4}$ eben ſo / ausgenommen/ daß du oberwerts an ſtatt $\frac{1}{4}$ nun $\frac{2}{4}$ in drey gleiche Theile theileſt: ſo wird ſich finden/ daß $\frac{4}{12}$ ſo viel ſey/ als $\frac{2}{3}$ aus $\frac{2}{4}$. ſtehet alſo:

$\frac{2}{3}$ aus $\frac{2}{4}$ 4 Theile

$\frac{4}{12}$ 12 Theile

2. Wenn nur ein Theil eingetheilet iſt / und der gedoppelte Bruch über einander ſteht. Z. E. $\frac{\frac{2}{3}}{4}$ ſo pflegt man ſonſt die Regul zugeben. 1. multiplicire den unterſten Nenner (4) durch den mittelſten (3) 2. die Summe mache zum neuen Nenner, und den oberſten Zähler zum Zähler. iſt $\frac{2}{12}$. das iſt aber einerley mit der oben gegebenen Regul / nur daß dieſe generaler iſt.

3. Wenn beyde Brüche 1 zum Zähler haben Z. E. $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{4}$: ſo darf man nur gleich die Summe beyder Nenner zum neuen Nenner nehmen / und 1 zum Zähler ſetzen. hieſſe $\frac{1}{8}$. Wenn aber auch nur einer 1 zum Zähler hat. Z. E. $\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{3}$ aus $\frac{2}{4}$: ſo nimmt man die andere Zahl / ſo mehr als 1 iſt / zum Zähler an. hieſſe $\frac{2}{12}$.

4. Nun nehme man die Ex. zur Ubung (§. 337. n. I.). durch

II. Anderer Fall. Wenn es eine vermiſchte Zahl iſt. Z. E. $3\frac{\frac{1}{2}}{4}$ Thlr. V. A.

1. Multiplicire den unterſten Nenner (4) durch den mittelſten (2) und die Summe (8) nimm zum Nenner des einfachen Bruchs an.

2. Multiplicire die zur lincken ſtehende Gantze (3) auch durch den mittelſten Nenner (2) / zur Summe (6) addire den oberſten Zähler (1) / und alles zuſammen (7) nimm zum Zähler des einfachen Bruchs an. ſtehet alſo $\frac{7}{8}$ Thlr.

Be=

Beweiß. Damit man dieſen recht faſſe: ſo hat man ſich vorher wohl vorzuſtellen. 1. daß die zur lincken ſtehende Gantze (3) nicht gantze uniteten ſolcher Art andeuten / als die Benennung (Thlr.) anzeiget/ ſondern nur ſolche gantze Theile davon/als der unterſte Nenner (4) bezeichnet. (§. 325. d. a. 1.) 2. daß in dem zur rechten ſtehenden gedoppelten Bruch $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ nur allemahl ein Theil aufs neue eingetheilt ſey (§. 318. a. 2.). Denn ſonſt könnte man nicht zugleich einige gantze Theile a part haben: und daher kann er auch allemahl übereinander geſchrieben werden (§. 326. c. a.) 3. In wie viel Theile der eine Theil eingetheilt ſey/ das zeigt der mittelſte Nenner (2) / und wie viel davon vorhanden/ der oberſte Zähler (1) an. Wenn man das in ſeinem Gemühte feſt geſetzet hat: ſo iſt der Grund der operation offenbar. Denn 1. durch n. 1. in der Regul wird ein jeder Theil des gantzen in ſo viel Theile getheilt/ als laut des mittelſten Nenners (2) aus dem einen Viertheil gemacht geweſen/ das beſonders eingetheilt iſt/ (ſiehe n. I. den Erweiß)/ und folglich der gantze gedoppelte Bruch in einen einfachen verwandelt/ ausgenommen / daß noch der oberſte Zähler (1) ſollte zum Zähler über die Summe geſetzet werden (n. I. a. 2.) 2. Weil aber die zur lincken ſtehende Gantze (3) auch noch ſollen in dem einfachen Bruch enthalten ſeyn; ſo müſſen aus jedem auch noch ſo viel Theile gemacht werden/ als der eine Theil ($\frac{1}{4}$)

ge-

gehabt (denn ſo werden es Theile von gleicher gröſſe); und dieſe alle zuſammen nebſt dem/ laut des oberſten Zählers (1)/ vorhandenen Theilen von eben derſelben gröſſe in dem Zähler des einfachen Bruchs zu ſtehen kommen. 3. Und das geſchicht/ wenn man nach der Regul n. 2. die gantze (3) auch mit dem mittelſten Nenner (2) multiplicirt/ den oberſten Zähler (1) addirt und alles zum Zähler des einfachen Bruchs annimt. Folglich iſt die Regul richtig.

Anmerckungen.

1. Man kann ſichs auch an einer Linie vorſtellen. Nemlich man theile ſie 1. oberwerts in 4 Theile/ und den vierten wieder in 2 Theile/ 2. unterwerts auch in 4 Theile/ und einen jeden davon wieder in 2 Theile. ſo werden 1. aus der gantzen Linie unterwerts 8 Theile. und 2. 7 ſolcher Theile reichen juſt ſo weit/ als 3 gantze Viertheil und 1 halb Viertheil oberwerts. ſtehet alſo.

$3\frac{\frac{1}{2}}{4}$ 4 Theile.

$\frac{7}{8}$ 8 Theile

2. Hiernach kann man die (§ 337. n. II.) angeführte Exempel zur Ubung elaboriren/ ehe man weiter geht.

III. Aus n. I. II. iſt nun leicht abzunehmen/ wie man folgende Arten gedoppelter oder vielfacher Brüche einrichten ſolle. Als

a. $\frac{1}{2}$ aus $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ Thlr. V. A. 1. mache aus dem letzten gedoppelten Bruch ($\frac{\frac{1}{2}}{4}$) einen einfachen/ nach n. I. ſonderlich a. 2. iſt $\frac{1}{8}$ Thlr. ſo haſt noch einen mit 2 einfachen Brůchen ausgedruckten gedoppelten Bruch/ $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{8}$. Daher 2. mache dieſen auch noch zum einfachen Bruch wie n. I. ſonderlich a. 3. iſt alſo alles zuſammen $\frac{1}{16}$ Thlr.

b. $\frac{1}{2}$ aus $2\frac{\frac{1}{2}}{4}$ Thlr. V. a.

1. Mache aus der zur rechten ſtehenden vermiſchten Zahl einen einfachen Bruch / nach n. II. der hieſſe $\frac{5}{8}$. ſo haſtu noch einen durch 2 einfache Brůche ausgedruckten gedoppelten Bruch $\frac{1}{2}$ aus $\frac{5}{8}$ Thlr. daher.

2. Mache ſolchen noch zum einfachen Bruch. nach n. I. iſt $\frac{5}{16}$ Thlr.

Anm. 1. Hiernach kann man die (§. 337. n. III.) ſtehende Ex. zur Ubung auflöſen.

Anm. 2. Man kann ſich zu mehrerer Erlåuterung die Sache n. I. II. III. auch an bekannten Sorten vorſtellen/ daß es auch da zutrift/ und nicht allein in Linien. Z. E. das Ex. n. I. $\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ Thlr. alſo: 1. $\frac{1}{4}$ Thlr. iſt 6 gl. 2. $\frac{2}{3}$ aus 6 gl. iſt 4 gl. (denn $\frac{1}{3}$ von 6 gl. wåre 2 gl. und alſo iſt $\frac{2}{3}$ 4 gl.). Nun 3. eben ſo viel/ (nemlich 4 gl.) iſt auch $\frac{2}{12}$. (denn $\frac{1}{12}$ iſt 2 gl. und alſo $\frac{2}{12}$ iſt 4 gl.). Und ſo verfahre man auch mit den andern Exempeln.

Anm. 3. Wenn die n. I. II. III. gefundenen einfachen Brůche groſſe Zåhler und Nenner

haben / ſo kann man ſie noch abbreviiren (nach §. 327.).

§. 337. Exempel zur Ubung.

n. I. 1. $\frac{1}{\frac{3}{6}}$ gl. iſt $\frac{1}{18}$ gl. 4. $\frac{2}{6}$ aus $\frac{9}{12}$ iſt $\frac{18}{72}$ lb.
2. $\frac{1}{\frac{5}{8}}$ gl. = $\frac{1}{40}$ gl. 5. $\frac{5}{8}$ aus $\frac{3}{12}$ = $\frac{15}{96}$
3. $\frac{3}{4}$ aus $\frac{5}{8}$ C. = $\frac{15}{32}$ C. 6. $\frac{2}{3}$ aus $\frac{5}{7}$ St. = $\frac{10}{21}$ St.

n. II. 1. $2\frac{1}{\frac{4}{8}}$ iſt $\frac{9}{32}$ Thlr. 4. $5\frac{2}{\frac{3}{8}}$ iſt $\frac{17}{24}$ lb.
2. $4\frac{1}{\frac{4}{5}}$ = $\frac{17}{24}$ Kfl. 5. $6\frac{1}{\frac{3}{9}}$ = $\frac{12}{27}$ L.
3. $3\frac{2}{\frac{4}{6}}$ = $\frac{14}{24}$ Mfl. 6. $8\frac{1}{\frac{4}{12}}$ = $\frac{33}{48}$ C.

n. III. 1. $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{\frac{4}{6}}$ iſt $\frac{1}{48}$ gl. 4. $\frac{1}{3}$ aus $2\frac{1}{\frac{3}{6}}$ iſt $\frac{7}{54}$ C.
2. $\frac{1}{4}$ aus $\frac{2}{\frac{3}{4}}$ = $\frac{2}{48}$ Thlr. 5. $\frac{2}{4}$ aus $3\frac{1}{\frac{4}{8}}$ = $\frac{26}{128}$ lb.
3. $\frac{2}{6}$ aus $\frac{1}{\frac{2}{3}}$ = $\frac{2}{36}$ Kfl. 6. $\frac{3}{4}$ aus $2\frac{2}{\frac{3}{6}}$ = $\frac{24}{72}$ L.

Zuſatz.

Man mercke ſich dis als eine allgemeine Regul einmahl für allemahl. So oft in einer Aufgabe gedoppelte Brüche vorkommen / müſſen dieſelben vorher in einfache verwandelt werden / und ſo denn operiret man ferner/als im folgenden von einfachen Brüchen wird gezeiget werden. Und daher wollen wir künftig davon keine eigene Aufgaben machen / wie es zu halten ſey/ wenn gedoppelte Brüche gegeben würden: denn wer die operation mit einfachen Brüchen wohl begreiffet / und die jetzt gegebene allgemeine Regel merckt / der wird in ſolchen Fällen keine fernere Anweiſung bedürfen.

V. Auf-

V. Aufgabe der Reſolution.

§. 338. Einen Bruch reſolviren heißt / einen Bruch von einer gröſſern Sorte/ die noch eine kleinere Sorte unter ſich hat/welche von ihr ein grader Theil iſt/ in gantze vniteten ſolcher kleinern Sorte verwandeln : oder/ ſuchen/ wie viel vniteten einer ſolchen kleinern Sorte in einem ſolchen Bruch enthalten ſind. Z. E. du hätteſt $\frac{2}{3}$ Thlr. oder $\frac{3}{5}$ Thlr. und wolteſt wiſſen/ wie viel gl. jedes ausmache ? V. a.

1. Multiplicire die volle Anzahl der vniteten der verlangten kleinern Sorte / die zu einem ſolchen gantzen/ als die Benennung des Bruchs andeutet/ gehören/ mit NB. dem Zähler des Bruchs. ſo heißt das erſte Ex. 2 mahl 24 iſt 48. das andere 3 mahl 24 iſt 72.

2. Die Summe (48. 72) dividire mit NB. dem Nenner des Bruchs (3. 5.) : ſo zeigt der quotient die vniteten der kleinern Sorte an/die in dem Bruch enthalten ſind. Daher ſetze auch derſelben Benennung dabey. ſtehet alſo :

	1			2(2	
1.	48	16 gl.	2.	72	14 gl.
	33			55	

3. Wenn ein Reſt bleibt/(als im andern Ex. bleiben 2): ſo ſetze ihn entweder mit dem Nenner (als diviſore) Bruchweiſe hinter den quotienten hin / alſo : 14$\frac{2}{5}$ gl. wie ſonſt (§. 105. n. 5.) oder

4. Wo du an ſtatt des neuen Bruchs auch noch gerne gantze vniteten einer noch kleinern Sorte (der Pf.) haben willt/ und auch noch eine ſolche vorhanden iſt: ſo reſolvire ihn noch eben ſo/ als n. 1. 2. gezeiget iſt. ſo macht $\frac{2}{5}$ gl. noch 4 Pf aus/ und bleibt wieder 4 zum Reſt. damit verfahre nun wieder/ entweder als n. 3. oder n. 4. Und das ſo lange/ als du wilt oder kanſt.

Beweiß. Der Grund dieſer operation iſt an ſich ungemein verſteckt/ daß man nicht gleich abſehen kann/ wie es zugehet/ aber auch ſehr deutlich/ wenn man nur auf die rechte Spur komt. Es beſteht aber darinn. 1. Eine jede vnitet der kleinern Sorte (1 gl.) iſt ein grader Theil von der gröſſern (1 Thlr.) (denn ſolche werden hier ſupponirt) und deren gehören ſo viel zu einem gantzen (1 Thlr.)/ als die volle Anzahl derſelben (24) anzeiget. 2. Folglich muß ſich die verlangte NB. unbekannte Anzahl der vniteten von der kleinern Sorte/ gegen die bekannte volle Anzahl derſelben (24) ſo verhalten/ als der gegebene Zähler (2. 3) ſich gegen ſeinem Nenner (3. 5) verhält. (denn der Nenner zeiget auch an/ in wie viel gleiche Theile eben das gantze eingetheilt ſey/ und der Zähler/ wie viel ſolcher vorhanden ſind §. 316). 3. Demnach hat man drey bekannte Zahlen/ den Nenner (3)/ den Zähler (2)/ die volle Anzahl (24) und dazu will man die viert Proportional Zahl wiſſen/ die ſich ſo gegen die dritte verhält/ als die an-

andere gegen die erſte/ und zwar ſo/ daß ſie in einer ordentlichen Proportion ſtehen. 4. Eine ſolche Zahl aber findet man/ wenn man die andere und dritte multiplicirt/ die Summe mit der erſten dividirt/ (nach §. 250). und den Reſt/ wofern einer übrig bleibt/ in einen Bruch ſetzt oder in kleinere Sorten reſolvirt/und die Summe mit dem diviſore dividirt. (§. 252). 5. Alles das nun geſchicht vermöge der gegebenen Regul/ wenn man ſie genau dagegen hält. folglich iſt ſie richtig.

Anmerckungen.

1. Man braucht alſo in der That die volle Proportions-Regul (§. 250.)/ nur daß man die Zahlen nicht in der gewöhnlichen Ordnung aufſetzet/ denn ordentlich würden ſie alſo ſtehen.

1. $3:2=24:16$. 2. $5:3=24:14\frac{2}{5}$.

2. Man könnte eben die Zahl nach der verkehrten proportions-Regul (§. 253). finden/ wenn man die beyden erſten Sätze umkehrte/und der Zähler der erſte/hingegen der Nenner der andere Satz würde: aber es iſt nicht ſo natürlich. ſtünde alſo: $2:3=24:16$.

3. Nach der gemeinen regul de tri wird man nicht wohl auskomen/ weil wider ihre Gewohnheit der erſte und andere Satz unbenannte Zahlen ſind/ und der vierte ſich in der Benennung nach dem dritten richten muß etc.

4. Dieſe reſolution kömmt mit der reſolution in U S. (§. 229). darinn überein/ daß man hier auch eine kleinere Sorte ſucht/ als gegeben iſt/ und iſt im Handel und Wandel ſehr nöthig und gewöhnlich.

5. Man kann aber keine andere Brüche reſolviren / als Brüche ſolcher Sorten / die noch kleinere Sorten zu ihren NB. graden Theilen unter ſich haben.

6. Wenn der gegebene Bruch groſſe Zahlen hat $\frac{36}{144}$ Thlr. : ſo kann man ihn vorher abbreviiren / (§. 327). gedoppelte Brüche machte man vorher zu einfachen Brüchen (nach § 337. a.)

§. 339. Exempel zur Ubung.

1. $\frac{3}{6}$ Thlr. iſt 12 gl.	9. $\frac{3}{4}$ Kff. iſt 12 gl.
2. $\frac{5}{8}$ Thlr. = 15 gl.	10. $\frac{3}{4}$ gl. = 9 Pf.
3. $\frac{4}{5}$ Thlr. = $19\frac{1}{5}$ gl.	11. $\frac{4}{8}$ lb. = 16 L.
4. $\frac{1}{5}$ gl = $2\frac{2}{5}$ Pf.	12. $\frac{25}{40}$ C. = 68 lb. 24 L.
5. $\frac{2}{5}$ Wl. = $14\frac{2}{5}$ Schl.	13. $\frac{9}{24}$ C. = 41 lb. 8 L.
6. $\frac{5}{6}$ Wl. = 20 Schl.	14. $\frac{28}{56}$ Thlr. = 12 gl.
7. $\frac{3}{4}$ Mlr. = 9 Schl.	15. $\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ Thl. = 4 gl.
8. $\frac{4}{5}$ C. = 88 lb.	16. $\frac{2}{3}$ aus $\frac{2}{4}$ Thl. = 8 gl.

Anm. Die Exempel von n. 12 — 16 gehen nach (§. 338. a. 6.).

VI. Aufgabe der Reduction.

§. 340. Durch die Reduction wird alhie beſonders verſtanden / wenn man eine Anzahl vniteten einer ſolchen kleinern Sorte / die noch eine gröſſere Sorte über ſich hat / davon ſie ein grader Theil iſt / in einen Bruch verwandelt / der die Benennung ſolcher NB. gröſſern Sorte führe / und doch eben ſo viel gelte / und zwar / der ſolche kleine Zahlen habe / als immer müglich iſt. Z. E. Du hätteſt 16 gr. und wollteſt wiſſen / was

das

das für ein Bruch von Thalern wäre/ wenn man ihn mit den kleinſten Zahlen ausdrücken ſollte. V. a.

1. Setze die gegebene Anzahl der kleinen Sorte (16 gl.) mit der vollen Anzahl der vniteten / die zu einem Gantzen (Thlr.) gehören (24 gl.)/ in einen Bruch/ ſo daß jene den Zähler / und dieſe den Nenner ausmache. ſtehet alſo: $\frac{16}{24}$.

2. Dieſen Bruch abbreviire (nach §. 327.) ſo kömmt $\frac{2}{3}$ heraus / und das iſt der verlangte Bruch. daher ſetze die Benennung der gröſſern Sorte dabey/ iſt $\frac{2}{3}$ Thlr.

Beweiß. Die vniteten der kleinern Sorte (gl.) ſind grade Theile von der gröſſern (Thlr.): (denn ſolche werden hier ſupponirt). Folglich kann die volle Anzahl derſelben/ die zu einem gantzen gehören (24)/ einen Nenner eines Bruchs abgeben/ und eine jede gegebene Anzahl ſolcher kleiner Sorte/ die wircklich vorhanden ſind / einen Zähler/ (denn der Nenner zeiget/ in wie viel gleiche Theile ein gantzes eingetheilt ſey/und der Zähler/wie viel davon wircklich vorhanden ſind §. 316.). der herauskommende Bruch aber muß die Benennung der gröſſern Sorte führen/ (denn deren Theile zeigt der Nenner an §. 316.) und gilt ſo viel / als die gegebene gantze Zahl der kleinern Sorte. (denn ob ich ſage 1 gl. oder 1 24 Theil eines Thlr. iſt einerley). weil aber der verlangte Bruch ſo kleine Zahlen haben ſoll / als immer müglich iſt : ſo

findet man denſelben durch die abbreviation (§. 327.). Und der kleine Bruch gilt ſo viel / als der groſſe / und folglich auch mit ihm ſo viel / als die gegebene Anzahl der kleinern Sorte.

Anmerckungen.

1. Dieſe Aufgabe der reduction iſt von der erſten Aufgabe der Einrichtung (§. 330.). hauptſächlich darinn unterſchieden / daß der geſuchte Bruch in der Einrichtung eben die Benennung behält / welche die gegebene gantze Zahl gehabt : hier aber eine andere Benennung und zwar einer gröſſern Sorte bekommen muß. Und in ſo fern kömmt dieſe reduction mit der reduction bey U. Sorten (§. 159.) überein.

2. Es können alſo keine andere gantze Zahlen nach dieſer Aufgabe reducirt werden / als welche 1. die Benennung einer gewiſſen Sorte aus den Claſſen der U. S. führen / und zwar 2. einer ſolchen / die noch eine gröſſere über ſich hat / davon ſie ein NB. grader Theil iſt.

3. Wenn man nur ſchlechthin einen Bruch verlangte / der die Benennung der gröſſern Sorte führen ſollte / er mögte ſo groß ſeyn / als er wollte ; ſo wäre es in der Regul an n. 1. ſchon genug. Aber weil man einen Bruch von den kleinſten möglichen Zahlen begehret / ſo muß n. 2. dazu kommen. wo aber bey n. 1. gegen einander ungeſchickte Zahlen ſind : da bleiben ſie ungeändert.

4. Wenn mehr als eine Sorte gegeben werden (z. E. 16 L. 2 Qv.) welche alle in einen

Bruch

Bruch einer NB. gröſſern Sorte (lb.) ſollte reducirt werden: ſo bringet man ſie erſt unter einen Nahmen (nach §. 157.) und operirt denn ferner nach der Regul. Z. E. 16 L. 2. Qv. ſind 66 Qv. 1 lb. hat aber 128 Qv. daher ſtehet es alſo:

$$\overset{2}{\frac{66}{128}} \Big| \frac{33}{64} \text{ lb.}$$

5. Bisweilen ſoll eine vermiſchte Zahl reducirt werden. Z. E. Mache aus $8\frac{1}{2}$ gl. einen Bruch von Thlr. V. a. 1. reſolvire den zur rechten ſtehenden Bruch ($\frac{1}{2}$ gl.) nach §. 338. iſt 6 Pf. ſo haſtu U. Sorten. Daher 2. verfahre ferner/ wie a. 4. ſtehet alſo:

$$\overset{2}{\frac{102}{288}} \Big| \frac{51}{144} \text{ Thlr.}$$

Sonſt iſt dieſer Fall von der Einrichtung §. 334. darinn unterſchieden/ daß hier der verlangte Bruch eine NB. andere und zwar gröſſere Benennung bekommt/ als die gegebene Zahl hat.

§. 341. Exempel zur Ubung.

1. 21 gl. ſind $\frac{7}{8}$ Thlr.	5. 22 lb. = $\frac{1}{5}$ C.
2. 12 gr. = $\frac{1}{2}$ Thlr.	6. 6 gl. = $\frac{2}{7}$ Mfl.
3. 8 Pf. = $\frac{2}{3}$ gl.	7. 4 L. = $\frac{1}{4}$ Mr.
4. 24 L. = $\frac{3}{4}$ lb.	8. 13 Schl. = $\frac{13}{24}$ Wl.

S. §. 342. a. 3.

9. 18 gl. 8 Pf. ſind $\frac{7}{9}$ Thl. } S. §. 342. a. 4.
10. 16 gl. 8 Pf. ſind $\frac{5}{6}$ fl.
11. 4 L. 2 Qv. ſind $\frac{9}{64}$ lb.
12. $10\frac{1}{2}$ L. ſind $\frac{21}{32}$ Mr. } S. §. 342. a. 5.
13. $6\frac{2}{3}$ gl. ſind $\frac{5}{18}$ Thlr.
14. $5\frac{2}{4}$ gl. ſind $\frac{11}{32}$ Kfl.

VI. Aufgaben der Vergleichung.

§. 242. Unter dem Nahmen der Vergleichung verſtehe ich/ wenn man Brüche von ungleichen Nennern unter einerley Nenner bringt. d. i. wenn man an ſtatt der gegebenen Brüche von ungleichen Nennern andere ſucht/ die einerley Nenner haben und doch eben ſo viel bedeuten.

I. Erſter Fall/ wenn nur zweene Brüche gegeben ſind. Z. E. $\frac{2}{4}$ und $\frac{4}{6}$ B. a.

1. Multiplicire beyde Nenner mit einander/ ſo iſt die Summe (24) der verlangte gemeinſchaftliche Nenner. Daher ziehe unter den Brüchen einen Strich/ und ſetze denſelben darunter mitten unter beyden Brüchen ein.

2. Multiplicire eines jeden Bruchs Zähler mit des andern ſeinen Nenner ; ſo iſt die Summe eines jeden Bruchs neuer Zähler/ daher ziehe einen Strich über den Brüchen und ſetze einen jeden über den gegebenen Zähler. ſtehet alſo:

$$\begin{array}{cc} 12 & 16 \\ \hline \frac{2}{4} & \frac{4}{6} \\ \hline \multicolumn{2}{c}{24} \end{array} \text{ iſt ſo viel als } \frac{12}{24} \text{ und } \frac{16}{24}$$

Be-

Beweiß. Der Grund iſt in der operation ſehr verſteckt / beſteht aber darinn. 1. Wenn man beyde Zähler mit einander und hernach eines jeden Zähler durch des andern Nenner multiplicirt: ſo wird in der That eines jeden Bruchs Zähler und Nenner durch einerley Zahl/nemlich den Nenner des andern multiplicirt. und folglich ſind die herauskommenden Brüche ($\frac{12}{24}$ und $\frac{16}{24}$) den gegebenen($\frac{2}{4}$ $\frac{4}{6}$)gleich(§.323. n.7.). 2. Weil aber auf ſolche Weiſe unter den gegebenen Nennern ein jeder einmahl multiplicans und das andere mahl multiplicandus iſt / und ihre Summe der Nenner wird : ſo müſſen die herauskommenden Brüche : auch allemahl einerley Nenner haben (§.64.).

Anmerckungen.

1. Es würde die Regul dem Grunde nach viel deutlicher ſeyn / wenn es hieſſe. 1. Multiplicire eines jeden Bruchs Zähler und Nenner mit dem Nenner des andern. 2. Die Summen der Zähler mache zu neuen Zählern/ und die Summe der Nenner zu neuen Nennern. ſtünde alſo : $\frac{2}{4} = \frac{12}{24}$. $\frac{4}{6} = \frac{16}{24}$.

2. Wenn man eines jeden Bruchs Zähler und Nenner mit dem Nenner des andern NB. dividirte : ſo wären wohl die herauskommenden Brüche den gegebenen auch gleich (§.323.n.7.)/ aber ſie hätten nicht einerley Nenner/ anderer inconvenientien zugeſchweigen.

3. Nun mache man die Ex.zur Ubung(§ 343. n.I.).

II. Anderer Fall. Wenn mehrere Brüche gegeben werden. Z. E. $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{7}$. B. A.

1. Multiplicire alle Nenner zuſammen (ſo daß du die Summe der vorigen im̃er mit der folgenden Zahl multiplicireſt. Z. E. ſprich 3 mahl 4 iſt 12. 7 mahl 12 iſt 84). die Summe (84) iſt der gemeinſchafftliche Nenner; daher ſetze ihn unter den gegebenen Brüchen hin/ wie n I. n. 1.

2. Die Summe (als den gemeinſchafftlichen Nenner) NB. dividire nach einander mit eines jeden Bruchs Nenner/ und mit dem quotienten NB. multiplicire ſo gleich eben deſſelben Bruchs Zähler: ſo iſt die Summe allemahl der neue Zähler zu dem gemeinſchafftlichen Nenner/ daher ſetze ſie über denſelben Bruch hin/ mit welchen du eben operirt haſt. ſtehet alſo:

	56	63	48				
I.	$\frac{2}{3}$	2. $\frac{3}{4}$	3. $\frac{4}{7}$	1. 84 ∣ 28 (33) × 2 = 56	2. 84 ∣ 21 (44) × 3 = 63	3. 84 ∣ 12 (77) × 4 = 48	
		84					

Beweiß. Hie iſt der Grund noch verſteckter/ als im vorigen: damit man es aber recht faſſe/ ſo mercke man folgendes zum voraus. a. Man mag die Nenner multipliciren/ in welcher Ordnung man will/ ſo muß immer einerley Summe herauskommen (§. 64). Z. E. es kom̃t auch 84. wenn man ſagte. 3 mahl 7 iſt 21. 4 mahl 21 iſt 84. it. 4 mahl 7 iſt 28. 3 mahl 28 iſt 84. etc. und ein jeder Nenner iſt in der

Thaт

That der multiplicans von der Summe aller übrigen Nenner. Folglich b. wenn man die Summe aller Nenner mit einem unter ihnen (es ſey, welcher es wolle) dividirt: ſo iſt der quotient die Summe aller übrigen Nenner. (§ 102. n. 9.). Z. E. 84 dividirt mit 3 iſt 28. 28 aber iſt die Summe der übrigen Nenner 4 mahl 7. Wenn man nun dis voraus ſetzt: ſo iſt offenbar

1. Daß vermöge der gezeigten operation eines jeden Bruchs Zähler und Nenner mit der Sum̃e der übrigen multiplicirt werde, denn die Summe aller Nenner iſt eine Zahl welche entſtünde, wenn man den vorhabenden Nenner mit der Summe aller übrigen multiplicirte a. und da man laut der Regul n. 2. die Summe aller Nenner mit dem Nenner des vorhabenden Bruchs dividirt, und mit dem quotienten, den Zähler multiplicirt: ſo multiplicirt man auch den Zähler mit der Summe der übrigen. Denn der quotient iſt die Summe derſelben b. und

2. Folglich ſind die gefundenen Brüche den gegebenen gleich (§. 323. n. 7.), und haben nothwendig allemahl einerley Nenner. a. und alſo iſt die Regul richtig.

Anmerckungen.

1. Nach ſolchem Fundament wäre die Regul wohl deutlicher, wenn es hieſſe 1. multiplicire eines jeden Bruchs Zähler und Nenner mit der Summe der übrigen Nenner 2. die Summe

der

der Zähler mache zu neuen Zählern und die Summe der Nenner zu neuen Nennern/ aber es iſt in der operation weitläufftiger. Denn 1. müſte man die Summe aller Nenner ohne einen ſo oft a part ſuchen/ als Brüche gegeben ſind / und 2. jeden neuen Nenner a part ſchreiben.

2. Aus dem/ was im Erweiß in a. voraus geſetzet wird folget auch/ daß die Summe aller Nenner allemahl in einem jeden Nenner ohne Reſt aufgehen müſſe (§. 102. n. 9.).

3. Wenn die gegebenen oder gefundenen Brüche groſſe Zahlen haben : ſo kann man jene vorher / und dieſe nachher abbreviiren nach (§. 327.).

§. 343. Exempel zur Ubung.

n. I. 1. $\frac{3}{5}$ u. $\frac{7}{8}$ iſt $\frac{24}{40}$ u. $\frac{35}{40}$.
2. $\frac{5}{7}$ u. $\frac{3}{8}$ = $\frac{40}{56}$ u. $\frac{21}{56}$.
3. $\frac{3}{4}$ u. $\frac{4}{5}$ = $\frac{15}{20}$ u. $\frac{16}{20}$.
4. $\frac{5}{6}$ u. $\frac{2}{3}$ = $\frac{15}{18}$ u $\frac{12}{18}$.
5. $\frac{2}{3}$ u. $\frac{4}{5}$ iſt $\frac{10}{15}$ u. $\frac{12}{15}$.
6. $\frac{2}{3}$ u. $\frac{3}{7}$ = $\frac{14}{21}$ u. $\frac{9}{21}$.
7. $\frac{6}{8}$ u. $\frac{5}{12}$ = $\frac{72}{96}$ u. $\frac{40}{96}$.
8. $\frac{6}{24}$ u. $\frac{5}{32}$ = $\frac{192}{768}$ $\frac{60}{768}$.

n. II. 1. $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{5}$ = $\frac{15}{30}$ $\frac{20}{30}$. $\frac{24}{30}$.
2. $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{6}$. $\frac{3}{4}$ = $\frac{48}{72}$. $\frac{12}{72}$. $\frac{54}{72}$.
3. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{5}$ = $\frac{40}{60}$. $\frac{45}{60}$. $\frac{48}{60}$.
4. $\frac{5}{6}$. $\frac{3}{8}$. $\frac{2}{5}$ = $\frac{200}{240}$. $\frac{90}{240}$. $\frac{96}{240}$.
5. $\frac{3}{9}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$ = $\frac{18}{54}$. $\frac{27}{54}$. $\frac{36}{54}$.
6. $\frac{2}{4}$. $\frac{5}{8}$. $\frac{3}{4}$ = $\frac{64}{128}$. $\frac{80}{128}$. $\frac{96}{128}$.
7. $\frac{3}{8}$. $\frac{4}{6}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$ = $\frac{360}{960}$. $\frac{640}{960}$. $\frac{720}{960}$. $\frac{384}{960}$.
8. $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{5}$. $\frac{5}{6}$. $\frac{6}{7}$. $\frac{7}{8}$. $\frac{8}{9}$. $\frac{9}{10}$ = $\frac{3780}{7560}$.
$\frac{5040}{7560}$. $\frac{5670}{7560}$. $\frac{6048}{7560}$. $\frac{6300}{7560}$. $\frac{6480}{7560}$.
$\frac{6615}{7560}$. $\frac{6720}{7560}$. $\frac{6804}{7560}$.

An-

Anhang.

§. 344. Es kann und pflegt davon eine eigene Aufgabe gemacht zu werden/ wie man den Inhalt eines Bruchs erfahren ſolle: aber die Auflöſung iſt aus dem bisherigen völlig abzunehmen. Nemlich man erfährt den Inhalt.

1. Eines einfachen ächten Bruchs $\frac{16}{24}$. Thl. entweder durch die abbreviation (§. 327.) iſt $\frac{2}{3}$ Thlr. oder reſolution (§. 338.) iſt 16 gl.

2. Eines einfachen unächten Bruchs / $\frac{16}{4}$ Thlr. durch die Einrichtung/ (nach § 332.), iſt 4 Thlr.

3. Eines gedoppelten Bruchs/ $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ Thlr. wenn man ihn in einen einfachen verwandelt / (nach §. 336.) ſind $\frac{1}{8}$ Thlr. und den ferner verfährt/ wie n. 1. macht 3 gl.

§. 345. Es pflegt auch eine Aufgabe zu ſeyn/ wie man erfahren ſolle/ welcher unter 2 oder mehr Brüchen ſeinem Inhalt nach der gröſſeſte ſey/ die auch hin und wieder nützlich iſt. Z. E. welcher iſt unter $\frac{16}{24}$ und $\frac{13}{34}$ Thl. der gröſſeſte Bruch? B. A.

1. Bringe beyde Brüche unter einerley Nenner (nach § 342.): ſo entſtehen die beyden Brüche $\frac{544}{816}$ und $\frac{312}{816}$. ſo iſt

2. Unter den gegebenen Brüchen derjenige der gröſſeſte/ aus welchem der gröſte neue Zähler entſteht (§. 323 n. 6. a.). Folglich wäre es unter $\frac{16}{24}$ und $\frac{13}{34}$ der erſte $\frac{16}{24}$. Thlr.

Der

Der erſten SECTION
Anderes Capittel.
Von der ADDITION in Brüchen mit einer Sorte.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 346.

Was für Brüche ſich hie ſchicken?

Es können keine andere/ als Zahlen einer Art in eine Summe zuſam̃en addirt werden (§. 31). Folglich können in der addition mit Brüchen von einer Sorte keine andere/ als einfache Brüche von einer Art (§. 320.) gegeben werden. Weil aber Brüche von einer Art doch noch können ihren Nennern nach unterſchieden ſeyn (§ 321): ſo finden hier zwar auch ſolche Exempel ſtatt/ da Brüche von unterſchiedenen Nennern gegeben werden; jedoch können ſie nicht eher addirt werden/ als bis ſie unter einerley Nenner gebracht ſind. Denn ihre Zähler zeigen doch Theile von ungleicher gröſſe an (§. 321.).

II. Aufgaben.

Erſte Aufgabe.

§. 347. Brüche von einerley Nennern zu addiren. Z. E. $\frac{4}{8}$/ $\frac{5}{8}$/ $\frac{5}{8}$/ $\frac{3}{8}$ Thlr. V. A.

1. Setze alle Brüche unter einander herab/ und ziehe einen Strich darunter.

2. Schrei-

2. Schreibe alle Zähler zur rechten a part hin/ gegen ihre Brüche über.

3. Addire alle Zähler zuſammen/ und ſetze die Summe mit dem gegebenen Nenner Bruchweiſe unter die Linie hin.

4. Iſt die Summe ein unächter Bruch: ſo reducire ſie (nach §. 332.). hat ſie groſſe Zahlen/ ſo abbreviire ſie/ (nach §. 327.). ſtehet alſo:

Beweiß. Wenn Brüche einer Art einerley Nenner haben: ſo zeigen ihre Zähler Theile von einer gröſſe an (§. 321.). Wenn man nun alle gegebene Zähler zuſammen addirt: ſo hat man ſo viel Theile von einerley und eben derſelben gröſſe beyſammen/

$\frac{4}{8}$	4
$\frac{6}{8}$	6
$\frac{5}{8}$	5
$\frac{3}{8}$	3
	$\frac{18}{8}$
oder $2\frac{2}{8}\mid\frac{1}{4}$ Thlr.	

als alle Zähler zuſammen genommen ausmachen (§. 28.). daher darf man nur den gegebenen Nenner drunter ſetzen/ ſo hat man einen Bruch/ der allen gegebenen Brüchen gleich. Und alſo die Regul richtig.

Anmerckungen.

1. Die reduction des unächten Bruchs und die abbreviation n. 4. geſchiehet nur/ um den Inhalt der Summe deſto beſſer zu begreiffen (§. 332. a. 2. u. §. 327. a. 1.). Du kanſt ſie auch gar reſolviren (nach §. 338.) wo ſichs ſchickt/ und dirs beliebt.

2. Man kann die Brüche auch wohl hinter einander ſtehen laſſen: aber wenn die Zähler zu-

ſammen geſetzte Zahlen ſind: ſo kann leicht ein Irrung vorgehen (§. 39 n. 2. a. 2.).

3. Daß man die Zähler a part abſetzt / geſchicht / damit man ſie in ihrer addition nicht mit den Nennern verwechſele. Manche machen gar noch einen Perpendicular-Strich dazwiſchen. Man könnte in dieſem Fall auch den gemeinſchafftlichen Nenner nur oben einmahl für allemahl hinſchreiben / und die bloſſen Nenner unter einander hinſetzen.

4. Daß die gefundene Summe ($2\frac{1}{4}$ Thlr.) dem Inhalt aller Brüche zuſammen genommen gleich ſey / kann man auch daran erkennen / wenn man alle gegebene Brüche reſolvirt / und die gantzen Zahlen addirt. Z. E. $\frac{4}{8}$ Thlr. iſt 12 gl. $\frac{6}{8}$ Thlr. iſt 18 gl. $\frac{5}{8}$ Thlr. iſt 15 gl. $\frac{3}{8}$ Thlr. iſt 9 gl. dieſe gl. (nemlich 12. 18. 15. 9) zuſammen addirt ſind 2 Thlr. 6 gl. und eben ſo viel iſt auch $2\frac{1}{4}$ Thlr.

§. 348. Exempel der Ubung.

1. $\frac{5}{6}$. $\frac{3}{6}$. $\frac{4}{6}$. $\frac{1}{6}$. $\frac{2}{6}$. lb. fac $\frac{15}{6}$ oder $2\frac{3}{6}|\frac{1}{2}$ lb.
2. $\frac{8}{16}$. $\frac{12}{16}$. $\frac{14}{16}$. $\frac{6}{16}$ C. fac. $\frac{40}{16}$ oder $2\frac{8}{16}$ $\frac{1}{2}$ C.
3. $\frac{8}{10}$. $\frac{1}{10}$. $\frac{6}{10}$. $\frac{9}{10}$. $\frac{2}{10}$. $\frac{7}{10}$. $\frac{3}{10}$. $\frac{5}{10}$. $\frac{4}{10}$ St.
fac. $\frac{45}{10}$ oder $4\frac{5}{10}|\frac{1}{2}$ St.
4. $\frac{6}{18}$. $\frac{21}{18}$. $\frac{9}{18}$. $\frac{16}{18}$. $\frac{15}{18}$. $\frac{13}{18}$. fl. fac $\frac{70}{18}$ oder $3\frac{16}{18}|\frac{8}{9}$ fl.

Andere Aufgabe.

§. 349. Brüche von unterſchiedenen Nennern zu addiren. Z. E. $\frac{3}{8}$ / $\frac{4}{8}$ / $\frac{3}{4}$ / $\frac{2}{5}$ Thlr. V. A.

1. Setze ſie eben ſo hin / als §. 346. n. 1.)

2. Bringe ſie alle unter einerley Nenner, (nach §. 342.) jedoch mercke noch dis dabey / daß du

1. den

1. den general-Nenner oben a part hinſchreibeſt/ und mit einem halben Circul von den andern unterſcheideſt/und 2. die neuen Nenner zur rechten grade gegen ihre Brüche über/daraus ſie entſtehen/ ſetzeſt.

3. Nun haſtu Brüche von einerley Nenner. Daher verfahre ferner / wie in voriger Aufgabe (§. 346.) ſtehet alſo:

Beweiß: Die n. 2. gefundenen Brüche von einerley Nenner ſind den gegebenen gleich (§. 342.). Folglich iſt auch jener ihre Summe dem Inhalt aller gegebenen Brüche gleich/ und die Regul richtig.

	960
$\frac{3}{8}$	360
$\frac{4}{6}$	640
$\frac{3}{4}$	720
$\frac{2}{5}$	384

$\frac{2104}{960}$ Thl.

oder $1\frac{180}{960} | \frac{3}{16}$ Thl.

Anm. Warum man die Brüche vorher unter einerley Nenner bringe/ iſt (§. 346.). gezeiget.

Anm. 2. Auch dis erhellet/ wenn man die gegebenen Brüche reſolvirt/ und die gantzen Zahlen addirt (wie §. 347. a. 4.)

§. 350. Exempel zur Ubung.

1. $\frac{4}{5}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{5}{7}$. $\frac{5}{6}$. $\frac{8}{9}$. $\frac{2}{3}$ Thlr. fac/ $\frac{5863}{1260}$ oder $4\frac{823}{1260}$ Thlr.
2. $\frac{1}{3}$. $\frac{3}{5}$. $\frac{5}{8}$. $\frac{2}{4}$ St. fac. $\frac{888}{480}$ oder $1\frac{408}{480} | \frac{17}{20}$
3. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{6}$. $\frac{4}{5}$. $\frac{2}{3}$ L. fac. $\frac{918}{360}$ oder $2\frac{198}{360} | \frac{11}{20}$
4. $\frac{6}{8}$. $\frac{5}{6}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$ lb. fac. $\frac{792}{288}$ oder $2\frac{216}{288} | \frac{3}{4}$ lb.
5. $\frac{4}{6}$. $\frac{2}{4}$. $\frac{3}{5}$. $\frac{1}{8}$ C. fac. $\frac{762}{360}$ oder $2\frac{42}{360} | \frac{7}{30}$ C.

Der erſten SECTION
Drittes Capittel.
Von der
SUBTRACTION in Brüchen
mit einer Sorte.

I. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 351.

Was ſich für Brüche ſchicken? Es können keine andere/ als Zahlen einer Art von einander ſubtrahiret werden (§. 48.). Folglich finden hier keine Exempel ſtatt/ als darinn Brüche von einer Art gegeben werden. Jedoch können ſie wohl ungleiche Nenner haben / müſſen aber vorher unter einerley Nenner gebracht werden, wie in der addition (§. 346.).

Das der gröſte Bruch das integrum ſeyn müſſe. § 352. Der ſubtrahendus kann nicht gröſſer ſeyn / als das integrum (§. 45.). Folglich muß der (ſeinem Inhalt nicht Zahlen nach) gröſte Bruch / allemahl zum integro angenommen / und in der operation geborget werden/ (wie §. 46. u. §. 51.). Welcher aber unter zweenen Brüchen der gröſſeſte ſey / iſt an ihren Zählern leicht abzunehmen/ wenn ſie entweder einerley Nenner haben (§. 323. n. 6. a.) oder unter einerley Nenner gebracht ſind (§. 345.).

II. Auf-

II. Aufgaben.

Erſte Aufgabe.

§. 353. Brüche von gleichen Nennern zu ſubtrahiren. Z. E. ſubtrahire $\frac{144}{380}$ von $\frac{326}{380}$ Thlr.

B. A.

1. Schreibe die beyden Brüche über einander/ ſo daß das integrum oben und der ſubtrahendus unten zu ſtehen komme. (§. 54. n. 1.).

2. Subtrahire den Zähler des ſubtrahendi von dem Zähler des integri, (wie ſonſt §. 54.). und den Reſt ſetze mit dem gegebenen Nenner Bruchweiſe unter die Linie.

3. Den Bruch unter der Linie/ (als den Reſt) kannſtu nach befinden und belieben abbreviiren (§. 327.) und reſolviren (§. 338.). ſtehet alſo:

$$\frac{326}{380} - \frac{144}{308} = \frac{182}{380} = \frac{91}{190}\ \text{Thl.}$$

Beweiß. In Brüchen von einerley Art und Nennern bedeuten ihre Zähler Theile von einer Art und Gröſſe an (§. 321.). Wenn man nun den Zähler des ſubtrahendi von dem Zähler des integri ſubtrahiret: ſo zeiget der Reſt/ wie viel Theile von eben der gröſſe von dieſen übrig ſind (§. 42.). Daher darf man nur den gegebenen Nenner darunter ſetzen und der Bruch iſt der Reſt des integri nach Abzug des ſubtrahendi. und alſo die Regul richtig.

Anmerckungen.

1. n. 3. dient nur den rechten Inhalt des Reſtes einzuſehen/ und iſt nicht nothwendig/ ſondern willkührlich.

 2. Man

2. Man könnte die Zähler auch wohl zur rechten a part abſetzen/ als in der addition (§. 347. n. 3.) doch iſt es hier ſo nöthig nicht/ weil allemahl nur 2 Zahlen gegeben werden (§. 43. a.)/ da man Zähler und Nenner nicht ſo leicht verwechſeln kann.

3. Daß der gefundene Bruch der rechte Reſt ſey/ kann man auch erkennen/ wenn man die gegebenen Brüche reſolvirt/ und die gantzen Zahlen ſubtrahirt. Z. E. $\frac{3}{6}$ von $\frac{4}{6}$ Thlr. bleibt $\frac{1}{6}$ Thlr. das erkenne alſo: $\frac{3}{6}$ iſt 12 gl. $\frac{4}{6}$ iſt 16 gl. 12 gl. von 16 gl. bleiben 4 gl. und eben ſo viel iſt auch $\frac{1}{6}$ Thlr.

§. 254. Exempel zur Ubung.

1. $\frac{6}{8}$	von $\frac{7}{8}$	bleibt $\frac{1}{8}$	5. $\frac{34}{48}$	von $\frac{44}{48}$	bleibt $\frac{10}{48}$
2. $\frac{5}{9}$	— $\frac{8}{9}$	— $\frac{3}{9}$	6. $\frac{48}{63}$	— $\frac{56}{63}$	— $\frac{8}{63}$
3. $\frac{13}{25}$	— $\frac{18}{20}$	— $\frac{5}{20}$	7. $\frac{100}{300}$	— $\frac{250}{300}$	— $\frac{150}{300}$
4. $\frac{15}{24}$	— $\frac{20}{24}$	— $\frac{5}{24}$	8. $\frac{50}{70}$	— $\frac{65}{70}$	— $\frac{15}{70}$

Andere Aufgabe.

§. 355. Brüche von ungleichen Nennern zu ſubtrahiren. Z. E. $\frac{4}{6}$ von $\frac{7}{8}$ Thlr. V. A.

1. Setze die Brüche über einander/ (wie § 353 n. 1.).

2. Bringe ſie unter einerley Nenner/ (wie §. 242. n. I.) ausgenommen/ daß du den neuen general-Nenner oben a part, und die neuen Zähler ihren Brüchen gegen über zur rechten ſetzeſt/ wie in der addition (§. 349. n. 2.)

3. Nun

3. Nun haſtu Brüche von einerley Nenner. daher verfahre ferner/ (wie §. 353.) ſtehet alſo:

Beweiß. Die n. 2. gefundenen Brüche von einerley Nennern ſind den gegebenen gleich (§. 342.). Folglich iſt auch ihr Reſt dem Reſt der gegebenen gleich. und die Regul richtig.

$$\begin{array}{l} \;\;48 \\ \tfrac{7}{8}\,42 \\ \tfrac{4}{6}\,32 \\ \hline \tfrac{10}{48} = \tfrac{5}{24}\ \text{Thlr.} \end{array}$$

Anm. 1. Warum man die Brüche zuvor unter einerley Nenner bringen müſſe / iſt (§. 350.) gezeiget.

Anm. 2. Man kann ſich auch dis vorſtellen/wenn man die gegebenen Brüche reſolvirt/ und die gantzen Zahlen ſubtrahirt. Z. E. $\frac{7}{8}$ Thlr. iſt 21 gl. $\frac{4}{6}$ Thlr. iſt 16 gl. 16 gl. von 21 gl. bleiben 5 gl. und eben ſo viel iſt auch $\frac{5}{24}$ Thlr.

§. 356. Exempel zur Ubung.

1. $\frac{3}{5}$ von $\frac{6}{7}$ bleibt $\frac{9}{35}$
2. $\frac{3}{8}$ — $\frac{6}{9}$ — $\frac{21}{72}$
3. $\frac{3}{9}$ — $\frac{3}{6}$ — $\frac{9}{54}$
4. $\frac{4}{12}$ — $\frac{6}{8}$ — $\frac{40}{96}$
5. $\frac{9}{12}$ von $\frac{6}{7}$ bleibt $\frac{23}{84}$
6. $\frac{6}{10}$ — $\frac{3}{4}$ — $\frac{6}{40}$
7. $\frac{12}{18}$ — $\frac{3}{4}$ — $\frac{6}{72}$
8. $\frac{4}{25}$ — $\frac{18}{12}$ — $\frac{152}{300}$
9. $\frac{2}{4}$ von $\frac{4}{8}$ geht auf.

Der erſten SECTION Viertes Capittel. Von der MULTIPLICATION in Brüchen mit einer Sorte.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 357.

Was ſich für Brüche ſchicken?

DEr multiplicandus und multiplicans dürffen nicht eben Zahlen von einer Art ſeyn (§. 62). Folglich können hier auch Brüche von U. Art gegeben werden/ und Brüche von ungleichen Nennern dürffen eben nicht unter einerley Nenner gebracht werden: jedoch mögen es auch wohl Brüche von einer Art und Nennern ſeyn.

Daß man ſie verwechſeln könne.

§. 358. Man kann den multiplicandum und multiplicantem hier auch verwechſeln/ es kommt doch einerley Summe; jedoch muß dieſe den Nahmen von jenem führen (§. 64. und 70.) Was hier ſonſt zu erinnern wäre/ wird ſich in den Anmerckungen bey der Aufgabe ſelbſt beſſer beybringen und verſtehen laſſen.

II. Aufgabe.

§. 359. Einen Bruch durch einen Bruch zu multipliciren. Z. E. $\frac{2}{3}$ durch $\frac{3}{4}$ lb. V. A.

1. Multiplicire beyde Zähler/ und Nenner zuſammen.

2. Die

2. Die Summe der Zähler mache zum neuen Zähler/ und der Nenner zum neuen Nenner: ſo iſt der Bruch ($\frac{6}{12}$) das verlangte product.

3. Den Bruch abbreviire und reſolvire nach befinden und belieben. ſtehet alſo:

$$\frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \text{fac.}\ \frac{6}{12}\ \Big|\ \frac{1}{2}\text{ Thlr. oder 12 gl.}$$

Anmerckungen und Erweiß.

1. Dieſe Species iſt der operation nach die allerleichteſte/ aber dem Grunde nach faſt die allerſchweerſte und verwirrteſte. Denn da die multiplication ſonſt mehr bringt/ als im multiplicando gegeben iſt/ nemlich eine Zahl/ die den multiplicandum ſo oft in ſich hält/ als der multiplicans vniteten hat (§. 58.): ſo entſtehet hier im Gegentheil ein Bruch zum product, ſo weniger iſt/ als der multiplicandus, nemlich nur ſo viel Theile davon/ als der multiplicans anzeiget. Z. E. $\frac{2}{3}$ iſt 16 gl. $\frac{3}{4}$ von 16 gl. iſt 12 gl. und ſo viel hält das product $\frac{6}{12}$ Thlr. auch in ſich. Und daraus erhellet.

2. Daß einen Bruch durch einen Bruch multipliciren in der That ſo viel heiſſe/ als einen Bruch ſuchen/ deſſen Inhalt ſo viel Theile von oder aus dem multiplicando ausmache/ als der multiplicans andeutet. Z. E. $\frac{2}{3}$ durch $\frac{3}{4}$ multipliciren heißt/ einen Bruch ($\frac{6}{12}$) ſuchen/ deſſen Inhalt ſo viel ſey/ als $\frac{3}{4}$ aus $\frac{2}{3}$ Thlr. Und daher erhellet ferner:

3. Daß die Auflöſung und operation völlig mit der Voraufgabe (§ 336. n. I.) einen gedoppelten Bruch in einen einfachen zu verwandeln / übereinkommen müſſe / wie auch der Augenſchein ausweiſet: und daß daher auch eben der Erweiß und eben die Erläuterung an einer Linie und durch die reſolution hier ſtatt finde. Z. E. obiges Exempel iſt durch die reſolution ſchon erläutert a. 1. an einer Linie geſchicht es alſo:

$\frac{3}{4}$ aus $\frac{2}{3}$ 3 Theile.

$\frac{6}{12}$ 12 Theile.

4. Jedennoch aber, weil die Aufgabe hier in andern terminis geſchiehet / indem der multiplicandus und multiplicans nicht zuſammen einen gedoppelten Bruch ausmachen / ſondern ein jeder für ſich ein beſonderer Bruch iſt: ſo kann man auch noch nachfolgenden Erweiß mercken.

a. Wenn man den Nenner des multiplicandi (3) durch den Nenner des multiplicantis (4) multiplicirt / und den Zähler (2) ungeändert läßt: ſo iſt der kommende Bruch ($\frac{2}{12}$) weniger / und ſteckt ſo vielmahl in dem gegebenen multiplicando ($\frac{2}{3}$), als der Nenner des multiplicantis (4) vniteten hat (§. 323. n. 8.). d. i. $\frac{2}{12}$ iſt $\frac{1}{4}$ aus $\frac{2}{3}$.

b. Wenn man aber auch dieſes Bruchs ($\frac{2}{12}$) Zähler (2) durch den Zähler des multiplicandi (3)

(3) multiplicirt und den Nenner (12) ungeändert läßt: ſo hält der kommende Bruch ($\frac{6}{12}$) den vorigen ($\frac{2}{16}$) ſo oft in ſich / als der Zähler des multiplicantis (3) vniteten hat. (ibid.). d. i. $\frac{6}{12}$ iſt 3 mahl ſo viel / als $\frac{2}{12}$.

c. Da nun der neue Bruch in a. ($\frac{2}{12}$) ein ſolcher Theil war von dem gegebenen ($\frac{2}{3}$) / als der Nenner des multiplicantis (4) andeutete / (nemlich $\frac{1}{4}$); und er in b. noch ſo vielmahl ſo groß worden / als der Zähler des multiplicantis (3) vniteten hat: ſo hält der letzte Bruch ($\frac{6}{12}$) auch nothwendig ſo viel ſolcher Theile von dem gegebenen ($\frac{2}{3}$) in ſich / als der Zähler und Nenner des multiplicantis ($\frac{3}{4}$) andeutet. d. i. da $\frac{2}{12}$ ſo viel iſt / als $\frac{1}{4}$ aus $\frac{2}{3}$; und $\frac{6}{12}$ 3 mahl ſo viel iſt / als $\frac{2}{12}$: ſo muß $\frac{6}{12}$ nothwendig $\frac{3}{4}$ aus $\frac{2}{3}$ ſeyn.

d. Nun aber wird laut der Regul nicht allein der Nenner des multiplicandi (3) durch den Nenner des multiplicantis (4) multiplicirt wie in a.; ſondern auch der Zähler (2) / durch den Zähler (3) wie in b. Folglich muß der kommende Bruch ſo viel ſolcher Theile vom multiplicando in ſich halten / als der multiplicans anzeiget / und alſo iſt die Regul richtig.

5. Wenn es alſo eine eigentliche multiplication ſeyn ſollte: ſo müſte man nur allein den Zähler des multiplicandi (2) durch den Zähler des multiplicantis (3) multipliciren; die Summe (6) mit dem Nenner NB. des multiplicandi (3) in einen Bruch ſetzen; und denſelben Bruch für

($\frac{6}{3}$) für die geſuchte Summe annehmen. Denn der wäre 3 mahl ſo groß/als der gegebene multiplicans $\frac{2}{3}$ (§. 323. n. 8.). Und ſo iſt es auch in der regul de tri in ſolchem Fall/ da im erſten Satz nur ein ſolcher Theil ſteht/ davon im dritten Satz mehrere vorhanden ſind. Z. E.
$\frac{1}{4}$ lb. — $\frac{2}{3}$ Thlr. — $\frac{3}{4}$ lb. ? fac. $\frac{6}{3}$ Thlr. oder 2 Thlr.
Iſt eben ſo viel / als wenn das Ex. ohne Bruch hieſſe:

8 L. — 16 gl. — 24 L.? fac. 2 Thlr.

denn ſo viel gelten die Brüche/ wenn ſie reſolvirt werden.

6. Wollte man aber fragen / warum man denn das einen Bruch multipliciren nenne / da man doch weniger heraus bringe / als der multiplicans in ſich hält: ſo müſte man ſich endlich mit der Antwort begnügen laſſen / (quia ſic voluere parentes, und verba valent vt nummi) Weil es von alters her ſo beliebet worden. Allein man kann doch auch noch einigen Grund dazu in der Sache ſelbſt finden. Denn zugeſchweigen/ daß es die Natur der Brüche nicht wohl anders zuläſſet/ſo iſt es um der gemeinen regul de tri willen nöthig / und zwar ſonderlich in den ſo genannten multiplications-Exempeln / da im erſten Satz 1 ſtehet. Z. E. nach obigen Ex. 1 lb. — $\frac{2}{3}$ Thlr. — $\frac{3}{4}$ lb. ? da ſoll nach der allgemeinen Regul (§. 261.) der andere Satz ($\frac{2}{3}$) durch den dritten ($\frac{3}{4}$) multiplicirt werden / es findet aber keine andere multiplication ſtatt / als dieſe / daß

man

man ſuche/ wie viel $\frac{3}{4}$ aus $\frac{2}{3}$ Thlr. ausmache/ wenn man die vierte unbekannte Zahl haben will. Denn weil der dritte Satz $\frac{3}{4}$ aus dem erſten Satz (1 lb.) iſt: ſo muß vermöge der proportion der vierte Satz auch $\frac{3}{4}$ aus dem andern ($\frac{2}{3}$ Thlr.) ſeyn. d.i. $\frac{6}{12}$ oder 12 gl. wie ſolches in der regul de tri künftig durch und durch mit mehrern erhellen wird.

7. Eben daher iſt auch zu erkennen/ daß das product auch (reciproce) ſo viel ſolcher Theile aus dem multiplicante ausmache/ als der multiplicandus andeutet/ wenn man jenem die Bedeutung des multiplicandi beylegt. Denn der vierte Satz verhält ſich auch ſo gegen dem dritten/ als der andere gegen dem erſten (§. 245. n. 4.) Z. E. $\frac{6}{12}$ iſt auch $\frac{2}{3}$ aus $\frac{3}{4}$ Thlr. denn $\frac{3}{4}$ Thl. iſt 18 gl. $\frac{2}{3}$ von 18 gl. iſt auch 12 gl. ꝛc.

8. Zuletzt iſt noch zu bemercken/ daß dieſe multiplication doch auch nicht/ wie einige zu reden pflegen/ (re vera) in der That eine diviſion ſey. Denn man ſuchet nicht/ wie oft. Z. E. $\frac{3}{4}$ in $\frac{2}{3}$ Thlr. ſtecke? (welches dividiren hieſſe/ §. 77.). ſondern nur einen Bruch/ der eben ſo viel als $\frac{3}{4}$ aus $\frac{2}{3}$ ausmache.

§. 360. Exempel zur Ubung.

1. $\frac{3}{6}$ thl. mit $\frac{4}{8}$ macht $\frac{12}{48}$ thl.	6. $\frac{10}{16}$ gl. — $\frac{8}{9}$ — $\frac{80}{144}$ gl.
2. $\frac{2}{9}$ lb. — $\frac{3}{5}$ — $\frac{6}{45}$ lb.	7. $\frac{16}{32}$ Pf. — $\frac{3}{4}$ — $\frac{48}{128}$ Pf.
3. $\frac{6}{10}$ C. — $\frac{5}{8}$ — $\frac{30}{80}$ L.	8. $\frac{5}{8}$ Rfl. — $\frac{9}{16}$ — $\frac{45}{128}$ fl.
4. $\frac{5}{7}$ L. — $\frac{3}{9}$ — $\frac{15}{63}$ L.	9. $\frac{18}{34}$ — $\frac{12}{18}$ — $\frac{216}{612}$
5. $\frac{4}{5}$ St. — $\frac{2}{9}$ — $\frac{8}{45}$ St.	10. $\frac{9}{24}$ — $\frac{5}{7}$ — $\frac{45}{168}$

Der

Der erſten SECTION Fünfftes Capittel. Von der DIVISION in Brüchen mit einer Sorte.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 361.

Was ſich hie für Brüche ſchicken?

DEr diviſor und dividendus dürfen nicht eben Zahlen von einer Art ſeyn (§ 84). und daher können hier auch Brüche von unterſchiedener Art und Nennern gegeben werden: jedoch weil die operation in Brüchen von einerley Nennern am bequemſten geſchehen kann/ ſo werden wir ſehen/ daß ſie nach der gemeinen Regul / ob wohl ſehr verborgen / darunter gebracht werden.

Wie viel Aufgaben nöthig?

§. 362. Wir wollen daher zwoo Aufgaben machen 1. Brüche von einerley/ und 2. Brüche von unterſchiedenen Nennern zu dividiren/ und zwar darum/damit die letzte Aufgabe durch die erſte möge erläutert und leicht gemacht werden. Was ſonſt noch zu erinnern wäre/wird ſich bey den Aufgaben ſelbſt am beſten beybringen und verſtehen laſſen.

II. Aufgaben.

Erſte Aufgabe.

§. 363. Brüche von einerley Nennern zu di-

dividiren: Z. E. 1. $\frac{4}{8}$ Thlr. durch $\frac{2}{8}$ lb. 2. $\frac{5}{8}$ Thlr. durch $\frac{2}{8}$ lb. 3. $\frac{3}{8}$ Thlr. durch $\frac{4}{8}$ lb. V a.

1. Dividire mit dem Zähler des diviſoris den Zähler des dividendi, ſo iſt der quotient das verlangte facit.

2. Wenn von dem Zähler des dividendi ein Reſt bleibt, ſo ſetze ihn mit dem Zähler des diviſoris Bruchweiſe hinter den quotienten hin (wie in gantzen Zahlen §. 96.).

3. Wenn der Zähler des diviſoris gröſſer iſt, als des dividendi, ſo ſetze ſie über ein ander in einen Bruch. (wie in gantzen Zahlen §. 92.)

Hiernach ſtehen obige 3 Exempel nach den angeführten 3 Fällen alſo:

$$1.\ \frac{2}{8}\ \text{in}\ \frac{4}{8}\quad \frac{4}{2}\Big|\,2 \qquad 2.\ \frac{2}{8}\ \text{in}\ \frac{5}{8}\quad \overset{1}{\frac{5}{2}}\Big|\,2\frac{1}{2} \qquad 3.\ \frac{4}{8}\ \text{in}\ \frac{3}{8}\ \text{iſt}\ \frac{3}{4}$$

Anmerckungen und Erweiß.

1. Wenn man der Sache recht nachdenckt: ſo ſieht es mit dieſer diviſion faſt eben ſo finſter aus, als mit der multiplication. Denn wenn man annimmt, man ſuche in der diviſion, wie oft ein Bruch in dem andern ſtecke (§ 77.): ſo hat es endlich wohl mit dem erſten und andern Ex. oder Fall ſeine Richtigkeit: aber mit dem letzten will es nicht fort. Denn wenn Brüche einerley Nenner haben, ſo ſteckt der eine ſo oft in dem andern, als ſein Zähler in des andern ſeinem ſteckt (§. 323. n. 6.). und das findet man, wenn man

mit

mit demſelben Zähler in den andern dividirt (§. 77.). Und eben das iſt offenbar/ wenn man die Brüche als Brüche einer Art anſiehet und reſolvirt/ und die gantzen Zahlen dividirt. Z. E. 1. $\frac{2}{8}$ Thlr. iſt 6 gl. $\frac{4}{8}$ Thlr. iſt 12 gl. 6 gl. in 12 gl. habe ich 2 mahl. 2. $\frac{2}{8}$ iſt 6 gl. $\frac{5}{8}$ iſt 15 gl. 6 gl. in 15 gl. habe ich 2 mahl und $\frac{1}{2}$ mahl. d. i. 3 gl. 3. $\frac{4}{8}$ iſt 12 gl. $\frac{3}{8}$ iſt 9 gl. 12 gl. in 9 gl. kann ich nicht: daher machte man einen Bruch (§. 92.) $\frac{9}{12}$. wenn man den abbreviirt/ ſo entſtehet auch $\frac{3}{4}$. aber keiner zeiget an/ wie oft der diviſor (12) im dividendo (9) ſtecke/ (denn er ſteckt keinmahl drinn/): ſondern nur/ wie viel ein jeder unter zwölffen von 9 gl. bekomme (§. 96. u. 92.) nemlich $\frac{9}{12}$ NB. nicht Thlr. ſondern gl. Hingegen

2. Wenn man annimmt / man ſuche in der diviſion, wie viel ein jeder von dem Inhalt des einen Bruchs empfange/ wenn ſich ſo oder ſo viel Theile darein theilen wollen (§. 77. a. 1, 2.). Z. E. wie viel ein jedes acht-Theil lb. von dem Werth der $\frac{4}{8}$ Thlr. empfange/ wenn ſich $\frac{2}{8}$ lb. darein theilen ſollten: ſo ſieht es ſehr verkehrt aus. denn da muß man bey dem quotienten die Benennung des dividendi ſetzen (§ 84.); und ſo käme heraus/ daß jedes mehr bekäme / als der gantze dividendus ausmacht. Z. E. 1. $\frac{2}{8}$ in $\frac{4}{8}$ Thlr. brächte 2 Thlr. und $\frac{4}{8}$ iſt doch nur 12 gl. 2 $\frac{2}{8}$ in $\frac{5}{8}$ Thlr. brächte $2\frac{1}{2}$ Thlr. und $\frac{5}{8}$ iſt doch nur 15 gl. 3. $\frac{4}{8}$ in $\frac{3}{8}$ Thlr. brächte $\frac{3}{4}$ NB. nicht gl. (wie vorhin

a. 1.)

a. 1.) ſondern $\frac{3}{4}$ Thlr. d. i. 18 gl. und $\frac{3}{8}$ iſt doch nur 9 gl.

3. Wenn nun jemand fragen ſollte/ warum man denn eine ſolche verkehrte diviſion habe: ſo müſte man ihm zum theil antworten/ wie bey der multiplication (§. 359. a. 6.): Zum theil aber iſt hie doch noch dis beſonders 1. daß es doch in der Bedeutung der diviſion, wie oft ein Bruch in dem andern ſtecke? in den erſten Fällen zutreffe. 2. daß es in der regul de tri, ſonderlich in den ſo genannten diviſions-Exempeln nöthig und richtig ſey. Z. E.

1. $\frac{2}{8}$ lb. — $\frac{4}{8}$ Thlr. — 1 lb.? fac. 2 Thlr. iſt ſo viel/ als 8 L. — 12 gl. — 1 lb.? fac. 48 gl oder 2 Thlr.

2. $\frac{2}{8}$ lb. — $\frac{5}{8}$ Thlr. — 1 lb.? fac. $2\frac{1}{2}$ Thlr. iſt ſo viel/ als 8 L. — 15 gl. — 1 lb.? fac. 60 gl. oder 2 Thlr. 12 gl.

3. $\frac{4}{8}$ lb. — $\frac{3}{8}$ Thlr. — 1 lb.? fac. $\frac{3}{4}$ Thlr. iſt ſo viel/ als 16 L. — 9 gl. — 1 lb.? fac. 18 gl.

Denn weil 1 gantzes lb. im dritten Satz mehr iſt/ als die im erſten Satz ſtehende Brüche von lb. ſo muß auch der vierte Satz mehr ſeyn/ als der andere/ und zwar ſo viel mahl ſo viel/ als 1 lb. ſolchen Bruch in ſich hält/ oder der Bruch in 1 lb. enthalten iſt. Und das findet man auf beſagte Weiſe/ wie der Augenſchein ausweiſet.

4. Solchemnach hieſſe einen Bruch durch einen Bruch dividiren in der That ſo viel/ als ſuchen/ wie viel der gegebene dividendus ausmache/

che/ wenn man ihn ſo viel mahl nimmt/ als der Zähler des diviſoris in ſeinem Nenner ſteckt/(denn der Nenner(8)iſt dem gantzen(1 lb.)gleich(§. 323. n. 1.). Z. E. $\frac{2}{8}$ in $\frac{4}{8}$ fac. 2 Thlr. da ſteckt 2 in 8/4 mahl. und 2 Thlr. iſt 4 mahl ſo viel/ als $\frac{4}{8}$ Thlr. oder 12 gl.

5. Wenn man daher einen ſolchen Bruch aus dem gegebenen dividendo ($\frac{4}{8}$) ſuchen wollte/ der eben das anzeigete: ſo dürfte man nur den Zähler deſſelben (4) mit dem quotienten des Zählers des diviſoris (2) in ſeinen Nenner (8) (welches 4 iſt) multipliciren/ und den vorigen Nenner darunter ſetzen. hieſſe $\frac{16}{8}$ Thlr. macht auch 2 Thlr. (nach §. 332.) aber das geht nur in ſolchem Fall an/ wenn der Zähler des diviſoris den Nenner aufhebt.

6. Sonſt wenn man im eigentlichen Verſtande einen Bruch durch den andern dividiren wollte/ nemlich daß man ſuchte/ wie viel ein jeder ſolcher Theile/ als der Nenner des diviſoris anzeiget/ von dem Inhalt des dividendi bekäme/ wenn ſich ihrer ſo viel/ als der Zähler des diviſoris andeutet/ darinn theilen wollten/ es möchten übrigens NB. die Brüche einerley Nenner haben oder nicht: ſo dürfte man nur mit dem Zähler des diviſoris in den Zähler des dividendi dividiren/ aber NB. den quotienten mit dem Nenner des dividendi in einen Bruch ſetzen/ ſo zeigete dieſer Bruch das quantum an: Z. E. $\frac{2}{4}$ in $\frac{4}{8}$ Thlr. wäre $\frac{2}{8}$ Thlr. etc. Das fundament ſteckt (§. 323. n. 9.) und wird in der regul de tri bey ſolchen Exempeln zu ſehen ſeyn/ da im dritten Satz nur ein ſolcher Theil iſt/ davon im erſten Satz mehrere vorhanden ſind. Z. E. obiges Exempel ſtünde alſo:

$\frac{2}{4}$ lb. — $\frac{4}{8}$ — $\frac{1}{4}$ lb.? fac. $\frac{2}{8}$ Thlr. iſt ſo viel/ als
16 L. — 12 gr. — 8 L.? fac. 6 gl.

Das geht aber auch nur füglich an/ wenn der Zähler des dividendi in den Zähler des diviſoris grade aufgeht. Wenn aber

aber ein Reſt bleibt. ſo müſte er mit dem letzten einen **Bruch** machen / der noch Theile aus einem ſolchen Theil andeutete / als der **Nenner** des dividendi anzeiget. Und alſo würde das facit ein gedoppelter Bruch ſeyn. Z. E.

$\frac{3}{4}$ in $\frac{4}{6}$ fac. $\frac{1}{6}$ und $\frac{1}{3}$ gl oder $\frac{1\frac{1}{3}}{6}$ oder $\frac{10}{18}$ gl.

§. 364. Exempel zur Ubung.

1. $\frac{3}{6}$ in $\frac{4}{6}$ gl. fac. $1\frac{1}{3}$ gl.
2. $\frac{2}{5}$ in $\frac{4}{5}$ lb. f. 2 lb.
3. $\frac{3}{8}$ in $\frac{7}{8}$ C. f. $2\frac{1}{3}$ C.
4. $\frac{6}{9}$ in $\frac{8}{9}$ L. f. $1\frac{2}{6}$ L.
5. $\frac{2}{12}$ in $\frac{10}{12}$ Thl. f. 5 Thl.
6. $\frac{8}{14}$ in $\frac{13}{14}$ Rfl. f. $1\frac{5}{8}$ Rfl.
7. $\frac{9}{12}$ in $\frac{4}{12}$ Wl. f. $\frac{4}{9}$ Wl.
8. $\frac{6}{8}$ in $\frac{4}{8}$ St. f. $\frac{4}{6}$ St.

it. nach Anm. 5. 1. $\frac{3}{8}$ in $\frac{6}{8}$ gl. fac. $\frac{2}{8}$ gl.

2. $\frac{4}{5}$ in $\frac{9}{12}$ C. fac. $\frac{2\frac{1}{4}}{12}$ C. oder $\frac{9}{48}$ L.

3. $\frac{6}{8}$ in $\frac{8}{10}$ lb. f. $\frac{1\frac{2}{6}}{10}$ lb. oder $\frac{7}{60}$ lb.

Andere Aufgabe.

§. 365. Brüche von ungleichen **Nennern** zu dividiren. Z. E. 1. $\frac{3}{4}$ Thlr. durch $\frac{2}{6}$ lb. 2. $\frac{3}{6}$ Thlr. durch $\frac{2}{3}$ lb.

1. Kehre den NB. diviſorem um / ſo daß der Zähler der **Nenner** / und der **Nenner** der Zähler werde.

2. Multiplicire Zähler und Nenner mit einander / und aus ihren Summen mache einen neuen Bruch / (wie in der multiplication §. 359.). ſo haſtu das facit.

3. Den neuen Bruch / wenn er unächt iſt / reducire in ſeine gantze (§. 332.) / wenn er ächt iſt / ſo abbreviire und reſolvire ihn nach befinden und belieben (§. 327. u. §. 338.). Hiernach ſtehen beyde Exempel alſo:

1. $\frac{2}{6}\Big|\frac{6}{2}$ in $\frac{3}{4}$ fac. $\frac{18}{8}$ oder $2\frac{2}{8}$ Thlr.

2. $\frac{2}{3}\Big|\frac{3}{2}$ in $\frac{3}{6}$ fac. $\frac{9}{12}\overset{3}{\Big|}\frac{3}{4}$ Thlr. oder 18 gl.

Anmerckungen und Erweiß.

1. Der Grund der operation iſt ſehr verſteckt/ wird aber durch die erſte Aufgabe deutlich. Nemlich es werden in der That die Brüche 1. unter einerley Nenner gebracht/ und denn 2. nach voriger Aufgabe dividirt. Denn

a. indem man den diviſorem umkehrt / und denn Zähler und Nenner mit einander multiplicirt: ſo wird in der That eines jeden Bruchs Zähler mit dem Nenner des andern multiplicirt.

b. Nun aber haben wir (§. 242. n. I.) geſehen/ daß man dadurch zweene neue Zähler bekomme/ welche einerley Nenner/ (nemlich die Summe beyder Nenner) haben. Und alſo

c. ſind die beyden Sum̃en n. 2. die einen Bruch machen/ in der That die beyden neuen Zähler/ welche entſtünden/ wenn man die gegebenen Brüche (nach §. 342. n. I.) unter einerley Nenner brächte. Und zwar/ die oberſte Summe (oder der Zähler)/ iſt der neue Zähler des dividendi, die unterſte aber (oder der Nenner) der neue Zähler des diviſoris. Den gemeinſchaftlichen Nenner aber braucht man nicht eben zu ſuchen/ weil man

man in Brüchen von einerley Nennern den Nenner fahren läßt und nur die Zähler dividirt (§.363.). Und das letzte geſchicht hier n. 3. denn

d. wenn der n 3. befindliche Bruch unächt iſt/ ſo iſt der neue Zähler des dividendi gröſſer/ als des diviſoris, und kann durch dieſen dividirt werden (§. 363. n. 1.2.)/ und das geſchicht hier/ wenn er reducirt wird: Iſt er aber ächt/ ſo iſt der neue Zähler des dividendi kleiner/ und muß mit dem diviſore Bruchweiſe hingeſetzt werden (§. 363. n 3.)/ und das geſchicht auch hier/ wenn der Bruch ſtehen bleibt/ oder doch nur abbreviirt und reſolvirt wird.

Folglich hat es mit der operation angezeigtem Grunde nach ſeine Richtigkeit.

2. Solchemnach würde die Regul viel deutlicher ſeyn/ wenn ſie hieſſe: 1. bringe beyde Brüche unter einerley Nenner/ (nach §.342.) 2. alsdenn operire ferner/ wie (§. 364.). ſo ſtünden beyde Exempel alſo:

1. $\frac{2}{6}\ \frac{3}{4} = \frac{8}{24}\ \frac{18}{24}$ fac. $\frac{18}{8} \mid 2\frac{2}{8}$ Thlr.

2. $\frac{2}{3}\ \frac{3}{6} = \frac{12}{18}\ \frac{9}{18}$ fac. $\frac{9}{12} \mid \frac{3}{4}$

Es iſt aber die operation etwas weitläuftiger/ daher man bey voriger alten und allgemeinen/ ob wohl verwirrtern Regul bleiben kann/ und ſie hiernach verſtehen muß.

3. Daraus erhellet denn auch/ warum man den NB. diviſorem und nicht den dividendum umkehren müſſe. Denn kehrte man den dividendum um/ſo käme in dem neuen Bruch (n. 3.) der neue Zähler des diviſoris oben und des dividendi unten zu ſtehen/und alſo würde jener durch dieſen dividirt/ und käme ein verkehrtes facit.

Z. E. $\frac{2}{6}$ in $\frac{3}{4} \Big| \frac{4}{3}$ fac. $\frac{8}{18}$ Thlr. und ſoll doch $\frac{18}{8}$ Thlr. ſeyn. Siehe a. 2.

4. Dieſe Aufgabe iſt die eigentliche gemeine **Regul** der diviſion in Brüchen/ darnach man nach gemeiner Art auch die **Brüche von einerley Nennern** zu tractiren pflegt.

Z. E. $\frac{2}{8} \Big| \frac{8}{2}$ in $\frac{4}{8}$ fac. $\frac{32}{16} \Big| 2$ etc.

Und alſo iſt die erſte **Aufgabe** (§. 364.) ſchon ein **wircklicher Vortheil**: ich habe ſie aber mit fleiß vorangeſetzt/ weil man dieſe andere Aufgabe ſonſt noch viel ſchwerer faſſen würde. Sonſt aber gilt nun alles/ was in den Anmerckungen der erſten Aufgabe von der Natur der diviſion geſagt iſt/ auch hier und man kann es nun ſelbſt hierauf appliciren.

§. 366. Exempel zur Ubung.

1. $\frac{3}{8}$ in $\frac{5}{6}$ fac. $\frac{40}{10}$
2. $\frac{4}{6}$ in $\frac{3}{4}$ f. $\frac{18}{16}$
3. $\frac{9}{12}$ in $\frac{7}{8}$ f. $\frac{84}{72}$
4. $\frac{4}{8}$ in $\frac{5}{7}$ f. $\frac{40}{28}$
5. $\frac{2}{3}$ in $\frac{7}{8}$ f. $\frac{21}{16}$
6. $\frac{3}{4}$ in $\frac{5}{6}$ fac. $\frac{20}{18}$
7. $\frac{5}{8}$ in $\frac{5}{7}$ f. $\frac{40}{35}$
8. $\frac{3}{9}$ in $\frac{7}{8}$ f. $\frac{63}{24}$
9. $\frac{6}{8}$ in $\frac{5}{7}$ f. $\frac{40}{42}$
10. $\frac{9}{10}$ in $\frac{2}{3}$ f. $\frac{20}{27}$

Anm. Das facit kann man ſelbſt (nach §. 365. n. 3.) noch reduciren/ abbreviiren/ reſolviren.

Anhang.

Anhang.

§. 367. Von der Probe der ſpecien in Brüchen iſt weiter nichts zu gedencken/ als daß man hier eben ſo/als in gantzen Zahlen/ 1. die addition durch die ſubtraction, und 2. dieſe durch jene/ 3. die multiplication durch die diviſion, und 4. dieſe durch jene probire. Siehe das 6te Cap. der erſten Section. Wer alſo die Species ſelbſt kann/der kann auch ihre Proben machen/ wenn ſie nur groſſen Nutzen hätten.

Ende der erſten Section.

Die andere SECTION, Von den SPECIEBUS in Brüchen mit U Sorten.

Erſtes Capittel. Von der NUMERATION in Brüchen mit U. Sorten.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 368.

Was in Brüchen Ex. von U. Sorten ſind/ iſt bereits (§. 322. n. II.) angezeiget. Uberhaupt aber findet ſich unter allen dahin gehörigen Aufgaben dieſer merckliche Unterſcheid / daß man in einigen nur allein mit Gantzen und Brüchen von einer Art oder Sorte zu thun hat/ oder die doch als ſolche können angeſehen werden (nemlich in ſolchem Fall/ wo nicht Zahlen einer Art erfodert werden): in einigen aber mit Gantzen und

und Brüchen von U. Sorten oder mit Brüchen von U. Sorten allein zu thun hat/ wo Zahlen einer Art erfodert werden. Und daher wollen wir die Aufgaben durch und durch in dieſe 2 Unterſcheide abtheilen/ und jene die Aufgaben des erſten / und dieſe des andern Unterſcheides nennen. Wie viel aber in jedem Capittel zu jedem gehören/ wird in der Abhandlung ſelbſt zu erſehen ſeyn.

§. 369. Von den Aufgaben des andern Unterſcheids iſt zu mercken/ daß in ſolchem ähnliche und unähnliche Sätze U. Sorten vorkommen können/ wie in gantzen Zahlen (§. 147.). Weil aber bey den letztern auſſer dem/ was man davon in gantzen Zahlen gelernt / hier nichts beſonders wiſſen darf / als was auch bey ähnlichen Sätzen nöthig iſt: ſo können wir es hier bey Aufgaben mit ähnlichen Sätzen bewenden laſſen.

§. 370. Man wird befinden/ daß in den Aufgaben des erſten Unterſcheids dis vor Exempeln in gantzen Zahlen und Brüchen von einer Sorte beſonders ſey/ daß man Gantze und vermiſchte Zahlen in bloſſe Brüche verwandeln oder ſie einrichten muß/ und in den Aufgaben des andern Unterſcheids / daß man alle Sorten eines Satzes unter einen Nahmen zu bringen hat/ wenn in der kleinſten entweder ein bloſſer Bruch oder eine vermiſchte Zahl ſteht. Und das würde man in dieſem Capittel nebſt der numeration als Vor-Aufgaben mit zu nehmen haben. Weil wir

aber

aber gantze und vermiſchte Zahlen ſchon einrichten gelernt (§. 330. u. §. 334.): ſo bleibt noch das einige übrig/ nemlich/ alle Sorten unter einen Nahmen zu bringen/ wenn in der kleinſten Sorte ein Bruch iſt.

§. 371. Vorher hat man aber noch folgende Sätze zu mercken.

1. Eine jede gantze oder vermiſchte Zahl iſt mehr/als ein Bruch von eben derſelben Sorte.

2. Ein jeder Bruch einer gröſſern Sorte iſt mehr / als ein jeder Bruch einer kleinern Sorte/ wenn in jenem nicht der Nenner 2 oder mehr mahl ſo groß iſt / als vniteten von dieſem zu einem gantzen gehören u. der Zähler 1 iſt. etc. Z. E. $\frac{2}{3}$ Thlr. iſt mehr/ als $\frac{1}{2}$ gl. aber nicht $\frac{1}{49}$ Thlr.

3. Eine gantze vnitet einer gröſſern Sorte/ iſt mehr als alle gantze vniteten der folgenden kleinern Sorten zuſammen (§. 152. n. 3.): aber nicht ein jeder Bruch einer gröſſern Sorte. Z. E. 20 gl. iſt mehr/ als $\frac{2}{3}$ Thlr.

4. Man ſetzt in einem Satz U. S. ordinair keinen Bruch / als bey der kleinſten Sorte / die vorhanden iſt. Doch iſt es nicht allgemein (wir werden in den Aufgaben bisweilen Kürtze wegen mit fleiß davon abgehen. (Z. E. §. 372. n. 2.)

Anm. Es iſt die Rede allemahl von ächten Brüchen / denn ſolche werden in den gegebenen Zahlen allemahl ſupponirt.

II. Aufgaben.

Erſte Aufgabe.

§. 372. Gantze und Brüche unter einander zu ſchreiben. Und zwar:

1. Gantze und Brüche von einer Sorte ſetze alſo/ daß die gantzen ein wenig zur lincken/ und die Brüche zur rechten/ beyder Benennung aber über einander zuſtehen kommen: ſt. a.

1. 2 ; gl.   2. $2\frac{2}{3}$ gl.   3. ; $\frac{2}{3}$ gl.
; $\frac{2}{3}$ —   ; $\frac{3}{4}$ —   2 ; —

2. Gantze und Brüche von U. Sorten/ alſo: daß die gröſſern Sorten zur lincken und die kleinern zur rechten/ einer jeden ihre Zahlen aber wie n. 1. über einander zu ſtehen kommen. Z. E.

2 $\frac{2}{3}$ Thlr.   4 ; gl.   ; $\frac{1}{2}$ Pf.
; $\frac{1}{3}$ —   ; $\frac{2}{4}$ —   1 $\frac{2}{3}$ —

Anm. Wo von einer Sorte in einem Satz gar nichts vorhanden/ da mache einen Strich —

Andere Aufgabe.

§. 373. Einen Satz U. Sorten unter einen Nahmen zu bringen/ da in der kleinſten Sorte ein Bruch ſteht. V. A.

1. Reſolvire alle gantze vniteten in die kleinſte Sorte/ die vorhanden iſt (§. 155.). 2. Und hänge den Bruch der kleinſten Sorte an die Summe dran. Z. E.

1. 2 Thlr. 4 gl. $2\frac{1}{2}$ Pf. fac. $626\frac{1}{2}$ Pf.
2. 2 Thlr. 4 gl. $\frac{1}{2}$ Pf. fac. $624\frac{1}{2}$ Pf.

Anm. Wenn etwa wieder (§. 371. n. 4.) auch bey einer von den gröſſern Sorten noch ein Bruch ſtünde: ſo könnte man ihn reſolviren (nach § 338.) und die gantzen vniteten zu den andern addiren. Z. E. $2\frac{2}{3}$ Thlr. $4\frac{1}{2}$ gl. fac. $68\frac{1}{2}$ gl.

Anm. Wenn man dis einige merckt/ ſo wird man mit unähnlichen Sätzen in Brüchen leicht zu rechte kommen.

Der

Der andern SECTION Anderes Capittel. Von der ADDITION in Brüchen mit U. Sorten.

I. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 374.

Weil keine andere als Zahlen einer Art können in eine Summe gebracht werden (§. 31.): ſo können im erſten Unterſcheid keine andere / als Gantze und Brüche einer Art ſtatt finden; im andern Unterſcheid aber muß eine jede Sorte zu ihres gleichen / in beyden aber gantze zu gantzen / und Brüche zu Brüchen kommen.

II. Aufgaben.

Erſter Unterſcheid.

§. 375. Gantze und Brüche von einer Art zu addiren. Es ſeyen 1. gantze Zahlen und bloſſe Brüche oder 2. gantze und vermiſchte Zahlen. oder 3. vermiſchte Zahlen und bloſſe Brüche oder 4. lauter vermiſchte Zahlen. oder 5. alles unter einander. Z. E. addire A. $12\frac{2}{3}$ gl. B. 16 gl. C. $\frac{2}{4}$ gl. D. $\frac{6}{8}$ gl. V. A.

1. Setze alle gegebene Zahlen unter einander / (nach §. 372. n. 1.).

2. Addire die Brüche a part zuſammen / (wie §. 347. oder 349.).

3. Ad-

3. Addire auch die gantze zuſammen/ (wie §. 39.) und wo die Summe der Brüche n. 2. gantze in ſich hält/ ſo addire ſolche dazu.

4. Wenn es Zahlen einer kleinern Sorte ſind/ die noch eine gröſſere ihres Satzes über ſich hat/ (Z. E. hier ſind gl. die noch Thlr. über ſich haben) und ihre Summe (29 gl.) hält ſolche gantze in ſich/ ſo reducire ſie noch dahin/ (wie §. 170.) ſtehet alſo.

Anm. 1. Der Beweiß iſt offenbar. Denn man bekommt auf die Weiſe/ die Summe aller gantze und aller Brüche.

Anm. 2. Es laſſen ſich die 5 angeführten Fälle füglich in eine Aufgabe zuſammen faſſen: da ſonſt ein jeder Fall eine beſondere Aufgabe machen könnte. In den Ex. zur Ubung ſollen auf jeden beſondere Ex. folgen.

	gl.	96
A.	$12\frac{2}{3}$	64
B.	16 ,	
C.	, $\frac{2}{4}$	48
D.	, $\frac{6}{8}$	72
1 Thl.	$5\frac{8}{96}$ gl.	$1\frac{84}{96}$ | $1\frac{88}{96}$ gl.

§. 376. Exempel zur Ubung.

1. A. 4 gl. B $\frac{2}{4}$ gl. C. 3 gl. D. $\frac{3}{4}$ gl. E. $\frac{1}{4}$ gl. F. 8 gl. fac. 16 $\frac{2}{4}$ gl.

2. A. $5\frac{1}{2}$ Pf B. 8 Pf. C. $3\frac{1}{4}$ Pf. D. 6 Pf. E. $2\frac{3}{4}$ Pf. fac. 2 gl. $1\frac{1}{2}$ Pf.

3. A. $\frac{6}{8}$ L. B. $2\frac{5}{6}$ L. C. $\frac{1}{2}$ L. D. $\frac{2}{3}$ L. fac. $4\frac{3}{4}$ L.

4. A. $3\frac{5}{6}$ lb B $8\frac{3}{6}$ lb C. $9\frac{4}{6}$ lb. D. $4\frac{1}{6}$ lb. E $6\frac{2}{6}$ lb. fac. $32\frac{1}{2}$ lb.

5. A. $\frac{4}{6}$ C. B. 8 C. C. $4\frac{3}{5}$ C. $\frac{1}{3}$ C. fac. $14\frac{7}{60}$ C.

Anderer Unterſcheid.

§. 377. Gantze und Brüche von U. S./ oder Brüche von U. S. allein zu addiren. Z. E. addire

A.

A. 2 Thlr. 16 gl. $\frac{2}{3}$ Pf. B. 18 gl. $2\frac{1}{4}$ Pf. C 4 Thlr. $3\frac{1}{2}$ gl. D. $5\frac{1}{2}$ Thlr. E. $3\frac{2}{4}$ Thlr. V. A.

1. Setze die Zahlen unter einander hin, (nach §. 372. n. 2.).

Anm. Die abbreviatur kan man drüber ſetzen.

2. Addire eine jede Sorte a part, (wie §. 375.) und zwar alſo, daß du von der kleinſten biß zur gröſſeſten fortgeheſt und die Summe der kleinern, wo es möglich in die gröſſern reducirſt und dazu addirſt (wie §. 172. und §. 375. n. 4.) ſt. a:

	Thlr.		gl.	Pf.	12
A.	2 ,		16 ,	, $\frac{2}{3}$	8
B.	—		18 ,	$2\frac{1}{4}$	3
C.	4 ,	8	$3\frac{1}{2}$	—	
D.	$5\frac{1}{2}$	4	—	—	
E.	$4\frac{2}{4}$	4	—	—	
	1[illegible] Thlr.	$\frac{8}{8}$ 1	$13\frac{1}{2}$ gl	$2\frac{11}{12}$ Pf.	

Der Erweiß iſt an ſich klar, denn man bekommt auf ſolche Weiſe die Summe einer jeden Sorte und alſo aller Sorten zuſammen.

§. 378. Exempel zur Ubung.

1. A. 8 Thlr. 12 gl. 9 Pf. B. 4 Thlr. 13 gl. $\frac{3}{4}$ Pf. C. 2 Thlr. $\frac{2}{3}$ gl. fac. 15 Thlr. $1\frac{2}{3}$ gl $9\frac{3}{4}$ Pf.
2. A. 5 Thlr. $4\frac{1}{2}$ gl. B. 8 gl. $9\frac{2}{3}$ Pf. C. $8\frac{2}{6}$ Thlr. fac. $13\frac{2}{6}$ Thlr. $12\frac{1}{2}$ gl. $9\frac{2}{3}$ Pf.
3. A. 9 Thlr. 12 gl. $\frac{1}{3}$ Pf. B. 5 Thlr. $13\frac{5}{6}$ gl. C. $8\frac{1}{2}$ Thlr. fac. $23\frac{1}{2}$ Thlr. $1\frac{5}{6}$ gl. $\frac{1}{3}$ Pf.

Der

Der andern SECTION Drittes Capittel. Von der SUBTRACTION in Brüchen mit U. S.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 379.

Weil keine andere als Zahlen einer Art von einander können ſubtrahiret werden (§. 48.): ſo können im erſten Unterſcheid keine andere/ als gantze und Brüche einer Art gegeben werden im andern Unterſcheid aber müſſen es gantze und Brüche von U. S. ſeyn und jede von ihres gleichen a part abgezogen und das geborgte in die kleinere reſolvirt werden.

§. 380. Weil der ſubtrahendus nicht muß gröſſer als das integrum ſeyn (§. 45.): ſo muß man den gegebenen gröſſeſten Satz U. S. zum integro annehmen/ und wo es in der operation nöthig iſt/ borgen.

Anmerckungen.

1. Es kõnen alſo im erſten Unterſcheid 1. niemahlen gantze oder vermiſchte Zahlen von bloſſen Brüchen/ abgezogen werden/ aber wohl allemahl bloſſe Brüche von gantzen oder vermiſchten Zahlen (§. 371. n. 1.). 2. nicht gantze von vermiſchten/ weñ jene nur eine gantze vnitet mehr haben (3 von $2\frac{1}{4}$), noch vermiſchte von gantzen / wenn beyde gleich viel gantze vniteten haben ($2\frac{1}{4}$ von 2); aber wohl wenn im

erſten

erſten Fall beyde nur gleich viel/ und im andern die gantze Zahl nur eine gantze vnitet mehr hat. (2 von $2\frac{1}{4}$ it. $2\frac{1}{4}$) (ibid.) 3. nicht eine vermiſchte Zahl von einer vermiſchten/ wenn entweder die erſte mehr gantze vniteten hat ($3\frac{3}{4}$ von $2\frac{1}{4}$) oder/ da ſie nur eben ſo viel hat/ wenn ihr Bruch mehr in ſich hält/ als der letzten ihrer ($2\frac{3}{4}$ von $2\frac{1}{4}$): aber wohl/ wenn entweder die erſte weniger gantze vniteten hat ($2\frac{3}{4}$ von $3\frac{1}{4}$) oder/ da ſie eben ſo viel hat/ wenn ihr Bruch nicht mehr gilt/ als der letzten ihrer ($2\frac{2}{4}$ von $2\frac{3}{4}$ oder $2\frac{3}{4}$) (ibid.)

2. Im andern Unterſcheid aber können alle Sätze von ſolchen abgezogen werden/ die entweder eine gröſſere Sorte/ oder in der gröſſern Sorte eine gantze vnitet oder einen Bruch mehr haben (und zwar/ wenn der Bruch hinreichet/die kleinere Sorte im borgen zu verſorgen). wie aus (§. 180. a. 1. u. 371. n. 23.) erhellet.

3. Wie viel nun in ſolcher Abſicht in jedem Unterſcheid Aufgaben nöthig oder möglich ſind / wird in den Aufgaben ſelbſt zu ſehen ſeyn.

II. Aufgaben.

Erſter Unterſcheid.

Erſte Aufgabe.

§. 381. **Einen bloſſen Bruch von einer gantzen Zahl zu ſubtrahiren. Z. E. $\frac{3}{4}$ Thlr. von 4 Thlr. V. A.**

1. Setze den ſubtrah. unter das integrum (nach §. 372.).

2. Borge von der gantzen Zahl 1/ (und ſetze einen Punct dabey). Nimm dafür den Nenner des Bruchs zum integro an / und ſubtrahire den Zähler/ und den Reſt ſetze mit dem Nenner unter die Linie.

Anm.

Anm. Dis iſt der kürtzeſte und gewöhnliche Weeg/ man muß es aber recht verſtehen. Eigentlich ſolte es alſo heiſſen. 1. Borge 1 gantzes. 2. Bringe es in Gedancken in einen Bruch/ der eben den Nenner habe/ den der Bruch hat (4) (nach §. 330. n. II.). und das iſt leicht / denn der **Nenner** iſt auch allemahl zugleich der **Zähler** (ibid. a.). 3. Nun haſtu Brüche von einerley Nennern / daher ſubtrahire, (wie §. 353.) nemlich den gegebenen Zähler von dem Zähler des integri. Weil aber **dieſer** ſeinem **Nenner** gleich iſt; und der **Nenner** dem **Nenner** des ſubtrahendi gleich iſt: ſo kann man (per compendium) dieſen für den **Zähler** des integri annehmen / und davon ſubtrahiren (Vorber. §. 32 n. 2.).

3. Setze die übrigen gantze unter die Linie neben den Bruch hin. ſt. a.

Anm. Der Erweiß und die gantze Sache iſt aus obigen an ſich klar. $\frac{3}{4}$ iſt ſo viel als 18 gl. von 4 Thlr. bleiben 3 Thlr. 6 gl. (§. 186.).

4	Thlr.
$\frac{3}{4}$	—
$3\frac{1}{4}$	Thlr.

§. 382. **Exempel zur Ubung.**

1. $\frac{3}{6}$ von 6gl. bleibt $5\frac{3}{6}$gl.	4. $\frac{3}{9}$ — 12 lb. — $11\frac{6}{9}$lb.
2. $\frac{2}{3}$ — 4 Pf. — $3\frac{1}{3}$ Pf.	5. $\frac{5}{7}$ — 30 L. — $29\frac{2}{7}$L.
3. $\frac{4}{8}$ — 5 C. — $4\frac{4}{8}$ C.	6. $\frac{8}{10}$ — 9 St. — $8\frac{2}{10}$ St.

Andere Aufgabe.

§. 383. Einen bloſſen Bruch von einer vermiſchten Zahl abzuziehen. Z. E. $\frac{3}{8}$ von $2\frac{4}{8}$ it. $\frac{3}{4}$ von $2\frac{3}{8}$ gl. B. A.

1. Setze das Ex. auf/ wie vorhin.

2. Bringe beyde Brüche unter einerley Nenner/ wo ſie ihn nicht ſchon haben. (§. 342. n. I.).

3. Sub-

345

3. Subtrahire nun einen von dem andern/(wie §.355.). wenn aber der Zähler des integri kleiner iſt/als des ſubtrahendi: ſo borge noch 1 gantzes/ und verfahre damit/(wie §. 381. n. 2. u. a). Zum Reſt aber addire noch den Zähler des integri

Anm. Die Sache iſt leicht/ wenn man nur merckt / daß das geborgte 1 gantze in einen Bruch zu verwandeln ſey/ deſſen Nenner der gemeinſchafftliche Nenner beyder Brüche iſt.

4. Nun ſetze die übrige gantze unter die Linie neben den Bruch. ſt. a.

32

1.		2.		
$2\frac{4}{8}$ Thlr.		$2\frac{3}{8}$	12	Anm. Iſt eben ſo viel/ als:
$\frac{3}{8}$ —		$\frac{3}{4}$	24	
$2\frac{1}{8}$ Thlr.		$1\frac{20}{32}$	$\frac{5}{8}$	

1. 9 gl. von 2 Thlr. 12 gl. bleibt 2 Thlr. 3 gl.
2. 18 gl. von 2 Thlr. 9 gl. bleibt 1 Thlr. 15 gl. (§. 186.).

§. 384. Exempel zur Ubung.

1. $\frac{2}{3}$ gl. von $5\frac{1}{3}$ gl. bl. $4\frac{2}{3}$ gl.
2. $\frac{5}{8}$ lb. — $6\frac{7}{8}$ lb. — $6\frac{2}{8}$ lb.
3. $\frac{3}{5}$ St - $4\frac{2}{3}$ St - $4\frac{1}{15}$ St.
4. $\frac{2}{3}$ C. — $8\frac{3}{4}$ C. -- $8\frac{1}{12}$ C.
5. $\frac{3}{4}$ lb. — $9\frac{1}{8}$ lb. — $8\frac{12}{32}$ lb.
6. $\frac{4}{6}$ L. — $12\frac{5}{6}$ L. — $12\frac{1}{6}$ L.

Dritte Aufgabe.

§. 385. Eine gantze Zahl von einer vermiſchten zu ſubtrahiren. Z. E. 4 Thlr. von $6\frac{2}{3}$ Thlr. V. A.

1. Setze den Bruch unter die Linie/
2. Subtrahire die gantze von gantzen ſt. a. $6\frac{2}{3}$

$$\begin{array}{r} 6\frac{2}{3} \\ 4 \\ \hline 2\frac{2}{3} \text{ Thl.} \end{array}$$

Anm. Iſt eben ſo viel als 4 Thlr. von 6 Thl. 16 gl. bl. 2 Thl. 16 gl. (§. 186.)

Vierte Aufgabe.

§. 386. Eine vermiſchte Zahl von einer gantzen abzuziehen. Z. E. $3\frac{2}{3}$ von 4 Thlr. V. A.

1. Borge 1 und ſubtrahire den Bruch ($\frac{2}{3}$) (wie §. 381.).

2. Subtrahire die gantze von gantzen. ſt. a. 4. ſ

Anm. Iſt eben ſo viel/ als 3 Thl. 16 gl. von 4 Thlr. bleibt 8 gl. (§. 186.).

$$\begin{array}{r} 3\frac{2}{3} \\ \hline ſ\ \frac{1}{3}\ \text{Thl.} \end{array}$$

Fünfte Aufgabe.

§. 387. Eine vermiſchte Zahl von einer vermiſchten zu ſubtrahiren. Z. E. $2\frac{3}{4}$ Thlr. von $4\frac{6}{8}$ Thlr. it. $2\frac{3}{4}$ von $4\frac{2}{8}$ gl. V. A.

1. Subtrahire Bruch von Bruch/ (wie §. 382. n. 2. 3.).

2. Subtrahire auch gantze von gantzen. ſt. a.

		32			32
1.	$4\frac{6}{8}$	24	2.	$4\frac{2}{8}$	8
	$2\frac{3}{4}$	24		$2\frac{3}{4}$	24
	2 -	ſ Thlr.		$1\frac{1}{2}$ gl.	$\frac{16}{32}$ | $\frac{1}{2}$

Anm. Iſt eben ſo/ als (§. 186. n. 1. oder 2. oder 5.).

§. 388. Exempel zur Ubung nach den 3 letzten Aufgaben.

1. 8 von $12\frac{3}{4}$ th. bl. $4\frac{3}{4}$ th.	5. $6\frac{4}{5}$ — $9\frac{2}{4}$ fl. — $2\frac{14}{20}$ fl.
2. $8\frac{1}{2}$ gl. — 12 gl. — $3\frac{1}{2}$ gl.	6. $3\frac{2}{5}$ — 4 lb. — $\frac{3}{5}$ lb.
3. $3\frac{1}{4}$ — 8 L. — $2\frac{3}{4}$ L.	7. $3\frac{2}{5}$ — $4\frac{3}{4}$ L. — $1\frac{7}{20}$ L.
4. $5\frac{2}{3}$ — $9\frac{1}{3}$ St. — $3\frac{2}{3}$ St.	8. 6 — $6\frac{3}{5}$ gl. — $\frac{3}{5}$ gl.

An-

Anderer Unterſcheid.
Erſte Aufgabe.

§. 389. Alle mögliche Exempel zu ſubtrahiren/ da im integro eine gröſſere Sorte/ als im ſubtrahendo iſt. V. A.

1. Wenn im integro 1. ein Bruch einer gröſſern Sorte (es ſey allein oder in einer vermiſchten Zahl) ſtehet: ſo reſolvire ihn in Gedancken in die kleinere Sorte des ſubtrahendi (nach §. 338.) oder 2. nur eine gantze Zahl: ſo borge 1 gantzes / und reſolvire es in die kleinere Sorte des ſubtrahendi (nach §. 155.) So haſtu in beyden Fällen in der kleinern Sorte des integri eine gantze Zahl. Daher

2. Wenn im ſubtrahendo 1. ein bloſſer Bruch iſt/ ſo ſubtrahire ihn / (wie §. 381.). 2. Eine vermiſchte Zahl/ (wie §. 386.). 3. Eine gantze Zahl (wie §. 54.).

3. Wenn aber die vniteten der gantzen Zahl/ des integri, welche n. 1. aus einem reſolvirten Bruch entſtehen/ nicht hinreichen / daß der ſubtrahendus n. 2. davon kann abgezogen werden: ſo borge noch 1 gantzes von der gröſſern Sorte des integri, reſolvire es in die kleinere Sorte/ addire die aus dem Bruch entſtandenen dazu / und ſo denn ſubtrahire den ſubtrahendum. wie n. 2.

4. Setze den Reſt der gröſſern Sorte unter die Linie.

Hiernach laſſen ſich alle mögliche Fälle dieſer Aufgabe auflöſen. Und zwar:

1. Einen bloſſen Bruch von einem bloſſen Bruch abzuziehen. Z. E. $\frac{3}{4}$ gl. von $\frac{2}{3}$ Thlr. ſt. a.

$\frac{2}{3}$ Rthr. (iſt 16 = gl.)
$\frac{3}{4}$ gl.
———————
= — $15\frac{1}{4}$ gl.

Anm. Iſt ſo viel als 6 Pf. von 16 gl. bleiben 15 gl. 6 Pf. (nach §. 186.).

2. Einen bloſſen Bruch von einer gantzen Zahl. Z. E. $\frac{2}{4}$ gl. von 4 Thlr. ſt. a.

4. Thlr. (1 iſt 24 gl.)
— $\frac{2}{4}$ gl.
———————
3 Thlr. $23\frac{2}{4}$ gl.

Anm. Iſt ſo viel/als 6 Pf. von 4 Thlr. bleibt 3 Thlr. 23 gl 6 Pf. (nach § 186.)

3. Einen bloſſen Bruch von einer vermiſchten Zahl. Z. E. $\frac{2}{4}$ gl. von $2\frac{2}{3}$ Thlr. ſt. a.

$2\frac{2}{3}$ Thlr. ($\frac{2}{3}$ iſt 16 = gl.)
$\frac{2}{4}$ gl.
———————
2 Thlr. — $15\frac{2}{4}$ gl.

Anm. Iſt ſo viel/als 6 Pf von 2 Thlr. 16 gl. bleibt 2 Thlr. 15 gl. 6 Pf. (nach §. 186.).

4. Eine gantze Zahl von einer vermiſchten Zahl. Z. E.

6 gl. von $2\frac{2}{3}$ Thlr. it. 18 gl. von $2\frac{2}{5}$ Thlr. ſt. a.

$2\frac{2}{3}$ Thlr. ($\frac{2}{3}$ iſt 16 gl.)	$2\frac{2}{5}$ Thlr. ($\frac{2}{5}$ iſt $9\frac{3}{5}$ gl.)
— 6 gl.	— 18 gl.
2 Thlr. — 10 gl.	1 Thlr. — $15\frac{3}{5}$ gl.

5. Eine vermiſchte Zahl von einer gantzen Zahl. Z. E. $18\frac{2}{4}$ gl. von 3 Thlr. ſt. a.

3. Thlr. (1 iſt 24 gl.)
$18\frac{2}{4}$ gl.
———————
2 Thlr. — $5\frac{2}{4}$ gl.

Anm. Iſt ſo viel / als 18 gl. 6 Pf. von 3 Thl. bleibt 2 Thlr. 5 gl. 6 Pf. (nach §. 186.).

6. Eine

6. Eine vermiſchte Zahl von einer vermiſchten. Z. E.

$6\frac{2}{4}$ gl. von $2\frac{2}{3}$ Thlr. it. $18\frac{2}{4}$ gl. von $2\frac{2}{3}$ Thlr. ſt.a.

$2\frac{2}{3}$ Thlr. ($\frac{2}{3}$ iſt 16, gl.)	$2\frac{2}{3}$ Thlr. ($\frac{2}{3}$ iſt 16 gl.)
— $6\frac{2}{4}$ gl.	— $18\frac{2}{4}$ gl.
2 Thlr. — $9\frac{2}{4}$ gl.	1 Thlr. — $21\frac{2}{4}$ gl.

§. 390. Exempel zur Ubung nach allen Fällen.

1. $\frac{2}{4}$ L. von $\frac{1}{4}$ lb. bleibt $7\frac{3}{4}$ L.
2. $\frac{1}{2}$ lb. — $\frac{2}{4}$ C. — $54\frac{1}{2}$ lb.
3. $\frac{4}{6}$ gl. — 4 Thlr. — 3 Thlr. $23\frac{2}{6}$ gl.
4. $\frac{5}{8}$ L. — 3 Mr. — 2 Mr. $15\frac{3}{8}$ L.
5. $\frac{6}{8}$ Qv. — $6\frac{1}{2}$ L. — 6 L. $1\frac{2}{8}$ Qv.
6. $\frac{3}{5}$ Schl. — $4\frac{1}{2}$ Wl. — 4 Wl. $11\frac{2}{5}$ Schl.
7. 10 Schl. — $3\frac{2}{3}$ Wl. — 3 Wl. 6 Schl.
8. 10 M. — $8\frac{1}{2}$ Schl. — 7 Schl. 14 M.
9. $8\frac{1}{4}$ Schl. — 4 Mlr. — $3\frac{3}{4}$ Schl.
10. $4\frac{3}{9}$ L. — 2 lb. — $1\frac{6}{9}$ L.
11. $5\frac{4}{6}$ gl. — $8\frac{2}{6}$ Kfl. — 7 fl. $15\frac{4}{6}$ gl.
12. $3\frac{1}{4}$ L. — $8\frac{2}{4}$ lb. — 8 lb. $12\frac{3}{4}$ L.

Andere Aufgabe.

§. 391. Alle mögliche Exempel zu ſubtrahiren/ da entweder im integro oder im ſubtrahendo, oder in allen beyden gantze und Brüche von U. Sorten gegeben werden. V. A.

Nimm eine Sorte nach der andern / von der kleinſten bis zur höchſten/ vor und zwar

I. Wenn von einer Sorte im integro und ſubtrahendo etwas vorhanden iſt / ſo ſubtrahire

1. einen Bruch von einem Bruch/(wie §. 353. 355.)

355.). 2. Einen Bruch von einer gantzen Zahl/ (wie §. 381.). 3. Einen Bruch von einer vermiſchten Zahl/ (wie §. 383.). 4. Eine gantze von einer vermiſchten Zahl (wie §. 385.) 5. Eine vermiſchte von einer vermiſchten (wie §. 387.).

II. Wenn im integro nichts iſt/ ſo borge von der vorhergehenden gröſſern Sorte einen Bruch oder 1 gantzes (wie §. 389.).

III. Wenn im integro zu wenig iſt/ ſo borge ebenfals wie n. II. und rechne das vorhandene dazu.

IV. Wenn im ſubtrahendo nichts iſt: ſo iſt das integrum ſelbſt der Reſt.

Hiernach ſtünden folgende 2. Ex./ darinn die meiſten Fälle vorkommen/ alſo:

	Thl.	gl.	Pf.	Hlr.
1.	$8\frac{2}{3}$	$4\frac{3}{4}$	4	$\frac{2}{4}$
	6	⸗ $\frac{2}{4}$	⸗ $\frac{2}{5}$	$\frac{1}{4}$
	$2\frac{2}{3}$	$4\frac{1}{4}$	$3\frac{3}{5}$	$\frac{1}{4}$

	Thl.	gl.	Pf.	Hlr.
2.	$8.\frac{2}{3}.$	3 ⸗	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
	$2\frac{2}{4}$	$3\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	⸗
	$5\frac{2}{4}$	$14\frac{3}{4}$	$11\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$

Anm. 1. In dem andern Ex. iſt bey den 3 gl. zweymahl geborget 1. für die Pf. 2. für die gl. und bey den $8\frac{2}{3}$ Thlr. auch zweymahl. nemlich 1. der Bruch $\frac{2}{3}$ für die gl. und 2. 1 von 8 für den Bruch ($\frac{2}{4}$).

Anm. 2. Dieſe Aufgabe kommt überein mit § 186.

§. 392. Exempel zur Ubung.

1. 5 Thlr. 7 gl. $3\frac{1}{2}$ Pf. von 8 Thlr. $5\frac{1}{2}$ gl. bleibt 2 Thlr. 22 gl. $2\frac{1}{2}$ Pf.

2.

2. $4\frac{2}{3}$ Thl. von 9 Thl. 8 gl. bleibt $4\frac{1}{3}$ Thl. 8 gl.
3. 3 C. $30\frac{1}{2}$ lb. von 4 C. bleibt $79\frac{1}{2}$ lb.
4. 8 lb. 16 L. von 10 lb. $8\frac{2}{4}$ L. bleibt 1 lb. $24\frac{2}{4}$ L.
5. 4 Wl. 9 Schl. 2 M. von $8\frac{1}{4}$ Wl. bleibt 3 Wl. 21 Schl. 14 M.
6. 6 Kfl. 8 gl. 9 Pf. von 9 Kfl. $5\frac{2}{4}$ gl. bleibt 2 Kfl. 12 gl. 9 Pf.

Der andern SECTION
Viertes Capittel.
Von der MULTIPLICATION in Brüchen mit U. Sorten.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 393.

WEil der multiplicandus und multiplicans nicht eben dürfen Zahlen von einer Art ſeyn (§. 62.): ſo können in beyden Unterſcheiden gantze oder Brüche durch gantze oder Brüche von U. Art und Sorten multiplicirt werden.

§. 394. Da der multiplicans ſo groß ſeyn kann/ als er will (§. 63.): ſo ſind im erſten Unterſcheid ſo viel beſondere Aufgaben möglich/ als gantze und Brüche durch Verſetzung im multiplicando und multiplicante abwechſeln können. Im andern Unterſcheid aber hat man allein im multiplicando U Sorten/ und im multiplicante iſt nur eine Sorte/ (wie §. 192 n III.).

II. Aufgaben.

Erſter Unterſcheid.

Allgemeine Aufgabe.

§. 395. Alle Exempel zu multipliciren/ da im multiplicando und multiplicante gantze und Brüche gegeben werden / ſie mögen beyde von einer oder U. Sorte/ und ſonſt beſchaffen ſeyn/ wie ſie wollen. B. A.

1. Mache alles zu bloſſen Brüchen. d.i. richte die gantze und vermiſchte Zahlen im multiplicando und multiplicante ein / nach §. 330. n. 1. u §. 334.

2. Nun haſtu bloſſe Brüche / daher verfahre/ wie § 359.

3. Wenn im multiplicando eine kleine Sorte gegeben iſt: ſo muß die Summe wo es möglich iſt/ reducirt werden/ (nach §. 159.).

Hiernach laſſen ſich alle Fälle multipliciren/ als:

1. Gantze durch Brüche oder Brüche durch gantze. Z. E.

6 Thlr. mit $\frac{2}{3}$ lb. ſt. a. $\frac{6}{1}$ $\frac{2}{3}$ fac. $\frac{12}{3}$ oder 4 Thlr.
$\frac{2}{3}$ lb. mit 6 Thlr. ſt. a. $\frac{2}{3}$ $\frac{6}{1}$ fac. $\frac{12}{1}$ oder 4 lb.

2. Brüche durch vermiſchte Zahlen / und vermiſchte durch Brüche. Z. E.

$\frac{2}{3}$ gl. mit $3\frac{2}{4}$ lb. ſt. a. $\frac{2}{3}$ $\frac{14}{4}$ fac. $\frac{28}{12}$ oder $2\frac{1}{3}$ Thlr.
$3\frac{2}{4}$ Thlr. mit $\frac{2}{3}$ lb. ſt. a. $\frac{14}{4}$ $\frac{2}{3}$ fac. $\frac{28}{12}$ oder $2\frac{1}{3}$ Thlr.

3. Gantze durch vermiſchte und vermiſchte durch gantze. Z. E.

6 gl.

6 gl. mit $2\frac{2}{3}$ lb. ſt. a. $\frac{6}{1}$ $\frac{8}{3}$ fac $\frac{48}{3}$ oder 16 Thlr.
$2\frac{2}{3}$ lb. mit 6 Thlr. ſt. a. $\frac{8}{3}$ $\frac{6}{1}$ fac $\frac{48}{3}$ oder 16 lb.

4. **Vermiſchte durch vermiſchte.**

$4\frac{2}{3}$ gl. mit $4\frac{2}{6}$ lb. ſt. a. $\frac{14}{3}$ $\frac{26}{6}$ fac. $\frac{224}{18}$ gl.
$4\frac{2}{6}$ lb mit $4\frac{2}{3}$ gl. ſt. a. $\frac{26}{6}$ $\frac{14}{3}$ fac. $\frac{224}{18}$ lb.

Anm. 1. Der Erweiß und alles iſt klar. Denn die durch die Einrichtung enſtehende Brüche ſind den gegebenen Zahlen gleich, und alſo iſt jener ihre Summe auch dieſer ihrer gleich.

Anm. 2. Man kann hiebey um die Natur der multiplication in Brüchen immer beſſer einzuſehen, noch folgendes anmercken 1. wenn unter beyden gegebenen Zahlen die eine ein ächter Bruch, die andere aber eine gantze oder vermiſchte Zahl (und alſo nach der Einrichtung ein unächter Bruch) iſt: ſo iſt die Summe in regard des **letzten** allezeit weniger, nemlich ſo viel Theile davon, als der ächte Bruch anzeiget, aber in regard der **erſten** iſt ſie mehr, nemlich ſo vielmahl ſo viel, als der unächte Bruch gantze und Theile in ſich faßt. Z. E. 6 Thlr. mit $\frac{2}{3}$ Thlr. iſt 4 Thlr. 4 Thlr aber iſt $\frac{2}{3}$ aus 6 Thlr. und hingegen 6 mahl ſo viel als $\frac{2}{3}$ Thlr. it. $\frac{2}{3}$ Thlr. mit $3\frac{1}{2}$ Thlr. iſt $2\frac{1}{3}$ Thlr. $2\frac{1}{3}$ aber iſt $\frac{2}{3}$ aus $3\frac{1}{2}$ Thlr. hingegen $3\frac{1}{2}$ mahl ſo viel als $\frac{2}{3}$ Thlr. 2. Wenn beyde Zahlen gantze oder vermiſchte Zahlen ſind: ſo iſt die Summe in regard **beyder** mehr, nemlich ſo viel mahl ſo viel, als die andere gantze und

Theile in ſich hält. Z. E. 6 Thlr. mit $2\frac{2}{3}$ Thlr. iſt 16 Thlr. 16 Thlr. aber iſt $2\frac{2}{3}$ mahl ſo viel als 6 Thlr. und 6 mahl ſo viel/ als $2\frac{2}{3}$ Thlr. der Grund liegt unvermerckt in der regul de tri, in den multiplications-Ex. denn wie ſich ein jeder unter beyden gegen 1 gantzes verhält/ ſo verhält ſich auch die Summe gegen die andere Zahl. Nun aber iſt ein ächter Bruch weniger/eine gantze aber (die nicht 1 iſt) iſt mehr etc.

Anm. 3. Auch das iſt noch merckwürdig/ daß/ wenn im multiplicante ein Bruch ſteht/ man denſelben nicht vorher reſolviren und denn operiren dürfe. Denn da kommt ein gantz anderer facit. Z. E. 6 Thlr. durch $\frac{2}{3}$ Thlr. iſt 4 Thlr. Nimm aber an ſtatt $\frac{2}{3}$ Thlr. 16 gl. an. ſo kom̄t 96 Thlr. hingegen die Brüche des multiplicandi kann man wohl vorher reſolviren. Z.E. nimm an ſtatt 6 Thlr. 144 gl. an. die mit $\frac{2}{3}$ multiplicirt bringen $\frac{828}{3}$ gl. das macht nach der reduction (§. 159.). 96 gl. d. i. 4 Thlr. der Grund liegt auch in der regul de tri, und ſoll daſelbſt bey den multiplications-Ex. gezeiget werden/ weil es hier zu weitläufftig wäre.

§ 396. Exempel zur Ubung.

1. 8 durch $\frac{3}{4}$ fac. $\frac{24}{4}$
2. 5 — $\frac{2}{3}$ — $\frac{10}{3}$
3. $\frac{2}{5}$ — 6 — $\frac{12}{5}$
4. $4\frac{1}{2}$ — $\frac{3}{8}$ — $\frac{27}{16}$
5. $3\frac{1}{4}$ — $\frac{5}{8}$ — $\frac{65}{32}$
6. $\frac{2}{5}$ — $4\frac{2}{3}$ — $\frac{28}{15}$
7. 8 — $4\frac{2}{4}$ — $\frac{144}{4}$
8. $3\frac{1}{2}$ durch 5 fac. $\frac{35}{2}$
9. $4\frac{5}{7}$ — $2\frac{1}{3}$ — $\frac{231}{21}$
10. $3\frac{2}{3}$ — $5\frac{2}{3}$ — $\frac{187}{9}$
11. 6 — $\frac{5}{8}$ — $\frac{30}{8}$
12. $\frac{4}{5}$ — $2\frac{1}{3}$ — $\frac{28}{15}$
13. 6 — $2\frac{2}{5}$ — $\frac{72}{5}$
14. $5\frac{2}{3}$ — $6\frac{3}{6}$ — $\frac{763}{18}$

An-

Anderer Unterſcheid.

Allgemeine Aufgabe.

§. 397. Alle Ex. zu multipliciren/ da im multiplicando U. Sorten gegeben werden/ im multiplicante aber nur eine iſt/ es mag übrigens nur in einem von beyden / oder in allen beyden zugleich ein Bruch angetroffen werden. V.A.

1. Bringe alle Sorten des multiplicandi unter einen Nahmen/und zwar wenn in allen Sorten gantze Zahlen ſind (wie §. 156.). Iſt aber in der kleinſten ein Bruch/ (wie §. 373.).

2. Nun verfahre nach der vorigen Aufgabe/ wie es trifft.

Hiernach gehen folgende Ex. als/ multiplicire

1. 2 Thlr. 3 gl. durch $4\frac{1}{2}$ lb. ſt. a. n. 1. kömmt 51 gl. und n. 2. $\frac{51}{1}$ gl. $\frac{9}{2}$ lb. fac. $\frac{459}{2}$ gl. oder $229\frac{1}{2}$ gl. d. i. 9 Thlr. $9\frac{1}{2}$ gl.

2. 2 Thlr. $3\frac{1}{2}$ gl. durch 4 lb. ſt. a. n. 1. kommt $51\frac{1}{2}$ gl. und n. 2. $\frac{103}{2}$ gl. $\frac{4}{1}$ lb. fac. $\frac{412}{2}$ gl. oder 206 gl. d. i. 8 Thlr. 10 gl.

3. 1 Thlr. $\frac{2}{3}$ gl. durch $4\frac{1}{2}$ lb. ſt. a. n. 1. $24\frac{2}{3}$ gl. und n. 2. $\frac{74}{3}$ $\frac{9}{2}$ fac. $\frac{666}{6}$ gl. oder 111 gl. d. i. 4 Thl. 15 gl.

§. 398. Exempel zur Ubung.

1. 2 Wl. 6 Schl durch $2\frac{1}{4}$ Thlr. fac. $\frac{485}{4}$ Schl.

2. 3 lb. $16\frac{1}{3}$ L. durch $5\frac{2}{3}$ fac. $\frac{3707}{6}$ L.

3. 2 Wl. $4\frac{1}{2}$ Schl. durch 3 Thlr. fac. $\frac{315}{2}$ Schl.

Der andern SECTION Fünftes Capittel.

Von der DIVISION in Brüchen mit U. S.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 399.

Weil der dividendus und diviſor nicht eben dürfen Zahlen von einer Art ſeyn (§. 84.) und man auch einen gröſſern diviſorem tractiren kann. (§. 363. n. 3.): ſo finden in beyden Unterſcheiden eben ſolche und ſo viel Aufgaben ſtatt / als in der multiplication (§. 393. u. 394.).

II. Aufgaben.

Erſter Unterſcheid: Allgemeine Aufgabe.

§. 400 Alle Exempel zu dividiren/ da gantze und Brüche gegeben werden.

1. Richte alle gantze und vermiſchte Zahlen ein (nach §. 330. n. 1. u. § 334.).

2. Dividire/ wie in Ex. von bloſſen Brüchen (§. 365.).

3. Wenn im facit ſo viel vniteten einer kleinern Sorte entſtehen die gantze ausmachen können: ſo reducire ſie (nach §. 159.).

Hiernach gehen alle Ex. als dividire.

1. Gantze

1. Gantze mit Brüchen und Brüche mit gantzen.

$\frac{3}{4}$ in 8 Thlr. ſt. a. $\frac{3}{4}\Big|\frac{4}{3}$ — $\frac{8}{1}$ fac. $\frac{32}{3}$ oder $10\frac{2}{3}$ Thl.

8 in $\frac{3}{4}$ Thl. ſt. a. $\frac{8}{1}\Big|\frac{1}{8}$ — $\frac{3}{4}$ fac. $\frac{3}{32}$ Thl.

2. Brüche mit vermiſchten Zahlen / vermiſchte mit Brüchen.

$\frac{3}{4}$ in $2\frac{1}{4}$ gl. ſt. a. $\frac{3}{4}\Big|\frac{4}{3}$ — $\frac{9}{4}$ fac. $\frac{36}{12}$ 3 gl.

$2\frac{1}{4}$ in $\frac{3}{4}$ gl. ſt. a. $\frac{9}{4}\Big|\frac{4}{9}$ — $\frac{3}{4}$ fac. $\frac{12}{36}\Big|\frac{1}{3}$ gl.

3. Gantze mit vermiſchten / vermiſchte mit gantzen.

4 in $6\frac{3}{4}$ gl. ſt. a. $\frac{4}{1}\Big|\frac{1}{4}$ — $\frac{27}{4}$ fac. $\frac{27}{16}\Big|1\frac{11}{16}$ gl.

$6\frac{3}{4}$ in 4 Thl. ſt. a. $\frac{27}{4}\Big|\frac{4}{27}$ — $\frac{4}{1}$ fac. $\frac{16}{27}$ Thl.

4. Vermiſchte Zahlen mit vermiſchten.

$2\frac{1}{4}$ in $3\frac{2}{3}$ lb. ſt. a. $\frac{9}{4}\Big|\frac{4}{9}$ — $\frac{11}{3}$ fac. $\frac{44}{27}\Big|1\frac{17}{27}$ lb.

Anm. 1. Der Erweiß iſt klar. Denn die durch die Einrichtung entſtehende Brüche / ſind den gegebenen Zahlen gleich. Folglich iſt jener ihr facit auch dieſer ihrem gleich.

Anm.

Anm. 2. Wie im multipliciren der Bruch des multiplicantis nicht durfte reſolvirt werden (§. 295 a. 3.): alſo hier nicht des diviſoris, aber wohl des dividendi. Der Grund liegt in der regul de tri. Sonſt bleibt es hier/ wie § 363. u. 365. von der diviſion überhaupt geſagt iſt.

§. 401. Exempel zur Ubung.

1. $\frac{3}{5}$ in 6 fac. $\frac{30}{3}$	6. $5\frac{2}{3}$ in $6\frac{1}{3}$ fac. $\frac{57}{51}$
2. 3 in $\frac{2}{6}$ fac. $\frac{2}{18}$	7. $\frac{3}{4}$ in 3 fac. $\frac{12}{3}$
3. $\frac{2}{3}$ in $4\frac{2}{3}$ fac. $\frac{42}{6}$	8. 2 in $4\frac{3}{4}$ fac. $\frac{19}{8}$
4. $8\frac{1}{2}$ in $\frac{5}{6}$ fac. $\frac{10}{102}$	9. 4 in $\frac{3}{5}$ fac. $\frac{3}{20}$
5. 6 in $12\frac{1}{4}$ fac $\frac{49}{24}$	10. $2\frac{1}{2}$ in $3\frac{2}{3}$ fac. $\frac{22}{9}$

Anm. Das facit kann man ſelbſt noch nach (§. 400. n. 3.) reduciren/ abbreviiren/ reſolviren ꝛc.

Anderer Unterſcheid.
Allgemeine Aufgabe.

§. 402. Alle Exempel zu dividiren/ da im dividendo U. Sorten gegeben werden im diviſore aber nur eine ſtehet / es mag nun in einem von beyden / oder allen beyden ein Bruch angetroffen werden. V. A.

1. Bringe alle Sorten des dividendi unter einen Nahmen. und zwar wenn es lauter gantze Zahlen ſind/ (nach §. 156.): iſt aber in der letzten Sorte ein Bruch/ (nach §. 373.).

2. Nun haſtu noch ein Ex. wie in der Aufgabe (§. 400.), daher verfahre/ wie daſelbſt gezeiget iſt.

Hier-

Hiernach gehen folgende Exempel dividire.

1. 4 gl. 6 Pf. durch $\frac{2}{3}$ ſt. a. n. 1. 54 Pf. und n 2.

$\frac{2}{3}\Big|\frac{3}{2}$ $\frac{54}{1}$ fac. $\frac{162}{2}$ oder 81 Pf. d. i. 6 gl. 9 Pf.

2. 4 gl. 6 $\frac{1}{2}$ Pf. durch $\frac{3}{4}$ ſt a. n. 1. 54 $\frac{1}{2}$ Pf. und

n. 2. $\frac{3}{4}\Big|\frac{4}{3}$ $\frac{109}{2}$ fac. $\frac{436}{6}$ Pf. oder 72 $\frac{4}{6}$ Pf.

d. i. 6 gl. $\frac{4}{6}$ Pf.

3. 4 gl. 6 $\frac{1}{2}$ Pf. durch 4. ſt. a. n. 1. 54 $\frac{1}{2}$ Pf. u.

n. 2. $\frac{4}{1}\Big|\frac{1}{4}$ $\frac{109}{2}$ fac. $\frac{109}{8}$ Pf. oder 13 $\frac{5}{8}$ Pf.

§. 403. Exempel zur Ubung.

1. 1 lb. 6 L. durch $\frac{3}{4}$ fac. $\frac{152}{3}$ L. 50 $\frac{2}{3}$ L.

2. 2 gl. $\frac{2}{3}$ Pf. durch 5 fac. $\frac{74}{15}$ oder 4 $\frac{14}{15}$ Pf.

3. 1 Thlr. 6 gl. 8 Pf. durch $\frac{2}{4}$ fac. $\frac{1472}{2}$ oder 736 Pf. d. i. 2 Thl. 13 gl. 4 Pf.

Ende der andern Section.

Des

Des andern Abſchnitts. Dritte SECTION, Von der Verhältniß und REGUL DE TRI in Brüchen mit einer Sorte.

Erſtes Capittel. Von der Verhältniß der Brüche von einer Sorte.

Erſter Abſatz. Von der RATION der Brüche.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 404.

MAn kann zwar unter Brüchen ſo wohl eine arithmet. als geometriſche ration ſuchen und bemercken: jedoch hat inſonderheit die letzte davon ihren Nutzen.

§ 405. Die **Verhältniß zweener Brüche** gegen einander läſſet ſich am füglichſten an ihren Zählern abnehmen/ wenn ſie einerley Nenner haben/ oder an ihren Nennern wenn ſie einerley Zähler haben (§. 323. n. 6.). Da man nun wohl alle Brüche von ungleichen Nennern unter einerley Nenner (§. 343.)/ aber nicht Brüche von ungleichen Zählern unter einerley Zähler bringen kann: ſo iſt dis eine allgemeine

meine Regul/ ſo wohl die arithmet. als geometr. Verhältniß der Brüche zu finden/ daß man

1. Die Brüche unter einerley Nenner bringt (nach §. 342.)/ wo ſie nicht ſchon einen haben/ und

2. Ihre Verhältniß an ihren Zählern ſuche/ wie ſonſt in gantzen Zahlen. (§ 235. ſeqq.). damit es aber doch niemanden zu ſchweer werde: ſo wollen wir ſie noch kürtzlich auf jeden Fall beſonders appliciren.

II. Aufgaben.

Erſte Aufgabe.

§. 406. Die arithmetiſche Verhältniß zweener Brüche zu finden (ſie mögen in ratione majoris oder minoris inæqualitatis ſtehen). Z. E. unter $\frac{4}{8}$ u. $\frac{6}{8}$ it. $\frac{2}{4}$ u. $\frac{6}{8}$. V. a.

1. Bringe die Brüche unter einerley Nenner/ wo ſie ungleiche Nenner haben (§. 342.).

2. Subtrahire den kleinern Zähler von dem gröſſern und ſetze den Reſt mit dem gemeinen Nenner in einen Bruch.

3. Dieſer Bruch iſt die differentz/ und die ſprich in ratione majoris inæqualitatis durch mehr/ in ratione minoris inæqualitatis durch weniger aus. ſt. a.

1. Die differentz unter $\frac{4}{8}$ u. $\frac{6}{8}$ iſt $\frac{2}{8}$ d. i. $\frac{4}{8}$ iſt $\frac{2}{8}$ weniger als $\frac{6}{8}$. und $\frac{6}{8}$ iſt $\frac{2}{8}$ mehr/ als $\frac{4}{8}$.

2. Die differentz unter $\frac{2}{4}$ u. $\frac{6}{8}$ iſt $\frac{8}{32}$. d. i. $\frac{2}{4}$ iſt $\frac{8}{32}$ weniger/als $\frac{6}{8}$. und $\frac{6}{8}$ iſt $\frac{8}{32}$ mehr/als $\frac{2}{4}$.

Anm. Man kann auch den bloſſen Reſt / ohne den gemeinſchaftlichen Nenner darunter zu ſetzen/ zur differentz annehmen/wenn man den Nenner als bekannt ſupponiren kann.

Andere Aufgabe.

§. 407. Die geometriſche Verhältniß zweener Brüche zu finden (ſie mögen in ratione majoris oder minoris inæqualitatis ſtehen) Z. E. unter $\frac{2}{8}$ u. $\frac{6}{8}$ it. unter $\frac{2}{6}$ u. $\frac{2}{3}$. V. a.

1. Bringe beyde Brüche unter einerley Nenner/ wo ſie nicht ſchon einen haben. (§. 342.)

2. Suche die Verhältniß unter ihren Zählern/ entweder durch die diviſion (wie §. 337.) oder durchs aufheben/(wie §. 240.).

3. So zeigen im erſten Fall der quotient, und im andern die beyden kleinen Zahlen ihre Verhältniß an/ ſt. a.

Hiernach iſt 1. unter $\frac{2}{8}$ u. $\frac{6}{8}$ die Verhältniß 3/ oder wie 1 gegen 3/ und 2. unter $\frac{2}{6}$ u. $\frac{2}{3}$ iſt ſie 2/ oder wie 1 gegen 2.

Anm.

Anm. Ein jeder ſiehet alſo / daß man bey der arithmetiſchen die bloſſe ſubtraction (§. 353. u. §. 355.) / und bey der geometriſchen die bloſſe diviſion (§. 381.) und das aufheben (§. 240.) nöthig habe. Daher kann man obige ſubtractions- und diviſions-Ex. (§. 254. 356. u. §. 364. 366.) hier zur Ubung nach beyden Aufgaben durchnehmen / wo und ſo lange man es nöthig findet.

Anderer Abſatz.
Von der PROPORTION in Brüchen.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 408.

Es kann unter Brüchen ſo wohl eine arithmetiſche als geometriſche proportion angemercket / und zu einigen gegebenen Brüchen andere geſucht werden / die mit ihnen in arithmetiſcher oder geometriſcher proportion ſtehen / am meiſten aber kommt doch das letzte vor.

Wir wollen beydes in folgenden Aufgaben abhandeln / die aber ihrer Ordnung und Inhalt nach mit den Aufgaben in gantzen Zahlen harmoniren ſollen.

Anm. Wir wollen die **vollen Umſtände** der Aufgaben kürtze wegen hier weglaſſen: man kann ſie aber ſelbſt aus den Aufgaben in gantzen Zahlen füglich ſuppliren / wie denn

dahin jedesmahls gewieſen wird. Z. E. §. 410. ſollte es nach den Worten: Proportional-Bruch zu finden/ heiſſen/ der ſich ſo gegen dem andern verhält/ als der andere gegen dem Erſten ꝛc. ꝛc welches aber aus den angeführten §. 246. zu suppliren iſt. und ſo in den übrigen.

§. 409. Wir werden alle Fälle darauf richten/ wie es zu halten ſey/ wenn lauter Brüche gegeben wären / dazu ein anderer zu ſuchen. Denn ob zwar auch ſolche Fälle vorkommen / da man zu einem Bruch einen andern Proportional-Bruch ſuchen muß/ der eben die Verhältniß mit ihm habe/ als 2 gegebene NB. gantze Zahlen ꝛc. allein dis und dergleichen iſt gar leicht/ wenn man nur das erſte recht gefaſſet hat. Und überdem wird das nöthigſte davon noch in der regul de tri mit U. S. folgen.

II. Aufgaben.

1. Bey der arithmetiſchen Proportion.

Erſte Aufgabe.

§. 410. Zu zweenen gegebenen Brüchen den dritten Proportional-Bruch zu finden/ der ſich etc. (ſiehe §. 246). Z. E. ſuche den dritten Bruch 1. zu $\frac{2}{3}$ u. $\frac{3}{4}$. oder 2. zu $\frac{3}{4}$ u. $\frac{2}{3}$. V. A.

1. Suche die Verhältniß unter den gegebenen Brüchen (nach §. 406).

2. Nimm den gemeinſchafftlichen Nenner auch zum Nenner des neuen Bruchs an.

3. Stehet unter den gegebenen Brüchen der gröſte hinten: ſo addire die differentz zu des

letzten

letzten ſeinem Zähler / und die Summe mache zum Zähler des neuen Bruchs.

4. Stehet aber der kleinſte hinten: ſo ſubtrahire die differenz/ und den Reſt mache zum Zähler des neuen Bruchs.

5. Den neuen Bruch abbreviire / (nach §. 327). ſt. a.

1. $\frac{2}{3}\ \frac{3}{4} = \frac{8}{12}\ \frac{9}{12}$. Folglich iſt die differenz 1. und da der gröſte Bruch hinten ſteht / ſo iſt der dritte dazu $\frac{10}{12}$ oder $\frac{5}{6}$.

2. $\frac{2}{3}\ \frac{2}{4} = \frac{8}{12}\ \frac{6}{12}$. Folglich iſt die differenz 2. und da der kleinſte hinten ſteht / der dritte dazu $\frac{4}{12}$ oder $\frac{1}{3}$.

Andere Aufgabe.

§. 411. Zu drey gegebenen Brüchen den vierten zu finden/ der ſich ſo verhält ꝛc. (wie §. 247.). Z. E. ſuche den vierten Bruch 1. zu $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{3}$. oder 2. zu $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{2}{4}$. V. A.

1. Bringe alle Brüche unter einerley Nenner (nach §. 342. n. II.).

2. Nimm den gemeinſchafftlichen Nenner auch zum Nenner des neuen Bruchs an.

3. Suche die Verhältniß unter den beyden erſtern Brüchen/ (wie §. 406).

4. Steht unter den beyden erſtern der gröſte hinten / ſo addire die differenz zu des dritten ſeinem Zähler: ſtehet der kleinſte hinten/ſo ſubtrahire ſie. ſo haſtu in beyden Fällen auch den Zähler des neuen Bruchs.

5. Den neuen Bruch abbreviire / (nach §. 327.). ſt. a.

1. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{3}$ = $\frac{24}{36}$. $\frac{27}{36}$. $\frac{12}{36}$. Folglich iſt der vierte Bruch. $\frac{15}{36}$. oder $\frac{5}{12}$. u. alſo iſt $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$ = $\frac{1}{3}$. $\frac{5}{12}$.

2. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{2}{4}$ = $\frac{36}{48}$. $\frac{32}{48}$. $\frac{24}{48}$. Folglich iſt der vierte Bruch $\frac{20}{48}$. oder $\frac{5}{12}$. und alſo $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{3}$ = $\frac{2}{4}$. $\frac{5}{12}$.

Anm. Der Erweiß iſt in beyden Aufgaben offenbar. Zur Erläuterung aber und Bekräfftigung kann man die Brüche reſolviren: ſo wird es auch in gantzen Zahlen zu treffen. Z. E. 1. das Ex. §. 410. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{5}{6}$. alſo: ſetze es wären Thlr. ſo gölte $\frac{2}{3}$ 16 gl. $\frac{3}{4}$ 18 gl. $\frac{5}{6}$ 20 gl. unter 16 gl. 18 gl. 20 gl. aber iſt einerley differentz/ nemlich 2. 2. Das Ex. § 411. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$ = $\frac{1}{3}$. $\frac{5}{12}$ alſo: $\frac{2}{3}$ iſt 16 gl. $\frac{3}{4}$ 18 gl. $\frac{1}{3}$ 8 gl. $\frac{5}{12}$ 10 gl. da iſt 16 u. 18 = 8. 10. Und ſo auch in andern.

§. 412. Exempel zur Ubung nach beyden Aufgaben.

I. Der dritte Proportional-Bruch.

1. Zu $\frac{3}{4}$ u. $\frac{4}{5}$ iſt $\frac{17}{20}$. 3. Zu $\frac{2}{3}$ u. $\frac{4}{5}$ iſt $\frac{14}{15}$.
2. Zu $\frac{2}{3}$ u. $\frac{3}{7}$ iſt $\frac{4}{21}$. 4. Zu $\frac{5}{6}$ u. $\frac{2}{3}$ iſt $\frac{1}{2}$.

II. Der vierte Proportional-Bruch.

1. Zu $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{5}$ iſt $\frac{29}{30}$. 3. Zu $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{5}$. $\frac{2}{3}$ iſt $\frac{43}{60}$.
2. Zu $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{6}$ iſt $\frac{1}{4}$. 4. Zu $\frac{3}{9}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$ iſt $\frac{5}{6}$.

II. Bey der geometriſchen Proportion.

Erſte Aufgabe.

§. 413. Zu zweenen gegebenen Brüchen den dritten Proportional-Bruch zu finden / der etc. (wie §. 249.), Z. E. 1. Zu $\frac{2}{3}$ u. $\frac{3}{4}$. 2. Zu $\frac{2}{6}$ u. $\frac{2}{3}$. V. a.

1. Mul-

1. Multiplicire den andern Bruch durch ſich ſelbſt nach § 359. (d. i. den Zähler und den Nenner durch ſich ſelbſt.)

2. Das product dividire durch den erſten Bruch nach § 365. : ſo iſt das facit der verlangte dritte Bruch/du kanſt ihn aber noch abbreviiren. ſt. a.

1. $\frac{2}{3}$ u. $\frac{3}{4}$. bey n. 1. $\frac{9}{16}$ bey n. 2. $\frac{2}{3}|\frac{3}{2}$ $\frac{9}{16}$ fac. $\frac{27}{32}$.
2. $\frac{2}{6}$ u. $\frac{2}{3}$ n. 1. $\frac{4}{9}$ n. 2 $\frac{2}{6}|\frac{6}{2}$ $\frac{4}{9}$ fac. $\frac{28}{18}\cdot\frac{4}{3}$.

Andere Aufgabe.

§. 414. Zu drey gegebenen Brüchen den vierten Proportional-Bruch zu finden/ der etc. (wie §. 251.). Z. E. 1. Zu $\frac{2}{8}$. $\frac{4}{8}$. $\frac{3}{4}$. V. a.

1. Multiplicirs den andern Bruch durch den dritten nach §. 359. ſt. a. $\frac{4}{8}$ $\frac{3}{4}$ fac. $\frac{12}{32}$.

2. Das product dividire durch den erſten Bruch (nach §. 365.). ſo iſt das facit der verlangte vierte Bruch. Du kanſt ihn aber noch abbreviiren. ſt. a. $\frac{2}{8}|\frac{8}{2}$ $\frac{12}{32}$ fac. $\frac{96}{64}|\frac{3}{2}$.

Anmerckungen und Erweiß.

1. Der Erweiß iſt ſehr ſchweer zu faſſen/ und erfodert eine genaue Einſicht in die Natur der Brüche. Weil aber doch viel daran gelegen iſt/ indem ſich die gantze regul de tri in Brüchen darauf gründet ; und man daraus ſehen kann/ warům man obige multiplication und diviſion angenommen habe : ſo kann man ihn um derer Willen/die nachdencken wollen und können/nicht übergehen.

Man hat aber zum voraus folgende Sätze bey ſich feſte zu ſetzen.

a. Wie ſich der **Nahme der Verhältniß** unter den **Zählern** und **Nennern** zweener Brüche verhält: ſo verhalten ſich auch die Brüche ſelbſt gegen einander. und zwar ſo vielmahl der **Nahme** der V. des letztern des erſtern ſeinen in ſich hält; ſo vielmahl iſt der letztere Bruch in dem erſten enthalten: und hingegen ſo oft der Nahme der V. des letztern in dem erſtern enthalten iſt; ſo oft hält der letztere Bruch den **erſtern** in ſich. Z. E. $\frac{4}{8}$ u. $\frac{2}{12}$. da iſt der Nahme der V. beym erſten 2 und beym andern 6. folglich iſt $\frac{2}{12}$ 3 mahl in $\frac{4}{8}$ enthalten/ und $\frac{4}{8}$ hält $\frac{2}{12}$ 3 mahl in ſich. Dis fließt aus §. 323. n. 4.

b. Eine Zahl (16) welche entſtehet/wenn man eine Zahl (4)/ die ſo oft in der **dritten** (8) ſteckt/ als die andere (2) uniteten hat/ ſo vielmahl nimmt/ als **die erſte** Zahl (4) uniteten hat: die verhält ſich alſo gegen die **dritte** (8) / als die andere (2) gegen **die erſte** (4)/ doch alſo/ daß ſie in **verkehrter** Proportion ſtehen. Denn alſo findet man die **vierte verkehrte** Proportional-Zahl §. 253. 4 : 2 = 8 : 16.

2. Wenn dis vorausgeſetzet iſt: ſo iſt der Erweiß alſo begreifflich zu machen.

a. Wenn der andere **Bruch** ($\frac{4}{8}$) durch den dritten ($\frac{3}{4}$) multiplicirt wird: ſo hält das product ($\frac{12}{32}$ oder $\frac{3}{8}$) ſo viel Theile von dem andern

dern ($\frac{4}{8}$) in ſich / als der dritte ($\frac{3}{4}$) anzeiget/ (§.359 a 2.) oder (reciproce) ſo viel Theile von dem dritten ($\frac{3}{4}$) als der andere ($\frac{4}{8}$) anzeiget. oder (welches einerley iſt) das product ($\frac{12}{32}$ oder $\frac{3}{8}$) ſteckt ſo oft in dem dritten Bruch ($\frac{3}{4}$)/ als der Zähler des andern (4) in ſeinem Nenner (8) ſteckt/ nemlich 2 mahl/ oder (welches noch eben ſo viel iſt) er ſteckt ſo oft in dem dritten ($\frac{3}{4}$)/ als der Nahme der Verhältniß unter dem Zähler (4) und Nenner (8) des andern Bruchs vniteten hat. d. i. 2 mahl. (Z. E. $\frac{3}{4}$ Thlr. iſt 18 gl. u. $\frac{3}{8}$ Thlr. iſt 9 gl. 9 gl. aber ſteckt in 18 gl. 2 mahl.)

b. Wenn aber das product ($\frac{12}{32}$ oder $\frac{3}{8}$) durch den erſten Bruch ($\frac{2}{8}$) dividirt wird: ſo hält das facit ($\frac{26}{64}$ oder $\frac{3}{2}$) daſſelbe ſo oft in ſich/ als der Zähler (2) des erſten (2) in ſeinem Nenner (8) ſteckt/ nemlich 4 mahl. oder als der Nahme der Verhältniß unter dem Zähler (2) und Nenner (8) des erſtern vniteten hat. nemlich 4.

c. Folglich iſt das letzte facit ($\frac{26}{64}$ oder $\frac{3}{2}$) eine Zahl/ welche entſtehet/ wenn man einen Bruch ($\frac{12}{32}$)/ der ſo oft in den dritten Bruch ($\frac{3}{4}$) ſteckt/ als der Nahme der Verhältniß (2) unter dem Zähler und Nenner des andern Bruchs ($\frac{4}{8}$) vniteten hat/ ſo vielmahl nimmt/ als der Nahme der Verhältniß (4) unter dem Zähler und Nenner des erſten Bruchs ($\frac{2}{8}$) vniteten hat. und daher verhält ſich auch ferner das facit ($\frac{3}{2}$) ſo gegen dem dritten Bruch ($\frac{3}{4}$) als der Nahme der Verhältniß des andern Bruchs (2) gegen dem

Nahmen der Verhältniß des erſten Bruchs (4): jedoch alſo / daß, da 2 in 4 2 mahl ſteckt / das facit ($\frac{3}{2}$) hingegen den dritten Bruch ($\frac{3}{4}$) 2 mahl in ſich hält / oder daß darunter eine verkehrte proportion iſt. alles vermöge der a. 1. lit. b.

d. Da nun die beyden erſten Brüche ($\frac{2}{8}$ u. $\frac{4}{8}$) ſich gegen einander verhalten / wie die Nahmen der Verhältniß (4 u. 2) / jedoch ümgekehrt alſo / daß der der gröſte iſt / bey dem der kleinſte Nahme iſt / (vermöge der a. 1. lit. a.): ſo verhält ſich auch das facit ($\frac{3}{2}$) ſo gegen den dritten Bruch ($\frac{3}{4}$) / als der andere gegen den erſten / und zwar alſo / daß ſie mit einander in einer NB. ordentlichen proportion ſtehen.

e. Folglich iſt der gefundene Bruch der verlangte vierte Proportional-Bruch zu den 3 gegebenen Brüchen. W. Z. E.

3. Ich will eben das noch an einem ſolchen Ex. zeigen / da die beyden erſten Brüche 1. nicht einerley Nenner / und 2. nicht lauter gäntze Zahlen zum Nahmen der Verhältniß haben. als $\frac{2}{6}$. $\frac{8}{12}$. $\frac{3}{4}$. a. da iſt der Nahme der Verhältniß bey $\frac{2}{6}$ 3 und bey $\frac{8}{12}$ $1\frac{4}{8}$ oder $1\frac{1}{2}$. Folglich iſt $\frac{8}{12}$ 2 mahl ſo viel / als $\frac{2}{6}$. denn anderthalb ($1\frac{1}{2}$) ſteckt in 3 2 mahl. b. das product des andern und dritten Bruchs iſt $\frac{24}{48}$ oder $\frac{1}{2}$. und das ſteckt $1\frac{1}{2}$ mahl in $\frac{3}{4}$. (Z. E. $\frac{3}{4}$ Thlr. iſt 18 gl. $\frac{1}{2}$ Thlr. iſt 12 gl. 12 gl. aber ſtecken in 18 gl. $1\frac{1}{2}$ mahl. c. wird das product durch den erſten Bruch $\frac{2}{6}$ dividirt: ſo iſt das facit ($\frac{144}{96}$ oder $\frac{3}{2}$) 3 mahl ſo viel / als das product

duct ($\frac{24}{48}$ oder $\frac{1}{2}$) ſelbſt. (denn $\frac{3}{2}$ oder 1 Thlr. 12 gl. iſt 3 mahl $\frac{1}{2}$ Thlr.) d. Folglich iſt es auch 2 mahl ſo viel/ als $\frac{3}{4}$ Thlr. (oder 18 gl.). und e. alſo der vierte Proportional-Bruch.

4. Viel natürlicher und faßlicher wäre es / wenn man 1. die Verhältniß der beyden erſten Brüche ſuchte nach §. 411. und 2. mit derſelben nur den NB. Zähler des dritten multiplicirte / wenn der gröſte Bruch unter den erſtern hinten ſtünde/oder nur den Nenner multiplicirte/wenn der kleinſte hinten ſtünde. denn da wäre es offenbar/ daß der gefundene Bruch der vierte Proportional-Bruch ſey/ (nach § 323. n.6.7. verglichen mit §. 359. a. 5. u. 363. a. 5.). Es iſt aber nicht in allen Fällen practicable. daher man hier in der gemeinen Art lieber bey jener allgemeinen Regel bleibet / und dis hinten als einen Special-Vortheil bemercket.

5. Der vorige Erweiß gilt auch bey §. 413. denn es iſt eben ſo viel / als wenn der andere Bruch 2 mahl ſtünde / und der dritte Bruch der vierte wäre.

6. Sonſt gilt auch hier/ was in gantzen Zahlen von dieſer Aufgabe (§. 251. a 3) geſaget iſt.

§. 415. Exempel zur Ubung nach beyden Aufgaben.

I. Der dritte Proportional-Bruch.

1. Zu $\frac{3}{6}$ u. $\frac{2}{3}$ iſt $\frac{24}{27}$.　　3. Zu $\frac{2}{4}$ u. $\frac{3}{4}$ iſt $\frac{36}{32}$.
2. Zu $\frac{3}{5}$ u. $\frac{3}{6}$ iſt $\frac{45}{108}$.　　4. Zu $\frac{1}{2}$ u. $\frac{2}{3}$ iſt $\frac{8}{9}$.

II. Der

II. Der vierte Proportional-Bruch.

1. Zu $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{5}$. $\frac{3}{7}$ iſt $\frac{60}{70}$.
4. Zu $\frac{2}{5}$. $\frac{3}{6}$. $\frac{1}{2}$ iſt $\frac{15}{24}$.
2. Zu $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$. $\frac{7}{8}$ iſt $\frac{56}{72}$.
5. Zu $\frac{3}{9}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{2}{5}$ iſt $\frac{18}{90}$.
3. Zu $\frac{3}{8}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{5}{8}$ iſt $\frac{80}{72}$.
6. Zu $\frac{2}{8}$. $\frac{3}{8}$. $\frac{1}{3}$ iſt $\frac{24}{24}$.

Dritte Aufgabe.

§. 416. Zu drey gegebenen Brüchen den vierten verkehrten Proportional-Bruch zu finden/ der ſich etc. (wie §. 253). Z. E. 1. Zu $\frac{2}{8}$. $\frac{4}{8}$. $\frac{3}{4}$ 2. Zu $\frac{4}{8}$. $\frac{2}{8}$ $\frac{3}{4}$. B. A.

1. Multiplicire den dritten durch den erſten Bruch (nach §. 359.) ſo kommt im 1. Ex. $\frac{6}{32}$ u. im 2. $\frac{12}{32}$.

2. Das product dividire durch den andern (nach §. 365.). ſo kommt in 1. Ex. $\frac{48}{128}|\frac{3}{8}$ u. im 2. $\frac{96}{64}|\frac{3}{2}$.

Anm. 1. Der Erweiß flieſſet aus dem vorigen (§. 414.). wenn man es nur ůmkehrt/ und das beym product des erſten und dritten/ und dem facit des andern bedenckt/ was im vorigen vom product des andern und dritten/ und dem facit des erſten geſagt iſt.

Anm. 2. Sonſt gilt hier auch/ was von dieſer Aufgabe in gantzen Zahlen §. 253. geſagt worden.

§ 417. Exempel zur Ubung. der vierte verkehrte Proportional-Bruch.

1. Zu $\frac{2}{5}$. $\frac{3}{6}$. $\frac{1}{2}$ iſt $\frac{30}{12}$.
4. Zu $\frac{4}{5}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{3}{7}$ iſt $\frac{60}{70}$.
2. Zu $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{7}{8}$ iſt $\frac{56}{72}$.
5. Zu $\frac{2}{8}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{3}$ iſt $\frac{72}{8}$.
3. Zu $\frac{3}{9}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{2}{6}$ iſt $\frac{30}{54}$.
6. Zu $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{8}$. $\frac{5}{8}$ iſt $\frac{80}{72}$.

Der dritten SECTION
Anderes Capittel.
Von der
REGUL DE TRI in Brüchen mit einer Sorte.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 418.

Zu der Regul de tri in Brüchen mit einer Sorte gehören eigentlich nur ſolche Ex. da in allen Sätzen nur bloſſe Brüche ſtehen / und im erſten und dritten Satz einerley Sorte iſt: jedoch werden (ihres beſtändigen Vortheils wegen) auch ſolche Ex dazu gezogen / da im erſten oder andern oder dritten Satz eine 1 ſteht / doch alſo / daß im erſten und dritten Satz einerley Sorte iſt. Was für Ex. hieher gehören?

§. 419. Und daraus entſtehen auch hier die ſo genannten drey Haupt-Puncte §. 262. nemlich. Was multipl. Ex. etc. ſind?

1. Multiplications-Ex. ſind / da im erſten Satz eine 1 im andern und dritten aber bloſſe Brüche ſtehen.

2. Diviſions-Ex. ſind / da im dritten oder andern Satz eine 1 iſt / und in den übrigen Sätzen bloſſe Brüche ſtehen.

3. Proportions-Ex. da in allen Sätzen bloſſe Brüche gegeben werden.

In

In allen dreyen aber wird im erſten und dritten Satz einerley Sorte ſupponirt.

Allgemeine Regul. §. 420. In allen Ex. der regul de tri mit einer Sorte liegt die Proportions-Regul §. 414. als eine allgemeine Regel zum Grunde / welche man aber gemeiniglich und füglich alſo abfaſſet.

1. Kehre den erſten Satz um/ wie in der diviſion (§. 365. n. 1.).

2. Multiplicire alle Zähler und alle Nenner beſonders in einander.

3. Die Summe der Zähler iſt der Zähler und die Summe der Nenner iſt der Nenner des verlangten Bruchs. Z.E. $\frac{2}{8}$ lb. $\frac{4}{8}$ Thlr. $\frac{2}{4}$ lb. ſt. a.
$\frac{2}{8}|\frac{8}{2}$ — $\frac{4}{8}$ — $\frac{3}{4}$ fac. $\frac{96}{64}$ oder $\frac{3}{2}$ Thlr.
Denn da wird doch in der That das product des andern und dritten Satzes durch den erſten Satz dividirt. wie der Augenſchein ausweiſet.

Anm. Man kann den erſten Satz auch nur bloß in Gedancken ümkehren / d. i. den Zähler zu den Nennern / und den Nenner zu den Zählern rechnen.

Eine andere General-Regul. §. 421. Andere haben eine andere methode durch Verführung der Nenner/ wie ſie es nennen. Es beſtehet aber darinn.

1. Man ſetzet alle Zähler unter die Nenner herab/ und zieht einen Strich dazwiſchen.

2. Man ſetzet den Nenner des erſten Satzes unter den letzten Satz/ und multiplicirt ihn mit den Zählern des andern und dritten Satzes zuſammen.

3. Man ſetzet den Nenner des andern und drit-

dritten Satzes unter den erſten Satz/ und multipliciret ſie mit dem Zähler des erſten zuſammen.

4. Die hinterſte Summe dividirt man durch die vörderſte/ wo es möglich iſt/ oder läſſet ſie in einem Bruch ſtehen/ wo es nicht möglich iſt.

Hiernach ſtünde obiges Exempel alſo:

$\frac{2}{8}$ lb. ——	$\frac{4}{8}$ Thlr. ——	$\frac{3}{4}$ lb.
8	8	4
2	4	3
4 der lezte Nenner	4	der mittelſte Zähler 4
8		12
8 der mittelſte Nenner	32 / 96 / 64 | $1\frac{32}{64}$	der erſte Nenner 8
64		96

Nun kommt zwar dieſe operation dem Grunde nach mit der vorigen überein: denn 1. wird n. 2. u. 3. der erſte Nenner mit den übrigen Zählern und wiederüm der erſte Zähler mit den übrigen Nennern in eine Summe gebracht. und 2. durch die diviſion n. 4. geſchicht eben das/ als wenn beyde Summen in einen Bruch geſetzet/ und dieſer, wenn er unächt/ reducirt/ oder/ wenn er ächt/ abbreviirt würde. Indeß aber wird durch dieſe methode die Sache ſo verwirrt/ daß man in Ewigkeit den Grund der operation nicht einſehen ſollte/ wenn man die vorige General-Regul und ihren Grund nicht wüſte. Da ſie nun überdem in der operation ſelbſt weitläufftiger iſt: ſo weiß ich nicht/ ob es Rath ſey / ſich daran zu gewöhnen. Wir wollen uns eigentlich an der vorigen General-Regul halten/ jedoch bey

läuf-

läuffig auch das nöthigſte von dieſer methode berühren.

Anm. Die Methode **durch Verführung der Nenner** iſt eine rechte carnificin für ſolche/ die beſſer nachdencken als memoriren können/ ſo lange ſie den Grund und General-Begriff nicht wiſſen. Denn ſo viel **beſondere Fälle** vorkommen können/ ſo viel **beſondere Regeln** muß man auch lernen/ die doch bey manchen arithmeticis über 30. ausmachen. Nunmehro wird man ſich zwar faſt von ſelbſt darein finden können/ doch ſoll ſolchen/ denen die methode gefällt/ noch ferner mit kurtzer und hinlänglicher Nachricht gedient werden.

II. Aufgaben.

I. Multiplications-Exempel.

§. 422. Ein Ex. der regul de tri zu machen/ da im erſten Satz 1/ im andern und dritten aber ein Bruch gegeben wird/ und im erſten und dritten Satz einerley Sorte iſt. Z. E. 1 lb. $\frac{2}{3}$ Thlr. — $\frac{3}{4}$ lb.? V. a.

1. Multiplicire den andern durch den dritten Satz (nach §. 359.): ſo iſt das product der verlangte vierte Satz und bekommt die Benennung des andern Satzes (§. 261. a. 2).

2. Das product abbreviire und reſolvire nach Befinden und Belieben. ſt. a.

1 lb. — $\frac{2}{3}$ Thl. — $\frac{3}{4}$ lb.? fac. $\frac{6}{12}|\frac{1}{2}$ Thl. oder 12 gl.

Beweiß. In dieſer Art Ex. hält der dritte Satz allemahl nur ſo viel ſolcher Theile vom erſten Satz in ſich/ als der Bruch des dritten anzeiget. Folglich muß auch der vierte Satz ſo viel vom andern in ſich halten (§. 255). Und einen

einen ſolchen Bruch findet man / wenn man des andern Bruch durch den Bruch des dritten multiplicirt (§.359. a. 1.2.).

Anmerckungen.

1. Nach der General-Regul (§.414. u.419.) ſollte das product des andern und dritten Satzes noch durch den erſten dividirt / und folglich (nach §.400.) die 1 in einen Bruch verwandelt werden. Es entſtünde aber (nach §. 330.n.I.II.) ein Bruch/deſſen Zähler und Nenner entweder eine 1 oder einerley Zahl (Z. E. der Nenner des dritten Bruchs 4) wäre / hieſſe $\frac{1}{1}$ oder $\frac{4}{4}$. Sollte man nun damit das product ($\frac{6}{12}$) dividiren: ſo bliebe es im erſten Fall ungeändert / und im andern würde der Zähler und Nenner mit einerley Zahl multiplicirt und das facit ($\frac{24}{48}$) gölte ſo viel/ als das product ($\frac{6}{12}$) ſelbſt (§.323. n. 7.). Und folglich wäre die diviſion im erſten Fall vergebens/ im andern aber überflüßig. Und daher bleibet ſolche in dieſer Art Ex. allemahl füglich und billig gar weg.

2. Wenn man des dritten Satzes Bruch ($\frac{3}{4}$) reſolvirte/ ſo käme im dritten Satz eine kleinere Sorte/ als im erſten: und denn würde es ein Proportions-Ex. und müſte noch mit den erſten Satz dividirt werden (§.290. n.III. verglichen mit §.289.n.1.). Und daraus erhellet/ warum man in der multiplication den multiplicantem nicht reſolviren dürfe/ da es doch beym multiplicando angehet (§.395.a.2. verglichen mit §.261.a.2.u. §.258.n.III.)

3. Nach der methode, da man die Nenner verführt (§. 421.) / verfahre hier alſo: a. Setze die Zähler beyder Brüche herab. b. Setze den mittlern Zähler unter den letzten / und multiplicire ſie. c. ſetze beyde Nenner unter den erſten Satz / und multiplicire ſie. d. dividire jener ihre Summe durch dieſer ihre. Weil aber das hier nimmer angeht: ſo ſetze ſie in einen Bruch / und abbreviire ſie. ſt. a.

Es iſt alſo bey dieſen Ex. das beſonders / daß man den erſten Satz gar fahren läßt. Es hat aber eben die Urſach / die a. 1. angeführet iſt.

1	—	$\frac{2}{3}$	—	$\frac{3}{4}$.
$\frac{1}{4}$		$\frac{3}{2}$		$\frac{4}{3}$
$\frac{3}{12}$		$\frac{6}{12} \mid \frac{1}{2}$		$\frac{2}{6}$

§. 423. Exempel zur Ubung.

1. $1 — \frac{3}{4} — \frac{2}{4}$? fac. $\frac{6}{16}$.
2. $1 — \frac{7}{8} — \frac{1}{6}$? fac. $\frac{7}{48}$.
3. $1 — \frac{3}{4} — \frac{2}{5}$? fac. $\frac{6}{20}$.
4. $1 — \frac{1}{2} — \frac{3}{5}$? fac. $\frac{3}{10}$.
5. $1 — \frac{5}{6} — \frac{4}{6}$? fac. $\frac{20}{36}$.
6. $1 — \frac{2}{5} — \frac{2}{3}$? fac. $\frac{4}{15}$.
7. $1 — \frac{3}{6} — \frac{3}{4}$? fac. $\frac{9}{24}$.
8. $1 — \frac{3}{7} — \frac{1}{2}$? fac. $\frac{3}{14}$.

Anm. Man kann den Sätzen nach belieben ſelbſt gewiſſe Benennungen beylegen.

II. Diviſions-Exempel.

§. 424. Ein Ex. der regul de tri zu machen / da im dritten oder andern Satz eine 1 / in den übrigen Sätzen aber Brüche gegeben werden / und da im erſten und dritten Satz einerley Sorte iſt. Z. E. $\frac{3}{4}$ lb. — $\frac{1}{2}$ Thl. 1 lb.? oder $\frac{3}{4}$ lb. — 1 Thl. $\frac{1}{2}$ lb. V. a.

1. Dividire durch den erſten Satz denjenigen unter den übrigen / wo der Bruch ſtehet (nach §. 363.): ſo iſt das facit der verlangte vierte Satz.

2. Das

2. Das facit abbreviire/ reducire/ reſolvire nach Befinden und Belieben/ und ſetze die Benennung des andern Satzes dabey (§.261.a.2.) ſt a.

1. $\frac{3}{4}|\frac{4}{3}$ lb.—$\frac{1}{2}$ Thl.—1 lb.? fac. $\frac{4}{6}|\frac{2}{3}$ Thl. oder 16 gl.

2. $\frac{3}{4}|\frac{4}{3}$ lb.—1 Thl.—$\frac{1}{2}$ lb.? fac. $\frac{4}{6}|\frac{2}{3}$ Thl. oder 16 gl.

Beweiß. Der vierte Satz ſoll ſich alſo verhalten gegen den dritten oder andern / als der dritte oder andere gegen den erſten (§. 260.). Da nun im erſten Satz allemahl ein Bruch iſt/ in einem von den übrigen aber 1 gantzes: ſo muß auch der vierte Satz den andern oder dritten Satz/wo der Bruch ſteht/ allemahl ſo viel mahl in ſich halten/ als 1 gantzes den erſten Bruch in ſich hält: und ein ſolch facit findet man/ wenn man den Bruch des andern oder dritten Satzes durch den Bruch des erſten Satzes dividirt. (§.363.a.4.).

Anmerckungen.

1. Nach der General-Regul (§. 420.) ſollte der andere und dritte Satz vorher multiplicirt werden. Weil aber in einem von beyden hier allemahl 1 iſt: ſo würde es nach deſſen Einrichtung eben ſo mit dem vorhandenen Bruch gehen / als in Multipl. Ex. mit dem product (§. 422. a. 1.). daher bleibt das füglich und billig weg.

2. Den erſten Bruch kann man nicht reſolviren aus eben der Urſach/ die (§. 422. a. 2.) gemeldet. Und daraus erhellet/ warum man den diviſorem nicht reſolviren könne (§.400.a.1.).

3. Nach der methode, da man die Nenner verführt (§.421.)/ verfahre hier alſo: a. Setze

die Zähler beyder Brüche herab. b. Den vorderſten Nenner ſetze unter den letzten Satz/ und multiplicire damit den Zähler des andern Bruchs/ er mag im andern oder dritten Satz ſtehen. c. Den Nenner des hintern Bruchs (er mag im andern oder dritten Satz ſtehen) ſetze unter den erſten Satz und multiplicire damit ſeinen Zähler. d. Mit dieſer ihrer Summe dividire jener ihre Summe. ſt. a.

1. $\frac{3}{4}$	—	$\frac{1}{2}$	—	$\frac{1}{4}$		
$\frac{3}{}$		$\frac{2}{1}$		4		
$\frac{2}{6}$						
		$\frac{4}{6}\big\vert\frac{2}{3}$				

2. $\frac{3}{4}$	—	1	—	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{}$		$\frac{4}{6}\big\vert\frac{2}{3}$		$\frac{2}{1}$
$\frac{2}{6}$				$\frac{4}{4}$

§. 425. Exempel zur Ubung.

1. $\frac{6}{8}$ — $\frac{3}{4}$ — 1 ? fac. $\frac{24}{24}$.
2. $\frac{3}{5}$ — $\frac{2}{6}$ — 1 ? f. $\frac{10}{18}$.
3. $\frac{8}{12}$ — 1 — $\frac{2}{3}$? f. $\frac{24}{24}$.
4. $\frac{6}{10}$ — 1 — $\frac{9}{12}$? f. $\frac{90}{72}$.
5. $\frac{3}{4}$ — $\frac{5}{7}$ — 1 ? fac. $\frac{20}{21}$.
6. $\frac{6}{8}$ — $\frac{2}{4}$ — 1 ? f. $\frac{16}{24}$.
7. $\frac{3}{7}$ — $\frac{5}{6}$ — 1 ? f. $\frac{35}{18}$.
8. $\frac{3}{8}$ — 1 — $\frac{2}{5}$? f. $\frac{16}{15}$.

Anm. Man kann denen Sätzen ſelbſt gewiſſe Benennungen beylegen/ und die Ex. nach beyden methoden ausarbeiten.

III. Proportions-Exempel.

§. 426. Ein Ex. der R. de tri zu machen/ da in allen Sätzen Brüche gegeben werden/ und der erſte und dritte Satz einerley Benennung hat. Z. E. $\frac{3}{4}$ lb. — $\frac{2}{3}$ Thlr. $\frac{1}{2}$ lb.? V. a.

1. Kehre den erſten Bruch üm/ (wie 363.).
2. Multiplicire alle Zähler und wiederum alle Nenner in einander.
3. Die Summe der Zähler nimm zum Zähler und derer Nenner zum Nenner des verlangten Bruchs an: und reducire/ abbrevire/ reſolvire

ihn

ihn nach Befinden und Belieben. ſt. a.

$\frac{3}{4}|\frac{4}{3}$ — $\frac{2}{3}$ — $\frac{1}{2}$? fac. $\frac{8}{18}|\frac{4}{9}$ Thlr.

Anm. Dis iſt alſo die volle proportions- und allgemeine Regul (§. 414. u. 419). Folglich bleibt auch hier der Erweiß aus (§. 414.)/ und mit Verführung der Nenner wird es gehalten/ (wie §. 420.)

§. 427. Exempel zur Ubung.

1\. $\frac{5}{8}$ E. $\frac{3}{4}$ thl. $\frac{2}{4}$ E? f. $\frac{48}{80}$ thl. 4. $\frac{1}{2}$ — $\frac{2}{4}$ — $\frac{3}{4}$? fac. $\frac{12}{16}$.
2\. $\frac{3}{6}$ — $\frac{5}{8}$ — $\frac{3}{4}$? f. $\frac{90}{96}$. 5. $\frac{3}{8}$ — $\frac{4}{5}$ — $\frac{1}{6}$? f. $\frac{32}{90}$.
3\. $\frac{2}{3}$ — $\frac{3}{5}$ — $\frac{6}{7}$? f. $\frac{54}{70}$. 6. $\frac{3}{7}$ — $\frac{2}{5}$ — $\frac{1}{4}$? f. $\frac{14}{60}$.

Anm. Man lege den Sätzen ſelbſt Benennungen bey/ und macht jedes Ex. nach beyden methoden.

Ende der dritten Section.

Des andern Abſchnitts.

Vierte SECTION,

Von der Verhältniß und Regul de Tri in Brüchen mit U. Sorten.

Erſtes Capittel.

Von der Verhältniß der Brüche von U. Sorten.

Erſter Abſatz.

Von der Ration der Brüche von U. S.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 428.

Die Exempel/ ſo hier vorfallen / können auch füglich in die (§. 368.) angeführ-

 te

te zweene Unterſcheide eingetheilet werden. Denn man hat die ration zu ſuchen.

I. Unter Gantzen und Brüchen von einer Sorte.

II Unter Brüchen und Brüchen oder Gantzen und Brüchen von U. Sorten. Und zwar

a. In dem erſten Unterſcheid ſind ſo viel beſondere Fälle möglich / als ſich Gantze und Brüche in zwoo Sätzen unterſchiedentlich finden können / (nach §. 322. a c.)

b. In dem andern Unterſcheid aber bleiben auch die 3 Fälle / die in gantzen Zahlen angeführet ſind (§. 272.) / nur daß hier entweder in einem von beyden / oder in allen beyden Sätzen zugleich Brüche müſſen angetroffen werden.

II. Aufgaben.

Erſter Unterſcheid.

Allgemeine Aufgabe.

§. 429. Unter Gantzen und Brüchen von einer Sorte die arithmet. - und geometriſche Verhältniß zu finden. V. a.

1. Richte die gantze und vermiſchte Zahlen ein (§. 330. 334.): ſo haſtu lauter bloſſe Brüche. Daher

2. Suche die arithmetiſche Verhältniß / (wie §. 406.) und die geometriſche / (wie §. 407.).

Hiernach können alle §. 428. aus §. 322. angeführte Fälle aufgelöſet werden. Z. E.

4 u. $\frac{2}{3}$ Thlr. iſt nach n. 1. $\frac{4}{1}$ — $\frac{2}{3}$. nach n. 2. aber

und

$\frac{12}{3}$ $\frac{2}{3}$ und folglich die arithmet. Verhältniß $\frac{12}{3}$ die geometr. aber 6/ oder wie 6 u. 1.

§. 430. Exempel zur Ubung. Unter

1. 2 gl. u. $\frac{1}{3}$ gl. iſt die arith. V. $\frac{3}{2}$ u. die geom 4.
2. 3 Kfl. u. $\frac{2}{4}$ Kfl. ——— $\frac{10}{4}$ ——— 5.
3. 6 Wl. u. $\frac{2}{8}$ Wl. ——— $\frac{16}{3}$ ——— 9.
4. $\frac{2}{5}$ C. u. 1 C. ——— $\frac{3}{5}$ ——— $2\frac{1}{2}$.

Anderer Unterſcheid.

Allgemeine Aufgabe.

§. 431. Unter Brüchen/ oder Gantzen und Brüchen von U. Sorten/ nach allen (§. 428. aus §. 272.) angeführten Fällen/ die geometriſche Verhältniß zu finden. V. A.

I. Bringe beyde Sätze unter einerley Benennung/ eben ſo/ als (§. 279. n. I.) in gantzen Zahlen nach allen Fällen gezeiget iſt/ nur daß hier 1. wo in der kleinſten vorhandenen Sorte ein Bruch iſt/ ſolcher an die durch die reſolution gebrachte Summe angehänget werde/ (wie §. 373.) und 2. wo ein Bruch in einer Sorte ſtehet/ die unter den vorhandenen nicht die kleinſte iſt, daß ſolcher auch (nach §. 338.) in die kleinſte vorhandene Sorte reſolviret werde.

II. Nun haſtu entweder in beyden Sätzen lauter gantze Zahlen von einer Sorte oder doch gantze und Brüche von einer Sorte: Daher verfahre im erſten Fall/ wie §. 237. oder 240. und im andern Fall/ wie §. 430.

Hiernach ſtehen folgende 2 Ex. zum Muſter

aller übrigen alſo: als ſuche die geometr. Verhältniß.

1. Unter 2 Thlr. $4\frac{2}{4}$ gl. u. 16 gl. ſtehet nach n. I. alſo $52\frac{2}{4}$ gl. u. 16 gl. und nach n. II. $\frac{210}{4}$ u. $\frac{16}{1}$ = $\frac{210}{4}$ u. $\frac{64}{4}$ und folglich iſt die Verhältniß $3\frac{18}{64}$. oder wie 105 gegen 32 (§. 430.).

2. Unter 2 gl. 6 Pf. u. $\frac{1}{2}$ gl. ſtehet alſo. n. I. 30 Pf. u. 6 Pf. und n. II. iſt die Verhältniß 5. oder wie 5 gegen 1.

Anm. 1. Die arithmetiſche Verhältniß in dieſen Fällen zu ſuchen/ kommt nicht eben vor/ würde aber leicht ſeyn.

Anm. 2. Exempel zur Ubung werden ſich künftig zur gnüge finden.

Anderer Abſatz.

Von der Proportion der Brüche von U. S.

§ 432. Es iſt unnöthig/uns hiebey aufzuhalten/ denn wenn man die Verhältniß nach dem erſten Abſatz zu finden weiß: So wird es nicht ſchweer werden die dritte oder vierte proportional-Zahl dazu zu finden. Denn iſt die gegebene Zahl/ (dagegen die unbekannte Zahl eben die Verhältniß haben ſoll/ die zwiſchen zwoo andern iſt) 1. eine gantze Zahl: ſo verfahre, wie §. 246. oder 249. oder 253. 2. iſt es ein Bruch: ſo verfahre / wie §. 410. 411. 413. 414. 416. 3. Sind es U. Sorten / ſo bringe ſie unter einen Nahmen/und verfahre wie jetzo n. 1.2. geſagt iſt. Jedoch aber wird von der geometriſchen proportion in dem folgenden Cap. noch ausführlichere Anweiſung gegeben werden.

Der

Der vierten SECTION
Anderes Capittel.
Von der
REGUL DE TRI in Brüchen
von U. Sorten.
1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 433.

Die Exempel der Regul de tri in Brüchen mit U. Sorten können auch füglich in Multiplications Diviſions und Proportions-Ex. eingetheilet werden und zwar nach eben den Umſtänden/als von jedem in gantzen Zahlen (§. 290.) gemeldet iſt. In jeder Claſſe aber hat man überhaupt wieder 2 Unterſcheide zu machen. Zum erſten gehören die Ex. da gantze und Brüche gegeben ſind/ aber da in jedem Satz nur eine und im erſten und dritten Satz nur einerley Sorte iſt. Zum andern gehören ſolche Ex. da entweder im erſten und dritten Satz/ oder nur in einem Satz allein U. Sorten ſtehen. Wie viel beſondere Fälle aber nach ſolchem Anſchlag in jedem Unterſcheid vorkommen können/ ſoll in den Aufgaben ſelbſt gezeiget werden. *Was für Ex. vorkommen?*

§. 434. Bey den Ex. des erſten Unterſcheids bleibet dieſe General-Regul 1. richte alle gantze und vermiſchte Zahlen ein (nach §. 330. u §. 334.) ſo haſtu lauter bloſſe Brüche. Daher 2. operire/ *General-Regul des 1ſten Unterſcheids.*

wie in Ex. von einer Sorte in der dritten Section c. II. 3. Wenn im vierten Satz ſo viel vniteten einer kleinern Sorte entſtehen / welche Gantze ausmachen können / ſo reducire ſie (§. 159.). Z. E. 2 lb. 16 gl. — $8\frac{2}{3}$ lb.? ſt. a.

$\frac{2}{1}|\frac{1}{2}$ lb. — $\frac{16}{1}$ gl. — $\frac{26}{3}$ lb.? f $69\frac{2}{3}$ gl. d. i. 2 Thl. 21 gl. 4 pf.

Anm. Dieſe General-Regul muß man auf alle Haupt-Claſſen beſonders appliciren laſſen.

General-Regul des 2. Unterſcheids.

§. 435. Bey den Ex. des andern Unterſcheids bleibet dieſe General-Regul.

1. Wenn im erſten und dritten Satz U. Benennungen ſind: ſo bringe ſie unter einerley Benennung / (nach §. 432. n. 1.).

2. Wenn im andern Satz U. Sorten ſtehen / ſo bringe ſie unter einen Nahmen / (nach §. 156. oder 372.).

4. Nun haſtu entweder Exempel in gantzen Zahlen / oder gantze und Brüche von einer Sorte. Daher verfahre ferner im erſten Fall wie in gantzen Zahlen / und im andern wie §. 436. Z. E. $\frac{3}{5}$ C. 6 Thlr. 12 gl. — 2 C. 30 lb.? ſt a. n. 1. 2. 66 lb. — 156 gl. — 250 lb. Folglich iſt das facit n. 3. 22 Thlr. 23 gl. $9\frac{2}{33}$ Pf.

Anm. Dieſe Regul kommt überein / und hat einerley raiſon mit der §. 239. nur daß es hier auf Brüche gerichtet iſt.

General-Regul zur Verführung der Nenner.

§. 436. Von der methode durch Verführung der Nenner (§. 421.) iſt hier einmahl für allemahl zu mercken. 1. Es findet dieſelbe in beyderley Unterſcheiden allererſt nach der Einrichtung aller Sätze ſtatt / oder wenn man zuvor in allen Sätzen

Sätzen bloſſe Brüche hat. II. ſo dann aber wird es damit in jedem Haupt-Punct ſo gehalten / als in der regul de tri mit einer Sorte gezeiget iſt.

Anm. Wenn bey Einrichtung einer gantzen Zahl der Nenner 1 iſt (§. n. 1.) ſo läßt man die 1 fahren und operirt nur mit der andern Zahl.

II. Aufgaben.

I. Multiplications-Exempel.

Erſter Unterſcheid.

Allgemeine Aufgabe.

§. 437. Ein Ex. der Regul de Tri aufzulöſen / da im 1ſten Satz 1 und im andern und dritten gantze und Brüche/im erſten und dritten aber einerley Sorte iſt. V. a.

1. Richte die gantze und vermiſchte Zahlen im andern und dritten Satz ein/ ſo haſtu darinn lauter Brüche. Daher

2. Verfahre wie §. 422. jedoch

3. Die Summe einer kleinern Sorte reducire/ wo es nöthig iſt. Z. E.

1 lb. — 16 gl. — $6\frac{2}{3}$ lb. ? ſt. a.

1 lb. — $\frac{16}{1}$ gl. — $\frac{20}{3}$ lb. ? fac. $\frac{320}{3}$ gl. d. i. $106\frac{2}{3}$ gl. oder 4 Thlr. 10 gl. 8 Pf.

Anmerckungen.

1. Weil hier nur der andere und dritte Satz zu multipliciren iſt: ſo finden hier eben die Fälle/ und in allen eben die operation ſtatt/ als im erſten Unterſcheid der multipl. in U. S. (§. 395.)/ und iſt alſo hier nichts neues.

2. Es iſt hier die gantze General-Regul (§. 434.)/ bloß daß ſie nur auf 2 Sätze gerichtet wird.

3. Wer

3. Wer die Nenner verführen will/der thut ſolches bey n. 2. (nach §.422. a. 3.) vermöge der General-Regul (§.436.).

§. 438. Exempel zur Ubung.

1. 1 C.—89$\frac{8}{9}$ Thl.—108 C.? fac. 9708 Thl.

2. 1 Ell. —6 gl. —$\frac{2}{3}$ Ell.? fac. 4 gl.

3. 1 L.—2$\frac{1}{3}$ gl.—$\frac{4}{5}$ L.? fac. 1$\frac{13}{15}$ gl.

4. 1 Qv.—3$\frac{1}{4}$ gl. —$\frac{3}{8}$ Qv.? fac. 2$\frac{1}{32}$ gl.

5. 1 St.—8 Rfl. —$\frac{3}{4}$ St.? fac. 6 Rfl.

Anderer Unterſcheid.

Allgemeine Aufgabe.

§. 439. Alle Ex. der regul de tri aufzulöſen/da im 1ſten Satz 1 im dritten Satz aber eine andere (doch gröſſere) Sorte/ als im erſten/ iſt/ it. da im andern oder auch dritten Satz U. Sorten ſtehen/ doch ſo/ daß die kleinſte des dritten nicht kleiner/ als die im erſten/ iſt. V.a.

1. Bringe den erſten und dritten Satz unter einerley Benennung/ (nach §.432.n.1.).

2. Bringe die Sorten des andern Satzes unter einen Nahmen/ (wie §. 156. oder 373.).

3. Nun haſtu entweder im andern und dritten Satz gantze Zahlen/oder ein Ex. nach voriger Aufgabe §. 437. daher verfahre/wie du in beyden Fällen gelernet haſt.

Hiernach ſtehen folgende Ex. alſo:

1. 1 lb.—6 gl.—$\frac{3}{5}$ C.? heißt n. 1. 1 lb.—6 gl. —66 lb. und folglich nach n. 3. iſt das facit 396 gl. oder 16 Thlr. 8 gl.

2. 1 lb.—1 Thlr. 4$\frac{1}{2}$ gl.—1$\frac{1}{5}$ C.? heißt n. 1. u. 2. alſo 1 lb.—28$\frac{1}{2}$ gl.—132 lb.? u. folglich iſt das fac.

n. 3.

n.3. $\frac{7524}{2}$ gl. d.i. 3762 gl. d.i. 156 Thl. 18. gl.

Anmerckungen.

1. Hier iſt die gantze General-Regul (§. 437.) auſſer daß der erſte Satz unverändert bleibẽ muß.

2. Die methode mit Verführung der Nenner läßt ſich nur anbringen/ wenn bey n. 3. gantze und Brüche angetroffen werden. (wie §. 537. a. 3.).

3. Es iſt hier/ wie im andern Unterſcheid der multiplication (§. 397.)/ bloß daß hier im dritten Satz/ als im multiplicante, auch U. Sorten ſtehen können/ welches oben nicht geſchehen.

§. 440. Ex. zur Ubung.

1. 1 lb. - $\frac{17}{18}$ thl. - 16 C. 17 lb.? f. 1678 thl. 6 gl. 8 pf.
2. 1 lb. - 3 thl. 12 gl. 6 pf. - $\frac{29}{32}$ C.? f. 350 thl. 23 gl. 7$\frac{1}{8}$ pf.
3. 1 lb. - $\frac{8}{9}$ thl. - 13 C. 14$\frac{55}{64}$ lb.? f. 1284 thl. 7 gl. 8 pf.
4. 1 Schl. - 2$\frac{1}{4}$ thl. - 2 Wl. 6 Schl.? f. 128$\frac{1}{2}$ thl.
5. 1 Schl. - 2 thl. 3 gl. - 4$\frac{1}{2}$ Schl.? f. 9 thl. 9 gl. 6 pf.
6. 1 £. - 2 thl. 4$\frac{1}{2}$ gl. - 3 £.? f. 6 thl. 13 gl. 6 pf.

II. Diviſions - Exempel.

Erſter Unterſcheid.

Allgemeine Aufgabe.

§. 441. Ein Ex. der R. de tri aufzulöſen/ da im dritten oder andern Satz 1 iſt/ im erſten und andern/ oder im erſten und dritten aber gantze und Brüche ſtehen/ doch ſo/ daß im erſten und dritten Satz einerley Sorte ſey. V. a.

1. Richte die gantze und vermiſchte Zahlen im erſten und andern Satz/ oder im erſten und dritten (wenn nemlich die 1 im erſten iſt) ein/ ſo haſtu lauter Brüche. Daher

2. Verfahre/ wie mit bloſſen Brüchen §. 424.

3. Die

3. Die vniteten einer kleinern Sorte reducire/ wo es möglich iſt.

Hiernach ſtehen folgende Ex. alſo.

1. 4 lb. — $2\frac{1}{2}$ Thlr. — 1 lb.? heißt
$\frac{4}{1}$ lb. — $\frac{5}{2}$ Thlr. — 1 lb.? fac. $\frac{5}{8}$ Thl. d.i. 15 gl.

2. $\frac{1}{2}$ lb. — $16\frac{1}{2}$ gl. — 1 lb.? heißt
$\frac{1}{2}$ lb. - $\frac{33}{2}$ gl. - 1 lb.? f. $\frac{66}{2}$ gl. d.i. 33 gl. oder 1 thl. 9 gl.

Anmerckungen.

1. Hier wird bloß mit dem erſten Satz in den andern oder dritten dividirt: folglich finden hier eben die Fälle/ und eben die operation ſtatt/ als im erſten Unterſcheid der diviſion (§.400.).

2. Es iſt hier die gantze General-Regul (§.434.) auſſer daß ſie nur auf 2 Sätze gerichtet wird.

3. Wer die Nenner verführen will/ der thut es nach der Einrichtung. n. 2. (§.436.)

§. 442. Ex. zur Ubung.

1. $\frac{3}{5}$ lb. - 6 Thlr. - 1 lb.? fac. 10 Thlr.
2. 6 L. - $12\frac{1}{4}$ gl. - 1 L.? fac. 2 gl. 1 Hlr.
3. 55 Thlr. - 1 C. - $\frac{1}{2}$ Thlr.? f. 1 lb.
4. 6 El. - $\frac{27}{32}$ Thlr. - 1 El.? f. 3 gl. 4 Pf. 1 Hlr.
5. $2\frac{1}{4}$ El. - $\frac{3}{4}$ gl. - 1 El.? fac. 4 Pf.
6. $2\frac{1}{4}$ L. $3\frac{2}{3}$ gl. - 1 L.? fac. $1\frac{5}{9}$ gl.
7. $4\frac{3}{8}$ El. - $\frac{5}{8}$ Fl. - 1 El.? f. 3 gl.

Anderer Unterſcheid.

Allgemeine Aufgabe.

§. 443. Alle Ex. der R. de tri aufzulöſen/da im andern oder dritten Satz 1 ſteht/ und da 1. im erſten Satz eine gröſſere Sorte/ als im dritten iſt/oder 2. da im erſten und andern oder dritten Satz U. Sorten angetroffen werden. V.a.

1. Brin-

1. Bringe den erſten und dritten Satz unter einerley Benennung (nach §. 432) wo es nöthig iſt.

2. Stehen im andern Satz U. Sorten/ ſo bringe ſie unter einen Nahmen.

3. Nun haſtu entweder lauter gantze Zahlen/ oder ein Ex. nach der Aufgabe (§. 441.). daher verfahre/ wie du in beyden Fällen gelernt.

Hiernach ſtehen folgende Ex. alſo:

1. $\frac{3}{5}$ C. - 396 Thlr. - 1 lb. ? heißt n. 1.
66lb. - 396 Thl. - 1 lb ? folglich iſt n. 3 das f. 6 Thl.

2. $1\frac{1}{5}$ C. - 3 Thlr. $4\frac{1}{2}$ gl. - 1 lb. ? heißt n. 1. u. 2.
132 lb. - $76\frac{1}{2}$ gl. - 1 lb. ? folglich iſt das facit
n. 3. $\frac{153}{264}$ gl. oder $\frac{51}{88}$ gl.

Anmerckungen.

1. Hier iſt die gantze General-Regul/ auſſer daß der Satz/ wo die 1 ſteht/ unverändert bleiben muß.

2. Die methode mit **Verführung der Nenner** läßt ſich nur anbringen / wenn es n. 3. ein Ex. nach der Aufgabe (§. 441.) wird.

3. Es iſt hier / wie im andern Unterſcheid der diviſion (§. 402.) bloß daß hier auch im erſten Satz/ in dem diviſore, U. Sorten ſtatt finden/ welches oben nicht war.

§. 444. Ex. zur Ubung.

1. $\frac{11}{32}$ C. - 76 Thl. 23 gl. 1 Pf. - 1 lb. ? f. 17 gl. 4 Pf.
2. 4 El. - 4 gl. $6\frac{1}{2}$ Pf. - 1 El. ? f. 1 gl. $1\frac{5}{8}$ Pf.
3. $\frac{2}{4}$ C. - 1 Thl. 6 gl. 8 Pf. - 1 C. ? f. 2 Thl. 13 gl. 4 Pf.
4. 24 C. - 599 thl. $22\frac{1}{2}$ gl. - 1 C. ? f. 24 thl. 23 gl. $11\frac{1}{4}$ pf.
5. 865 El. - 861 Thl. $23\frac{11}{12}$ gl. - 1 El. ? f. 23 gl. 11 Pf.
6. 3 C. 30 lb. - $14\frac{2}{5}$ L. - 801 Thl. - 1 L. ? f. 1 gl. 8 Pf.

III. Proportions-Exempel.

Erſter Unterſcheid.

Allgemeine Aufgabe.

§. 445. Alle Ex. der R. de tri aufzulöſen/ da in keinem Satz 1 ſteht ſonſt aber gantze und Brüche gegeben werden/ doch alſo/ daß im erſten und dritten einerley Sorte iſt.

NB. Hier bleibt die Gen.-Regel ohne Zuſatz oder ausnahme/ wie ſie (§. 434.) ausgedruckt iſt. Z. E.

$\frac{3}{4}$ lb. - 6 Thl. - $5\frac{2}{8}$ lb.? ſt. a.

$\frac{3}{4}$ lb. - $\frac{6}{1}$ thl. - $\frac{42}{8}$ lb. fac. $\frac{1008}{32}$ thl. d. i. 31 thl. 12 gl.

§. 446. Exempel zur Ubung.

1. $\frac{3}{8}$ lb. - 6 Thlr. - 18 lb.? fac. 288 Thlr.
2. $\frac{3}{4}$ C. - $2\frac{1}{2}$ Thlr. - $\frac{2}{5}$ C.? fac. 1 Thlr. 8 gl.
3. $3\frac{1}{4}$ El. - 5 Fl. - $6\frac{1}{2}$ El.? f. 10 Fl.
4. $\frac{1}{2}$ lb. - 2 Kfl. - $3\frac{2}{5}$ lb.? f. $13\frac{3}{5}$ Kfl.
5. 7 lb. - $\frac{5}{8}$ Thlr. - 56 lb.? f. 5 Thlr.
6. $7\frac{1}{2}$ El. - $3\frac{1}{8}$ Thlr. - $22\frac{5}{8}$ El.? f. 9 Thlr. 10 gl. 3 Pf.

Anderer Unterſcheid. allgemeine Aufgabe.

§. 447. Alle Ex. der R. de tri aufzulöſen/ da in keinem Satz 1 ſteht oder bleibt/ ſonſt aber 1. entweder im erſten und dritten Satz nicht einerley Benennung/ oder 2. in einem oder mehrern Sätzen vor ſich ſchon U. S. angetroffen werden.

NB. Hie bleibt die gantze General-Regul ohne Zuſatz oder ausnahme/ wie ſie (§. 435.) gegeben iſt.

§. 448. Exempel zur Ubung.

1. $\frac{3}{4}$ El. - 9 Pf. - 390 Schock 48 El.? f. 977 Thl.
2. 63 El. - 29 thl. 15 gl. 4 pf. - $38\frac{3}{8}$ El.? f. 18 thl. 12 gl. 7 pf.
3. $21\frac{4}{5}$ C. - 1234 thl. 15 gl. 9 pf. - 327 C.? fac. 18519 thl. 10 gl. 3 pf.

Ende der vierten Section u. des erſten Theils.

Des erſten Buchs
Anderer Theil
Von
Den Vortheilen
In der
ARITHMETIC.

Des Andern Theils
Erſter Abſchnitt.
Von gantzen Zahlen.
Erſte SECTION
Von den Vortheilen der Species mit einer Sorte.
Erſtes Capittel.
Von den Vortheilen überhaupt und der NUMERATION inſonderheit.
1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.
§. 449.

Was Vortheile ſind? Durch Vortheile verſtehen wir alle Arten der Operation, dadurch man ſicherer/oder eher und leichter zum Zweck komt/ als nach der bißher gezeigten gemeinen Art. (Vorber. §. 37.). Je ſicherer oder geſchwinder und leichter nun die Sache dadurch wird/ je gröſſer iſt der Vortheil.

Welches die beſten? §. 450. In praxi komt es überhaupt faſt darauf an/daß man wenig ſchreiben dürfe und das meiſte im Kopf ausmachen könne: denn die Gedancken ſind geſchwinder/ als die Hand. daher ſind das die beſten Vortheile/

theile/dadurch die Sache ſo leicht wird/daß man entweder gar nichts/ oder doch nur wenig ſchreiben darf: und man hat ſich das einmahl für allemahl als eine general-maxim anzunehmen/daß man ins künftige alles/was man ſich im Kopf zu behalten und auszumachen getrauet/ nicht mit aufſchreibe. Weil man aber darinn üm der gar unterſchiedenen Fähigkeit willen keine General-Regul ſetzen kann/wie viel man ſchreiben oder nicht ſchreiben ſolle: ſo werden wir in dieſem Buche manches völlig ausdrucken müſſen/ was man in praxi nur im Kopf macht; jedoch ſollen die Haupt-Sachen/ die man im Kopf tractiret/ angezeiget werden. Ein jeder verſucht/ was ſeine Kräffte zulaſſen wollen.

§. 451. Die Vortheile ſind ſo mannigfaltig/ daß man ſie unmüglich alle ſpecificiren kann: denn einer macht ſichs auf dieſe/ der andere auf eine andere Art leicht/ und geübte finden faſt in jedem Ex. beſondere Vortheile. Wir müſſen uns alſo in der theorie oder Anweiſung daran begnügen/ daß wir die Haupt-Quellen der Vortheile eröffnen/ und zeigen/ wie ſich ſolche in jedes Capittel oder in jedes Capittels Special-Aufgaben ergieſſen. Wer ſolche recht gründlich verſtehen lernt/ der wird hernach von ſelbſt auf die gantz beſondern Vortheile eines jeden Exempels leichtlich komen.

Was man für Vortheile zeige?

Anm. Man kann die Lernenden zuweilen auch anfriſchen/ihre Gedancken bey Special-Exempeln zu eröffnen/ wie ſie ſichs leicht machen wollten: ſo wird man ſehen/ wie einer

aus den General-Quellen dieſen/ der andere jenen Vortheil ſchöpfe.

Wie man die Vortheile unterſcheide? §. 452. Damit man ſich künftig nicht confundire und der memorie aufgeholffen werde/ kann man ſich einmahl für allemahl mercken/ daß man in jedem Capittel zu ſehen habe 1. auf die Vortheile/ welche aus der gemeinen Art ſelbſt flieſſen/ wenn man eben den Gang behält/ aber doch näher zukomt. 2. auf ſolche/ die einem jeden Capittel eigen ſind. Z. E. in der multiplication ſind 1. Vortheile/ da man nach der gemeinẽ Art operirt/ aber das überflüßige wegläßt. 2. Da man die Zahlen zerfällt.

Anm. Die Meinung iſt nicht/ daß man in jedem Capittel ſolche haben könne: ſondern wenn ſie vorkommen daß man ſie alſo unterſcheiden und deſto eher behalten könne. Die erſten möchten heiſſen **Vortheile des erſten Quells**/ die andern **Vortheile des andern Quells.**

§. 453. Es wird nun vorausgeſetzt/ daß man die gemeine Art ſchon vollkommen inne habe/ damit man ohne Anſtoß in den Vortheilen fortkommen könne.

Vortheile der numeration. §. 454. Was die Vortheile der Numeration inſonderheit betrifft: ſo komt es darinn hauptſächlich auf folgende Puncte an.

I. Daß man die Zahlen nach Millionen/ billionen 2c. ausſpricht. Eine million aber gilt tauſend mahl tauſend (nemlich vniteten): eine billion t. mahl t. millionen: Eine trillion t. m. t. bil-

billionen. Eine quadrillion t. m. t. trillionen. Eine quintillion t. m. t. quadrillionen u. ſ. f. das Zeichen der million iſt I. der billion II. der trillion III. der quadrillion IV. u. ſ. f.

Anm. Man kann ſich leicht irren / daß man denckt / eine billion ſey 2 millionen / eine trillion 3 millionen ꝛc. da es doch weit mehr iſt. neml. eine billion iſt t mahl t. millionen.

II. Daß man in Müntzen auch wohl bey Thlr. nach Tonnen Goldes rechnet Eine Tonne Goldes aber iſt hundert tauſend Thaler.

II. Aufgaben.

Erſte Aufgabe.

§. 455. Eine Zahl nach millionen / billionen ꝛc. auszuſprechen. V. a.

1. Bezeichne die tauſend mit Puncten / wie §. 22. n. 1. 2. und über den andern Punct von der rechten ſetze I / über den vierten II / über den ſechſten III / über den achten IV / über den zehenden V. u. ſ. w.

Anm. Manche bezeichnen die tauſend nicht / ſondern zählen nur die Grad in einer Svite von der rechten gegen die lincke nach / und ſetzen über den ſiebenden Grad I / über den 13ten II / über den 19ten III / über den 25ten IV. u. ſ. w. das erſte aber iſt ſicherer.

2. Nun ſprich von der lincken die höchſten Grad aus / bis eins von obigen Zeichen kommt / wie ſonſt / und ſetze die Bedeutung des Zeichens dazu.

3. Sprich die folgenden Zahlen eben ſo aus / biß wieder ein Zeichen kommt / und ſetze die Bedeutung deſſelben dazu.

4. Fahre damit fort / bis du zu Ende biſt.

Hiernach ſtehet folgendes Ex. alſo:

IV III II I

5234820362139401526374819.

und heißt: fünff quadrillionen: zwey hundert und vier und dreißig t. acht hundert und zwantzig trillionen: drey h. und zwey und ſechszig t. ein h. u. neun u. dreyßig billionen: vier h. u. ein t. fünff h. u. ſechs u. zwantzig millionen: drey h. u. vier u. ſiebenzig t. acht h. u. neunzehn.

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid von der gemeinen Art ſo wohl in der Bezeichnung/ als Ausſprechung iſt offenbahr. Der Vortheil iſt/ daß man ſich einen beſſern Begriff von der gantzen Summe machen kann/ weil man von den gröſſern Summen auf kleinere fortgeht / (Z. E. von trillionen auf billionen/ u. von dieſen auf millionen) und eine jede vor ſich erwägen kann. Der Grund aber iſt/ weil der willkührlich angenommene Begriff der millionen/ trillionen ꝛc. alſo mit der Gültigkeit der Zahlen nach ihren Graden richtig übereinkomt.

2. Von der Rechnung nach Tonnen Goldes/ braucht man keine eigene Aufgabe. Denn der 6te Grad bedeutet hundert t. oder Tonnen Goldes. Hat man nun mehr/ als 6 Grad/ ſo ſpricht man alles aus nach millionen. Den 6ten aber nach Tonnen Goldes. Z. E. 3512000 Thlr. hieſſe. 3 millionen 5 Tonnen Goldes / und zwölff t. Thlr.

An-

Andere Aufgabe.

§. 456. Eine nach millionen/ billionen etc. ausgedruckte Zahl mit Ziffern zu ſchreiben. V. a.

1. Schreibe alle Zahlen auf/ bis ein ſolcher General-Nahme (billion oder million etc.) genannt wird/ wie §. 24. und über der letzten ſetze einen Punct und das Zeichen des Nahmens drüber.

2. Schreibe ferner alle Zahlen eben ſo auf/ bis ein neuer Nahme genannt wird/ bis du zu Ende komſt.

3. Wenn etwa ein Nahme ausgelaſſen iſt (Z. E. man wäre von trillion auf million fortgeſprungen); oder es würde nach million weiter nichts geſagt: ſo fülle den ausgelaſſenen Platz mit 6 nullen an.

Z. E. neun trillionen und acht h. t. millionen ſt. a.

III II I

9000000800000000000.

Der erſten Section Anderes Capittel.
Von den Vortheilen der Addition und Subtraction.

§. 457. Die gemeine Addition und Subtraction iſt ſo leicht und natürlich/ daß man faſt keinen Vortheil bedarf oder haben kann: jedoch kann man etwas eher fertig werden/ wenn man 2 Grad zugleich addirt oder ſubtrahirt/ wie bereits (§. 33. a. und 49 a.) angemerckt iſt. Inſonderheit aber hat dieſer Vortheil in der Addition üm der addition in U. Sorten willen einen groſſen Nutzen.

§. 458. Damit man nun darinn (in der addition) deſto fertiger fortkomme: ſo muß man zuforderſt das oben §. 37. angewieſene Hülffs-Mittel vollkommen inne haben. So dann aber nim̃ allemahl 2 über einander ſtehende Grad der addendorum zugleich und zwar alſo vor:

1. Siehe die zur lincken ſtehende Zahlen als lauter Zehner an/ und ſo viel vniteten du addirſt/ ſo viel decaden concipire dir (ſo/ als wenn zur lincken allemahl eine null ſtünde). und indem du das gedenckſt/

2. ſo addire die zur rechten ſtehende vniteten auch zuſammen: und zwar ſo lange ſie nicht über 9/ausmachen / ſetze ſie (in Gedancken) hinter die Zehner an ſtatt der nullen hin/ kommen ſie über 9. ſo ſchlage 1 zu den Zehnern / und die vniteten / ſo drüber ſind/ ſetze an ſtatt der nullen.

3. Wenn du zu Ende biſt / ſo ſetze die 2 letzten Grad der Summe unter die Linie/ſind mehrere/ ſo behalt ſie im Sinn/ und rechne ſie zu den beyden folgenden Graden.

Z. E. bey dem §. 39. befindlichen Exempel.

a. Nähmeſtu die 2 erſten Grad / und gedächteſt bey dir alſo: 1. 3 u. 3 iſt 60: 2 u. 1 iſt 63. 2. 6 u. 7 iſt 130. 3. 1 iſt 134. 3. 3 u. 3 iſt 160: 4 u. 3 iſt 167. b. davon ſchriebeſtu 67 unter die Linie/ und 1 ſchlügeſtu zu den folgenden Graden. c. nun verſühreſtu mit den beyden folgenden Graden eben ſo / wäre 140. und alſo die gantze Summe 14067.

Anmerckungen.

1. Es läßt ſich ſo kurtz nicht vorſchreiben / als ſichs in Gedancken in der Geſchwindigkeit überdencken läßt / wenn man nur im addiren nach obigem Hülffs-Mittel (§. 37.) fertig iſt.

2. Der Unterſcheid von der gemeinen Art iſt offenbar. Der Vortheil wird ſich ſonderlich in der addition mit U. Sorten äuſſern. Der Grund iſt/weil ein jeder Grad in Abſicht auf den zur rechten zu nächſt folgenden Zehn bedeutet / und ſich alſo in der Summe alles aus einander findet.

Der erſten Section
Drittes Capittel.
Von Zerfällung der Zahlen.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 459. Eine Zahl zerfällen (zerſtreuen/zerwerfen) heißt an ſtatt einer zur operation vor ſich unbequemern Zahl andere bequemere kleinere Zahlen annehmen / welche aber eben ſo viel/ als die gegebene ausmachen/wenn man ſie entweder zuſammen addirt / oder mit einander multiplicirt. Z. E. an ſtatt 12 nimm 8 u. 4 oder 2 mahl 6 an. In dem erſten Fall heißt es eine Zahl nach der addition zerfällen/ in dem andern eine Zahl nach der multiplication zerfällen. Die angenommenen Zahlen pflegt man wohl die Zerfällungs-Theile oder Zahlen zu neñen/u. die nach der multiplication angenomẽne ins beſondere die factores.

Was zerfällen heiſſe?

Was bequeeme Zahlen ſeyn?

§. 460. Welche Zahlen vor ſich zur operation bequeem ſeyn oder nicht/ läßt ſich überhaupt nicht wohl determiniren/ ſondern muß bey jedem Capittel ins beſondere angemercket werden. Weil man aber dabey vornehmlich auf die multiplication und diviſion ſiehet/ ſo daß eine vor ſich bequeeme Zahl vornehmlich eine Zahl bedeutet/ damit man geſchwinde multipliciren oder dividiren kann: ſo ſind bequeeme Zahlen hauptſächlich 1. die aus einem Grad beſtehen oder 2. die hinten nullen haben. (monadici oder decadici. §. 4. a 2.) etc.

Anm. Ich ſage mit Fleiß, bequeme oder unbequeeme Zahlen / nicht geſchickte oder ungeſchickte: denn dieſe bedeuten etwas anders (§. 232.). Die geſchickten ſind auch wohl bequeeme Zahlen/aber nicht eben allemahl vor ſich ſelbſt / daß man damit füglich multipliciren oder dividiren könnte: ſondern man nimmt dabey nur aus dem ſchon bekannten facit einer andern Zahl/ gegen welche ſie gehalten werden/ auch ihr facit ab. wie man künftig ſehen wird.

Fälle der Zerfällung nach der addition.

§. 461. Bey der Zerfällung nach der addition finden ſich ſonderlich drey unterſchiedene Fälle. Denn man nimt ſolche Zahlen an/ darunter entweder 1 eine jede vor ſich zur operation bequeem iſt (Z. E. an ſtatt 24/ 20 u. 4.) oder 2. die erſte vor ſich bequeem iſt/ die übrigen aber mit ihr oder unter ſich in gewiſſer Verhältniß ſtehen/ (Z. E.

32 in

32. in 4/ 16/ 12/) oder 3. da die erſte vor ſich nicht bequeem iſt / aber mit einer dritten Zahl (deren facit uns ſchon bekannt iſt) in gewiſſer Verhältniß ſteht und die übrigen wieder mit ihr oder mit eben der dritten Zahl dis letztere wollen wir ins beſondere eine Zahl auf eine andere Zerfällen nennen. Z. E. 32 auf 12 in 12 / 12/ 6/ 2/ oder 24/6/2.

Anm. Die beyden erſtern Fälle ſind ſchon in der multiplication nöthig/ der letzte aber ſonderlich erſt in der regul de tri, doch aber auch ſchon in den ſpecien mit U. Sorten. Daher nehmen wirs hie zuſammen.

§. 462. Bey der Zerfällung nach der multiplication ſind 2 unterſchiedene Fälle/ denn man nimmt entweder 1. nur zwoo Zahlen oder 2. mehrere an. das erſte geſchicht bey kleinern Zahlen/das andere bey gröſſern. Z. E. 24 in 4 mahl 6. hingegen 216 in 4. 6. 9. Es iſt aber überhaupt zu mercken/ daß man keine andere factores annehmen müſſe/ als einzele Zahlen/oder die aufs höchſte nur 2 Grad/ und zwar hinten eine null oder vorne 1 haben. Z. E. 20 12. etc. Fälle der Zerfällung nach der multiplic.

§. 463. Bey der Zerfällung nach der addition muß man zu einer gegebenen Zahl eine andere finden können / die mit ihr in gewiſſer Verhältniß ſtehe: und bey der Zerfällung nach der multiplication muß man wiſſen / welche unter den einzelen Stamm-Zahlen das Maaß einer jeden geſchickten Zahl ſey / dadurch man ſie aufheben könne. Da wir nun beydes noch

nicht zu lernen Gelegenheit gehabt: ſo müſſen wir es hie zuförderſt als Vor-Aufgaben abhandeln.

II. Aufgaben.

I. Vor-Aufgaben.

Erſte Vor-Aufgabe.

§. 464. Zu einer gegebenen Zahl eine andere zu finden/die mit ihr in gewiſſer Verhältniß ſtehe (in ratione dupla, tripla, &c. ſubdupla, ſubtripla &c. §. 234.). Z. E. zu 24 V. a.

1. Soll die verlangte Zahl gröſſer ſeyn: ſo multiplicire die gegebene Zahl (nach Befinden) mit einer von den Stamm-Zahlen von 2 bis 9. Z. E. 24 mit 4 iſt 96.

2. Soll die verlangte Zahl kleiner ſeyn: ſo dividire die gegebene (nach befinden) mit einer von den Stamm-Zahlen von 2 bis 9. Z. E. 24 mit 4 iſt 6.

3. Soll ſie gleich ſeyn: ſo ſetze die gegebene Zahl ſelbſt hin.

Beweiß: Die gegebene und verlangte Zahlē ſollen geſchickte Zahlen ſeyn/ darunter die eine die andere aufhebe (§. 234.). Und ſolche ſind 1. die Summe und der multiplicandus (§. 102. n. 9.) 2. der quotient und der dividendus (§. 102. n. 8.) und 3. eine jede Zahl gegen ſich ſelbſt (§. 228.).

Anmerckungen.

1. Wenn die verlangte Zahl müſſe gröſſer/ kleiner oder gleich ſeyn/ wird künftig die Sache ſelbſt lehren/ it. warūm man nur mit den Stam-

Zah-

Zahlen man multipliciren oder dividiren müſſe und mit welcher?

2. Die multiplication und diviſion kann und muß alſo geſchehen/daß man den multiplicantem und diviſorem nur im Sinn behält/und auch den quotienten unter den dividendum ſchreibt.

Andere Vor-Aufgabe.

§. 465. Zu finden/ mit welcher von den Stamm-Zahlen man eine jede geſchickte Zahl aufheben könne/ davon mercke folgende Regeln.

1. 2 hebt alle Zahlen auf/ da im erſten Grad eine grade Zahl (2. 4. 6. 8.) oder 0 iſt. Z. E. 2 in 30 fac. 15. 2 in 34 f. 17.

2. 3 Hebt alle Zahlen auf/ deren ihre gültige Zahlen ohne Abſicht auf ihre Stelle zuſammen addirt/ eine Zahl (Z. E. 6. 9. 12. 15. 18. etc.) ausmachen/ die ſich durch 3 aufheben läſſet. Z. E. 1872 macht 18. 3 in 1872 fac. 624.

Anm. Andere ſagen: wenn ſich alle Figuren zu lauter 3 oder 9 ſummiren laſſen etc.

3. 4 hebt alle Zahlen auf/ da die beyden erſten Grad in 4 grade aufgehen. Z. E. 732. 648.

4. 5 hebt alle Zahlen auf/ da im erſten Grad eine 0 oder 5 ſteht. Z. E. 560. 365.

5. 6 hebt alle Zahlen auf/ da die gültige Zahlen ohne Abſicht auf ihre Stelle zu lauter 9 addirt und 6 übrig bleibt / doch ſo / daß im erſten Grad eine grade Zahl iſt. Z. E. 360762.

6. von 7 kann man keine gewiſſe Regel geben/ ohne was man aus dem 1 mahl 1 vorher wiſſen kañ/ und wo lauter 7 ſind. Z. E. 777.

7. 8 hebt alle Zahlen auf/ da die 3 erſten Grad in 8 grade aufgehen. Z. E. 1432.

8. 9 hebt alle Zahlen auf/ da ſich alle gültige Zahlen ohne Abſicht auf ihre Stelle zu lauter 9 ſummiren laſſen. Z. E. 60714.

Anmerckungen.

1. Man könnte zwar (a priori) aus der Gültigkeit der Zahlen nach ihren Graden erweiſen/ daß dieſe Regeln richtig ſeyn müſſen: es würde aber zu weitläuftig ſeyn, daher wir es hiebey auf die Erfahrung ankommen laſſen.

2. Es iſt nicht die Meinung/ als könnten gantz und gar keine andere Zahlen/ als die angeführten durch eine der Stamm-Zahlen aufgehoben werden/ oder als könne eine ſolche Stam̃-Zahl keine andern aufheben: ſondern/ daß man es in andern Fällen nicht ſo gewiß vorher ſehen könne/ ſondern erſt tentiren müſſe/ mit welcher ſichs thun laſſe.

3. 1 bleibt weg/ denn es dividirt nicht (§. 85.). Sonſt aber mercke noch 1. 10 hebt alle Zahlen auf/ die hinten 0 haben/ 2. 11 hebt alle Zahlen unter hundert auf/ die aus 2 gleichen Zahlen beſtehen. Z. E. 22. 33. 44. etc.

4. Wir werden künftig ſehen/ man thue am beſten/ daß man eine Zahl mit der gröſten Stam̃-Zahl aufhebe/ die man haben kann. Daher wo man die Wahl hat/ nimmt man die gröſte am liebſten. Z. E.

a. Wo hinten nullen ſind/ da geht 10. 5. 2 an.

b. Wo ſich alle Figuren zu lauter 9 ſummiren laſ-

laſſen/ da hebe durch 9 auf. wo 6 übrig (und der erſte Grad grade) iſt/ durch 6. wo 3 übrig iſt / durch 3.

5. 2 Zahlen gegen einander aufzuheben haben wir ſonſt ſchon (§. 240.) gelernt. aber eine vor ſich/und zwar durch eine einzele Stamm-Zahl/ noch nicht.

II. Aufgaben bey der Zerfällung nach der Addition.

Erſte Aufgabe.

§. 466. Eine Zahl nach der addition in lauter an ſich bequeeme Zahlen zu zerfällen.

I. Erſter Fall / da man einzele Zahlen oder ſolche ſucht/ die hinten nullen haben. V. a.

1. Ziehe einen Strich unter der gegebenen Zahl.

2. Setze eines jeden Grads gültige Zahl mit ihren nullen unter einander aus/ und des erſten Grads gültige Zahl allein darunter hin. Z. E.

365	8324	4022	3202
300	8000	4000	3000
60	300	20	200
5	20	2	2
	4		

Beweiß. Daß die angenommenen Zahlen der gegebenen gleich ſind/ iſt offenbahr. Denn eines jeden Grads gültige Zahl iſt da: die nullen aber geben und nehmen nichts. daß ſie aber bequeemer ſind/ erhellet aus §. 460.

II. Anderer Fall: Wenn man in andern Fällen andere an ſich bequeemere Zahlen haben kann. V. a.

1. Setze

1. Setze die beliebte Zahlen unter einander hin.

2. So oft du eine neue hinzuſetzeſt/ addire ſie mit den vorigen zuſammen/ und die Summe ſubtrahire von der gegebenen Zahl.

3. Das thue ſo lange/ bis die beliebten Zahlen zuſam̃en juſt ſo viel/ nicht weniger u. nicht mehr machen/ als die gegebene. Z. E. Du ſolteſt 2 Pf. mit 146 multipliciren / ſo zerfälle 146 in lauter Zahlen/ davon dir bekannt iſt / wie viel eine jede an gl. ausmache/ wenn es Pf. wären. ſt. a.

146	oder	146
96		48
36		96
12		2
2		

Anm. Und ſo geht es auch in andern Fällen / da einer an ſich bequeeme Zahlen im Gemüthe hat/ ohne auf ihre unter ſich habende Verhältniß zuſehen.

Andere Aufgabe.

§. 467. Eine Zahl nach der addition in ſolche zu zerfällen / darunter die erſte eine an ſich bequeeme Zahl iſt/ die andern aber mit ihr oder unter ſich in gewiſſer Verhältniß ſtehen. V. a.

1. Ziehe eine Linie unter der gegebenen Zahl.

2. Nimm eine Zahl an / die dir nach deinem Zweck zur operation bequeem iſt/ und ſetze ſie unter die Linie.

3. Subtrahire ſie (geſchwinde in Gedancken) von der gegebenen/ und bemercke/ ob der Reſt noch eben ſo groß/ oder gröſſer oder kleiner ſey.

a. Iſt er gleich / ſo ſetze die erſte Zahl noch einmahl hin. Z. E.

96
48
48

b. Iſt er groͤſſer: ſo 1. examinire (geſchwinde in Gedancken) durch die diviſion, wie oft die erſte Zahl NB. ohngefehr (denn es liegt nicht dran/ wenn man es gleich nicht juſt trift) ſo viel in dem Reſt ſtecke? 2. mit den vermeinten quotienten multiplicire die erſte Zahl 3. die Summe ſetze unter die erſte Zahl hin 4. den multiplicantem ſchreibe zur Seiten dabey/ doch unterſcheide ihn mit einem Strich. Z. E.

144	oder	144
24		48
96(4		96(2

c. Iſt er kleiner: ſo 1. examinire (geſchwinde in Gedancken) durch die diviſion, wie oft NB. ohngefehr der Reſt in der erſten Zahl ſtecke. 2. mit dem vermeinten quotienten dividire die erſte Zahl. 3. den quotienten ſetze unter dieſelbe hin/ und 4. den diviſorem ſetze zur Seiten mit einer 1 Bruchweiſe daneben. Z. E.

84	86
72	48
$12\frac{1}{6}$	$24\frac{1}{2}$

Anm. Alles laͤßt ſich mit der Zeit in groſſer Geſchwindigkeit verrichten / ob es gleich anfaͤnglich etwas langſam geht. Sonſt liegt hier die Vor-Aufgabe (§. 465.) zum Grunde / ausgenommen daß man hier auch zeiget mit was fuͤr einer von den Stamm-Zahlen man multipliciren oder dividiren muͤſſe/ welches dort nicht geſchehen. Man nimmt aber keine andere/ als eine einzele Zahl/ wenn man auch gleich koͤnte, die raiſon iſt / weil man mit dem multiplicante und

 divi-

diviſore hernach noch operiren muß/ dazu ſie ſonſt nicht bequeem wären (§. 461).

4. Die beyden neuen Zahlen addire (geſchwinde in Gedancken) zuſammen / und ihre Summe ſubtrahire von der gegebenen Zahl/ und zwar/

a. Geht ſie auf/ ſo haſtu ſchon Zahlen genug. Z. E. bey 144 die 96 u. 48. bey 84 die 72 u. 12.

b. Bleibt ein Reſt: ſo 1. examinire gleich/ mit welcher unter den beyden erſtern Zahlen er ſich am füglichſten vergleichen lieſſe (nemlich iſt er klein / ſo halt ihn gegen die kleinſte/ iſt er groß / ſo halt ihn gegen die gröſte). und 2. gegen dieſelbe zerfälle ihn eben ſo/ als vorhin n. 3.

Anm. Am allerbeſten iſt es / wenn der Reſt allemahl gegen die nächſt vorhergehende gehalten wird/ und alſo die folgende Zahl allemahl mit der nächſt vorhergehenden in der beſten Verhältniß ſteht. will ſichs aber nicht wohl thun laſſen / ſo halte man ihn gegen welche ſichs am beſten ſchickt: jedoch muß man wohl bemercken/ gegen welche jede Zahl gehalten worden / und allenfals lieber von einer zur andern einen Strich ziehen.

c. Wäre ſie aber gröſſer als die gegebene Zahl: ſo müſteſtu die letzte Zahl ändern und nach befinden einen kleinern multiplicantem oder gröſſern diviſorem nehmen/ als du vorhin gehabt. oder/ wenn der Uberfluß wenige uniteten betrüge/ ſolche nur zur Seiten mit dem Subtractions-Zeichen (÷) hinſetzen. Z. E.

146	ändere es alſo	146 oder	142
24		24	24
144(6		120(5	120(5
			÷2

Anm. Die Meinung mit dem Zeichen (÷ oder minus) iſt/die gegebene Zahl ſey üm ſo viel (2) weniger/als die Summe der angenommenen Zahlen(144) : und daher müſſe von dem facit aller angenommenen Zahlen ſo viel davon genommen werden. oder die Meinung iſt: die Summe der angenommenen Zahlen (144)weniger 2 ſey der gegebenen 142 gleich.

5. Addire nun (in Gedancken) die 3 angenommenen Zahlen und verfahre weiter wie n. 4.

6. Das continuire ſo lange / bis kein Reſt übrig iſt.

Anm. Wenn man zuletzt eine einzele Zahl zum Reſt hat; ſo kann man ſolche auch nur mit annehmen/ ob ſie gleich mit keiner unter den vorigen in einer gewiſſen juſten Verhältniß ſtünde. denn ſie iſt an ſich bequeem zur operation.

Beweiß. Daß die alſo angenommenen Zahlen der gegebenen gleich ſind / zeigt die Sache ſelbſt. Denn ihre Summe wird von der gegebebenen ohne Reſt oder Uberſchuß ſubtrahirt (§. 116 a. 1.).

Anm. Es ſcheint dis ſehr weitläufftig zu ſeyn: aber wenn man nur erſt geübt iſt/ ſo iſt es geſchwinde gethan. indem man eins ſchreibt/ iſt das andere in den Gedancken ſchon wieder ausgemacht. Denn man multiplicirt und dividirt mit lauter einzelnen Zahlen.

Dritte Aufgabe.

§. 468. Eine Zahl auf eine gegebene dritte

 Zahl

Zahl nach der addition zu zerfällen. Z. E. 146 auf 48. V. a.

1. Suche nach §. 464. eine Zahl/ die mit der gegebenen dritten Zahl in gewiſſer Verhältniß ſtehe/ die aber NB. kleiner oder doch nicht gröſſer/ als die gegebene Zahl ſey/ und ſetze ſie unter dieſe hin/ und den multiplicantem oder diviſorem daneben wie ſonſt ſt. a.

48 -- $\frac{146}{48}$ oder $\frac{146}{96(2}$ oder $\frac{146}{24\frac{1}{2}}$.

Anm. Am beſten iſt es/ wo es ſeyn kann/ daß man die gegebene dritte Zahl ſelbſt zur erſten Zerfällungs-Zahl annehme. Denn da braucht es keines ſuchens/ und man kann ſo denn die dritte Zahl gar aus den Augen und Gedancken fahren laſſen/ und bey den folgenden die erſte allemahl an ihre Stelle ſubſtituiren (Vorber. §. 31. n. 2.).

2. Subtrahire nun dieſe erſte Zahl (geſchwinde in Gedancken) von der gegebenen Zahl/ den Reſt aber halt entweder gegen die erſte Zerfällungs-Zahl/ oder gegen die gegebene dritte Zahl/ und verfahre ferner gantz/ wie §. 467. n. 3.

3. Die beyden erſten Zahlen addire/ und ihre Summe ſubtrahire wieder von der gegebenen Zahl/ wie §. 467. n. 4. bleibt ein Reſt/ ſo halt ihn entweder gegen eine der beyden erſtern Zerfällungs-Zahlen/ oder gegen die gegebene dritte Zahl/ und verfahre/ wie §. 467. n. 4. 6.

4. Das continuire ſo lange bis die Zerfällungs-

Zah-

Zahlen zuſammen genommen der gegebenen gleich ſind. ſo ſtůnde obiges Ex. alſo:

1. 146	oder 2. 146	oder 3. 146
48	96(2	$24\frac{1}{2}$
96(2	$24\frac{1}{2}$	96(2
$2\frac{1}{24}$	$24\frac{1}{2}$	$24\frac{1}{2}$
	$2\frac{1}{12}$	$2\frac{1}{12}$

Anm. 1. Es gilt gleich viel/ man halte den Reſt gegen eine der Zerfällungs-Zahlen/ wie §. 467. oder gegen die gegebene dritte Zahl. doch iſt es am beſten / wenn man durchgehends dabey bleibt/ wie man einmahl angefangen hat: man confundirt ſich ſonſt leicht. kann es aber nicht ſeyn: ſo muß man ſichs wohl mercken/ mit welcher jede Zerfällungs-Zahl in Verhåltniß ſtehe. ſonſt wird hernach ein unrecht facit kommen.

Anm. 2. Daß dieſe angenommene Zahlen der gegebenen gleich ſind / lehrt die Sache/ daß ſie bequeemer ſind/ wird die Erfahrung zeigen.

III. Aufgaben der Zerfällung nach der Multiplication.

Erſte Aufgabe.

§. 469. Eine Zahl nach der multiplication in 2 Zahlen zu zerfällen.

I. Erſter Fall. Iſt die Zahl nicht über 90. ſo zerfälle ſie nach dem kleinen 1 mahl 1 / und zwar alſo:

1. Wenn ſich in dem 1 mahl 1 ſolche factores finden/ welche die gegebene Zahl juſt ausmachen:

 ſo

ſo nimm ſolche als Zerfällungs-Zahlen an und ſetze ſie unter die gegebene hin. Z. E.

32	48	54	56	27	28	72
4	6	6	7	3	4	8
8	8	9	8	9	7	9

2. Wenn ſich aber ſolche factores nicht finden: ſo nimm ſolche an / welche die gegebene Zahl bey nahe (oder am nächſten) ausmachen / und zwar

a So viel vniteten die gegebene Zahl NB. gröſſer iſt als die Summe der factorn, ſo viel ſetze dem unterſten factori zur Seiten / und das Zeichen plus (+) dazwiſchen. Z. E.

22	38	37	46	66
3	6	6	6	8
7+1	6+2	6+1	8+1	8+2

b. Hingegen ſo viel vniteten ſie NB. kleiner iſt: ſo viel ſetze eben dahin und das Zeichen minus ÷ dazwiſchen. Z. E.

23	32	47	43	62
4	4	6	5	7
6÷1	8÷1	8÷1	9÷2	9÷1

Anmerckungen.

1. Anfänger können das 1 mahl 1 vor ſich nehmen / und zuſehen / ob ſich die gegebene Zahl in der letzten columne deſſelben finde / oder nicht. geübte bedürfen das nicht.

2. Manche Zahl findet ſich 2 mahl darinn. daher nimmt man die leichteſten factores an oder die einem am erſten einfallen. Z. E. 18 kann man zer-

zerfällen in 2 mahl 9 und 5 mahl 6. aber 3 u. 6 ſind zur operation bequeemer.

3. Unter plus und minus erwählt man ordinair das wobey die wenigſten vniteten zu viel oder zu wenig ſind. Wo aber in beyden gleich viel/ ſo erwählt man das plus. Denn das iſt hernach in der operation leichter. ja man mögte lieber allemahl plus erwählen/ wo man es haben kann/ ob gleich mehr vniteten dabey ſind.

4 Manche gebrauchen das plus und minus anders nemlich ſie ſetzen plus wenn die factores mehr / als die gegebene Zahl ausmachen/ und minus (÷) wenn ſie weniger ausmachen. das iſt alſo grade das Gegentheil / aber nicht ſo natürlich. denn ſie müſſen hernach bey ✱ ſubtrahiren und bey ÷ addiren/ wir aber addiren bey ✱ und ſubtrahiren bey ÷. welches natürlicher (§. 30. a. u. §. 44. a. 1.).

II. Anderer Fall. Iſt die Zahl über 90 und unter 180: ſo zerfälle ſie nach dem groſſen 1 mahl 1 eben ſo/ als n. I. n. 1, 2. gezeiget iſt. Z. E.

96	144	126	127	125
8	8	9	9	9
12	18	14	14 ✱ 1	14 ÷ 1

Anmerckungen.

1. Man kann zwar auch Zahlen von 20 bis 90 nach dem groſſen 1 mahl 1 zerfällen: aber der eine factor wäre allemahl eine Zahl von 2 Grad. daher nimmt man lieber das kleine 1 mahl 1. da ſind beydes einzele Zahlen. doch an ſtatt minus,

bey dem kleinen 1 mahl 1/ mögte man oft lieber die Zahl nach dem groſſen zerfällen/ wo es möglich iſt.

2. Man kann auch Zahlen über 180 bis 400 nach dem groſſen 1 mahl 1 zerfällen: aber da wären NB beyde factores keine einzele Zahlen. In ſolchem Fall zerfällt man alſo die Zahl lieber nach folgender andern Aufgabe. Ja überhaupt iſt die Zerfällung nach dem groſſen 1 mahl 1 nicht ſonderlich zu rathen.

Andere Aufgabe.

§. 470. Eine Zahl nach der multiplication zu zerfällen/ welche über 180/ oder auch nur über 90 iſt (§. 469. n. II. a. 2.). oder eine Zahl in mehr als 2 factores zu zerfällen. V. a.

1. a. dividire die gegebene Zahl mit einer von den Stamm-Zahlen (von 2 bis 9)/ die du nach den §. 465. gegebenen Regeln und Unterricht dazu geſchickt erkenneſt. b. ſelbige ſetze der gegebenen Zahl zur Seiten / c. den quotienten ſetze unter die gegebene Zahl hin/ und d. unterſcheide alles durch Striche.

2. Dividire nun den gefundenen quotienten eben ſo/ und fahre damit ſo lange fort/ bis endlich 1 zum quotienten kömmt (a).

3. Wofern etwa die gegebene Zahl/ oder ein quotient ſich durch keine einzele Zahl will aufheben laſſen: ſo nim̃ allemahl 1 in Gedancken davon (b)/ und hebe dieſelbe (fingirte) Zahl auf

wie

wie n. 1 neben dem diviſore aber bemercke die 1 mit dem Zeichen plus (+).

4. Die zur Seiten ſtehende Stamm-Zahlen ſind die geſuchten factores.

Hiernach ſtünden folgende Ex. alſo:

1.		2.		3.	
288	4	289	9+1	462	6
72	8	32	8	77	7
9	9	4	4	11	5+1
1		1		1	

Anmerckungen.

1. a. Man braucht nicht einmahl ſo lange zu dividiren bis 1 zum quotienten kommt: ſondern nur bis man eine einzele Zahl bekommt. Denn ſoll 1 zum quotienten kommen: ſo muß der diviſor dem dividendo gleich ſeyn §. 85. a. 1. Weil aber der diviſor allemahl eine einzele Stamm-Zahl iſt/ ſo muß der dividendus auch eine einzele Zahl ſeyn. daher braucht man eben nicht weiter zu operiren/ wenn man nur erſt eine einzele Zahl zum quotienten hat/ ſondern kann den dividendum ſelbſt für den diviſorem annehmen (Vorber §. 32. n. 2.). zur Noth könnte man auch ſchon zu frieden ſeyn/ wenn man nur einen quotienten bekömmt / der hinten eine o hat.

2. b. Man könnte auch wohl 1 dazu ſetzen/ und alſo das Zeichen minus (÷) gebrauchen. aber alsdenn müſte man hernach immer ſubtrahiren/ welches weitläufftiger iſt/ wie die Erfahrung weiſen wird. Man kann aber hier allemahl das

Zeichen plus bekommen/denn wenn eine Zahl ſich nicht will aufheben laſſen / ſo muß ſie ungrade ſeyn (oder im erſten Grad eine ungrade Zahl haben 1. 3. 5. 7. 9.) (Vorber. § 17. a. 2.). Denn wäre ſie grade: ſo könnte man ſie wenigſtens mit 2 aufheben (§. 465. n. 1.). Wenn man aber 1 von einer ungraden Zahl nimmt: ſo wird ſie grade (Z. E. 3 ÷ 1 iſt 2. 5 ÷ 1 iſt 4 etc.) und läßt ſich aufheben. (§. 465.).

3. Man könnte bey der Zerfällung nach der multiplication das wohl als eine allgemeine Regul annehmen.

a. Dividire die gegebene Zahl mit einer bequeemen Stamm-Zahl/wie jetzo (§. 470.) n. 1. gezeiget iſt.

b. Iſt der quotient eine einzele Zahl: ſo nim̃ den diviſorem und quotienten zu den verlangten Zerfällungs-Zahlen an/ ſo haſtu 2 factores.

c. Iſt aber der quotient eine zuſammengeſetzte Zahl: ſo dividire ihn noch weiter und das continuire ſo lange / bis eine einfache Zahl zum quotienten kom̃t. ſo haſtu mehrere factores. Und alſo brauchte man den Unterſcheid der Aufgaben nicht / eine Zahl 1. in zweene / und 2 in mehrere factores zu zerfällẽ. deñ es würde ſich von ſelbſt finden/wie viel man haben müſſe. allein man würde oft 3 oder 4 factores bekommen, da man mit 2 auskommen könnte. Z. E. bey 48 könnte man vielleicht erſt 2 ergreiffen/und das brächte 24 zum quot: und dañ müſte man noch weiter aufheben.

ben. Daher iſt es beſſer/ daß man alle Zahlen unter 90 oder 180 nach dem 1 mahl 1 zerfälle (nach §. 469.): denn das gibt allemahl nur 2 factores.

4. Und daraus flieſſet/ es ſey ein Vortheil/ wenn etwa eine Zahl zum quotienten kommt/ die unter 90 iſt/ daß man ſolche auch noch nach dem 1 mahl 1 zerfälle.

Beweiß zu beyden Aufgaben.

6. Wenn man 2 factores annimmt/ ſo iſt ihre Summe/wenn man ſie mit einander multiplicirt/ der gegebenen Zahl gleich/ denn einer iſt der diviſor und der andere der quotient von derſelben (§. 119.). Nimmt man aber mehr an: ſo ſind es lauter diviſores. Und zwar der letzte iſt dem vorigen quotienten (als ſeinem dividendo) gleich: denn der letzte quotient muß 1 ſeyn. Folglich können der letzte diviſor und der zunächſt vorhergehende als der quotient und diviſor des dritten quotienten (von unten auf) angeſehen werden/ und ihre Summe iſt demſelben gleich (§. 119.). Folglich kann ihre Summe und der nächſt vorhergehende diviſor, wieder als diviſor und quotient von dem vorhergehenden vierten quotienten (als ihrem dividendo) angeſehen werden/ und ihre Summe iſt dieſem gleich u. ſ. f. bis endlich die Summe aller diviſorum (ohne den erſten) dem erſten quotienten (von oben) gleich iſt/ und alſo mit dem erſten diviſore (von oben) die gegebene

bene Zahl ausmacht. Und folglich iſt die Summe aller diviſorum der gegebenen Zahl gleich: und können als factores angenommen werden: weil ſie überdem einzele Zahlen und alſo zur operation an ſich bequeem ſind (durch ein Exempel wirds faßlich werden.).

Der erſten Section

Viertes Capittel.

Von den Vortheilen der Multiplication.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

Worinn der Vortheil zu ſuchen.

§. 471. Aller Vortheil der multiplication beſtehet darinn / daß man einen kleinen multiplicantem (a) habe / oder der aus wenigen Graden beſtehe (§. 69.). Folglich kann und darf man bey einem multiplicante von einem Grad (Z. E. 6) keinen weitern Vortheil anbringen (b). denn weniger Grad kann er nicht haben. Hingegen bey einem multiplicante von mehrern Graden (Z. E. 32. 100. 144.) hat man darauf zu dencken / wie man weniger Grad bekommen möge.

Anm. 1. (a). Beym multiplicando hat man keinen Vortheil / ohne wo er am Ende nullen hat. Siehe (§. 478).

Anm. 2. (b) Bey einem multiplicante von einem Grad kommt der am beſten fort / der das 1 mahl 1 fertig kann / oder der 2 Grad des multiplicandi mit eins multipliciren lernt (§. 66. a. 2.).

§. 472.

§. 472. Es können aber die Vortheile / die man bey Zahlen von mehrern Graden finden kann / in zwoo Arten eingetheilet werden. 2. Arten oder Quellen der Vortheile.

I. Sind ſolche / da man den multiplicantem zwar behält / und damit nach gemeiner Art operirt / doch aber / was etwa überflüßig iſt / wegläſſet. Und ſolches gehet in ſolchen Zahlen an / 1. darinn nullen ſind. Z.E. 30. 200. oder 2. da 1 vorkommt. als 12. 21. oder 3. da eine Zahl etliche mahl ſteht. als 22. 333.

II. Sind ſolche / da man an ſtatt des gegebenen multiplicantis andere bequeemere Zahlen annimmt durch die Zerfällung nach der addition oder multiplication. Wo aber ſolche angehen / iſt aus dem vorigen Capittel bekannt.

Anm. 1. Es können oft in einer operation (operation ſage ich / nicht Ex. wie §. 483). zweene Vortheile zugleich aus einerley oder beyderley Quell angebracht werden. Davon ſoll man an ſeinem Ort jedesmahl in den Aufgaben Nachricht finden.

Anm 2. Man hat ſonſt eine Art ohne 1 mahl 1 zu multipliciren / allein ſie hat in praxi wenig Nutzen. daher wir ſie übergehen.

§. 473. Die beyden erſtern Vortheile des erſten Quells gründen ſich überhaupt darauf / daß 1 und 0 nicht multiplicirt (§. 72. n. 2.); Der dritte aber und alle übrigen des andern Quells auf folgenden Satz; Grund aller Vortheile.

glei-

gleiches mit gleichem multiplicirt / bringt gleiches.

Welches die beſten Vortheile. §. 474. Ein Vortheil iſt gröſſer / als der andere / jedoch läßt ſichs überhaupt ſchwerlich determiniren : denn in manchen Fällen iſt wohl ein ſolcher der beſte / der ein andermahl der ſchlechteſte war. Es muß alſo meiſt darauf ankommen / daß man ſich ſelbſt in der praxi mercke / wo ein jeder am beſten ſey. Uberhaupt aber könnte doch dis angemercket werden. Wenn man Ex. von einer Sorte hat : ſo ſind oft die Vortheile des erſten Quells beſſer / als des andern. Hingegen in Ex. von U. Sorten / und zwar wo kleinere Sorten gegeben werden / deren Summe zu reduciren iſt : da ſind faſt durchgehends die Vortheile des andern Quells beſſer / als des erſten / und unter denſelben die Zerfällung nach der multiplication vortheilhaffter / als nach der addition. Jedoch leidet beydes in gewiſſen Fällen und Exempeln doch ſeine offenbaren Abfälle / davon man viele anführen könnte / wenn es nicht zu wei läufftig würde. Die Erfahrung wird das geſagte beſtätigen / und das übrige unter der Hand lehren. Wenn ſich dannenhero in einerley Ex mehrere Vortheile anbringen laſſen (welches oft geſchicht) : ſo erwählt man ſolche / die man dabey für die beſten hält.

Was zu thun / weñ im multiplicante kein Vortheil angeht? §. 475. Man kann den eigentlichen multiplicantem mit dem multiplicando verwechſeln (§. 64.). Folglich wenn in

in den multiplicando Vortheile ſtatt finden/und im multiplicante nicht; oder wenn in jenem beſſere angehen/ als in dieſem: ſo nimmt man jenen zum multiplicante an/ und operirt damit. wenn aber in keinem von beyden Vortheile ſtatt finden oder uns beyfallen wollen: ſo muß man bey der gemeinen Art bleiben (Vorb. §. 39. a. 2.).

§. 476. Alles was bißher geſagt iſt/ gehet auf die Erleichterung der operation ſelbſt. Man hat aber bey der practiſchen multiplication auch eine andere vortheilhaffte Einrichtung beliebet (als §. 73. n. 1.). Nemlich 1. man ſetzet den multiplicantem nicht unter den multiplicandum, ſondern ihm zur Seiten (meiſtens zur rechten)/ und unterſcheidet ihn durch einen runden Strich. und 2. man machet unmittelbar unter dem multiplicando den Strich/ und ſchreibt darunter die Summe. Z. E. 385(32. Die Urſach iſt 1. daß man ſich gewöhne in der regul de tri die Sätze an ihrem Ort ſtehen zu laſſen (ohne einen unter den andern zu ſetzen.) und doch richtig zu operiren/ hauptſächlich aber 2. damit man bey Zerfällung des multiplicantis die Zerfällungs-Zahlen füglich darunter ſetzen könne. Wo man alſo nicht zerfället: da gilt es endlich gleich viel/ man richte das Ex. nach dieſer oder der gemeinen Art ein. Wir wollen künfftig alles nach der erſten einrichten/ und das in allen Aufgaben ſupponiren.

Vortheil in der Einrichtung.

II. Auf-

II. Aufgaben.

Erſter Quell.

Erſte Aufgabe.

§. 477. Ein Ex. vortheilhaftig zu multipliciren / da der multiplicans nullen hat.

I. Erſter Fall. Wenn die nullen hinten ſtehen. V. a.

1. Setze unter der Linie ſo viel nullen hinten aus/ als der multiplicans hat.

2. Operire bloß allein mit den vorderſten gültigen Zahlen/ und ihre Summe fange unter dem erſten Grad des multiplicandi an. ſt. a.

```
243(30      6846(200      58634(2400
------      ---------     -----------
7290        1369200       23453600
                          117268
                          -----------
                          140721600
```

Anm. 1. Wenn vorne mehr als eine gültige Zahl ſteht/ und alſo noch Special Summen kommen: ſo kann man die nullen gar bis zur Haupt-Summe verſparen/ und ſie daran hängen.

Anm. 2. Bey den vorderſten gültigen Zahlen kann man noch alle Vortheile anbringen / die dabey nach dem erſten und andern Quell müglich ſind/ eben ſo / als wenn die nullen gar nicht dabey ſtünden. Z. E. in dem letzten Ex. könnten die 24 noch nach der multiplicat. in 4 mahl 6 zerfällt und an der letzten Summe die nullen gehänget werden.

II. Anderer Fall. Wo die nullen in der mitten ſtehen. V. a.

1. Ope-

1. Operire mit den hinterſten gültigen Zahlen.

2. Wenn nullen kommen / die übergehe / und operire mit den nechſtfolgenden gültigen Zahlen / doch ſo / daß du ihre Summe unter dem Grad des multiplicandi anfangeſt / in welchem ſie ſelbſt ſtehen.

3. Das continuire / bis du zu Ende biſt. Z. E.

```
   4623(302            53217(20304
  9246                212868
 13869               159651
1396146             106434
                   10805 17968
```

III. Dritter Fall. Wo hinten und in der mitten zugleich nullen ſtehen. V. a.

1. Verfahre mit den hinterſten / wie n. I. und

2. Mit der mittlern / wie n. II. Z. E.

```
  6384 ( 3020
 127680
 19152
19279680
```

Anm. 1. Dis einige iſt dabey zumercken / daß weil n. 1. die Summe hinten ausgerückt wird / man n. 2. die Summe der mittlern gültigen Zahlen nicht unter dem Grad des multiplicandi ſondern unter dem Grad NB. der erſten Summe anfange / in welchem ſie ſelbſt ſtehen.

Anm. 2. In dergleichen Ex. als das obige iſt / könnte ein geübter / wenn er mit der erſten gültigen Zahl operirt hat / gleich 1. den Strich ziehen /

2. ſo viel Grad von der Summe hinſetzen/als die andere gültige Zahl hinter ſich hat/ und 3. mit der andern gültigen Zahl operiren/und zu ihrer Summe allemahl die übrigen darüber ſtehende Grad der erſten ſo gleich addiren. ſt. a. Und dergleichen Griffe wird ein geübter hie und da finden/ die man unmüglich alle erzählen kann.

6348	3020
127680	
19279680	

General-Anmerckung auf alle Fälle.

Der Unterſcheid in allen drey Fällen iſt an ſich offenbar. Der Vortheil iſt / daß man ſo viel Special-Summen nicht ſchreiben darf / als man nullen übergehen kann. Der Grund iſt / weil die nullen an ſich keine gültige Special-Summe geben / noch in der Haupt-Summe etwas thun / auſſer daß ſie die gültige Zahlen in ihren rechten Grad bringen. das aber geſchicht doch / weil die Special-Summen der gültigen Zahlen unter ihrem gehörigen Grad angefangen und die letzten nullen an der General-Summe angehänget werden.

Zuſatz bey der erſten Aufgabe.

§. 478. Bey den Nullen iſt das beſonders/daß man dabey auch beym multiplicando einen Vortheil anbringen/kann und zwar.

1. Wenn im multiplicando allein nullen ſtehen: ſo multiplicire mit dem multiplicante, wie ſonſt / (nach gemeiner oder Vortheilhaften

Art)

Art) und an der Summe hänge die nullen an.

2. Wenn im multiplicando und multiplicante zugleich nullen ſtehen: ſo ſetze ſo viel nullen hinten aus/ als in beyden befindlich/und multiplicire allein mit den gültigen Zahlen des multiplicantis die gültigen Zahlen des multiplicandi.

Hiernach ſtehen folgende Ex. alſo.

3400 (24	3200 (320
136	64
68	96
81600	1024000

Anm. Der Unterſcheid/ Vortheil und Grund iſt aus dem vorigen leicht abzunehmen. Man mercke noch dis. wenn der multiplicandus nach Abkürtzung der nullen weniger und geſchicktere Zahlen behält/als der multiplicans: ſo nimt man jenen für dieſen an (§.475.). Z. E. 240000 mit 341. da iſt die erſte zwar an ſich gröſſer/aber nach abkürtzung der nullen geſchickter/ als die letzte. u. ſ. w.

§. 479. Ex. zur Ubung.

1. 6488 mit 40 iſt 259520.
2. 93615 - 600 - 56169000.
3. 93615 - 1200 - 112338000.
4. 680723 - 4006 - 2726976338.
5. 4863 - 207 - 1006641.
6. 3241 - 4030 - 13061230.
7. 2300 - 200 - 460000.

Andere Aufgabe.

§. 480. Ein Ex. vortheilhaftig zu multiplici-

ren. da im multiplicante 1 vorkommt.

I. Erſter Fall. Wo die 1 hinten ſteht.

1. Ziehe keinen Strich unter dem multiplicando.

2. Ubergehe die 1 und nimm den multiplicandum ſelbſt für ihre Summe an.

3. Operire mit den übrigen Zahlen / und ſetze ihre Summe gleich unter dem multiplicando hin.

4. Addire alles zuſamen. Z. E. 234 mit 21. ſt. a.

234 (21	it. 6423 (41	it. 85021 (51
468	25692	425105
4914	263343	4336071

Anm. 1. Hieher gehören folgende Zahlen / 21. 31. 41. 51. 61. 71. 81. 91. it. 221. 231. 241. etc. 321. 331. etc. u. ſ. f.

Anm. 2. In den Zahlen von 2 Graden können geübte noch näher zu kommen. nemlich 1. ziehe einen Strich unter dem multiplicando. 2 Setze den erſten Grad deſſelben unter die Linie hin. 3. Multiplicire mit dem andern Grad des multiplicantis einen Grad des multiplicandi nach dem andern durch / und zu einer jeden Summe addire den folgenden Grad deſſelben ſo lange einer übrig iſt. ſt. a.

Hiernach ſtünden obige Ex. alſo:

234 (21	6423 (41	85021 (51
4914	263343	4336071

II. Anderer Fall. Da die 1 vorne ſteht. V. a.

1. Ziehe keinen Strich unter dem multiplicando.

2. Ope-

2. Operire mit den Zahlen ſo hinter der 1 ſtehen wie ſonſt/nur rücke einer jeden Special-Summe ſo viel Grad hinter den multiplicandum hinaus/ als ſie vor der 1 ſteht.

3 Die 1 übergehe / und nimm den multiplicandum ſelbſt für ihre Summe an.

4. Addire alles zuſammen. Z. E.

645 (12	3424 (16	3214 (126
1290	20544	19284
		6428
7740	54784	404964

Anm. 1. Hieher gehören folgende Zahlen 12 bis 19. it. 122. etc. - 129. 132 - 139. 142 - 149. 152 - 159. 162 - 169. 172 - 179. 182 - 189. 192 - 199.

Anm. 2. Bey den Zahlen von 2 Graden können geübte noch näher zu kommen. nemlich 1. Ziehe einen Strich unter dem multiplicando. 2 Multiplicire mit der erſten Zahl den erſten Grad des multiplicandi und ihre Summe rücke einen Grad hinten aus. 3. Multiplicire damit auch die übrigen Grad nach einander/und zu eines jeden Summe addire in Gedancken allemahl den NB. vorhergehenden Grad des multiplicandi 4. Wenn du den multiplicandum durch biſt / ſo ſetze den letzten Grad deſſelben noch zur lincken an die Summe. Hiernach ſtünden obige Ex. alſo.

645 (12	3424 (16
7740	54784

III. Dritter Fall. Wo die 1 in der mitten it. zwey/ drey oder mehrmahl vorkomt: da bleibt dis als eine General-Regel/ daß man an ſtatt ihrer Summe allemahl den multiplicandum ſelbſt annimmt und ihn entweder gleich wieder hinſchreibt/ oder / wo es ſeyn kann/ nur an ſeinem Ort ſtehen läßt/ und dazu addirt. Der Vortheil aber iſt dabey leicht und geringe.

Anm. Wenn einer in dem erſten und andern Fall wohl geübt iſt: ſo wird er in manchen gröſſern Ex. noch auf weitere Vortheile kommen. Z. E. Du ſolteſt 1645 mit 1212 multipliciren. 1. V. mit der erſten 12 nach n. II a. 2 und 2. eben die Summe ſetzeſtu noch einmahl hin / und addirteſt ſie zuſammen / oder ſchriebeſt die letzte Summe gar nicht hin/ ſondern addirteſt ſie gleich im Kopf. ſt. a.

1645 (1212		1645		NB. Dergleichen geht auch an. bey 1313. 1414. ꝛc. it. bey 2121. 3131 ꝛc.
19740	oder	19740		
19740		1993740		
1993740				

General-Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid in allen 3. Fällen iſt offenbar/ wenn man nur einerley Ex. zugleich nach dieſer und der gemeinen Art macht. welches auch überhaupt als eine General-maxim anzumercken / üm der Jugend den Unterſcheid der vortheilhaften Art von der gemeinen recht begreifflich zu machen/ daß man ſie einerley Ex. auf beyderley Art neben einander auffſetzen laſſe/und ihr als deñ einen Punct nach dem andern zeige/worinn ſie unterſchieden ſind. Der Vortheil iſt durchgehends ſo ſonderlich nicht. denn dafür daß man weni-

weniger ſchreibt/ muß man hier deſto mehr dencken/ und kann deſto eher irren. Doch iſt das noch das beſte/ was bey Zahlen von 2 Graden erinnert iſt n. I. a. 2. u. n. II. a. 2. Wer den Grund nicht weiß/ und einen andern alſo multipliciren ſieht/ wird nicht wiſſen/ wie es müglich ſey / ſo bald fertig zu werden. Der **Grund** iſt/ 1 multiplicirt nicht. (§. 72. n. 2.).

2. Ex zur Ubung kann man ſich ſelbſt machen, wenn man zu den in **jedem Fall** angezeigten multiplicantibus nach belieben ſelbſt multiplicandos annimmt/ und ſie nach **gemeiner** und **vortheilhafter Art** elaborirt. Und ſo kann man es künftig allemahl halten / wo die Ex. zur Ubung mit Fleiß weggelaſſen ſind. Trift das facit nach **beyderley Art** zu/ ſo hat man den **Vortheil richtig** angebracht.

Dritte Aufgabe.

§. 481. Ein Ex. vortheilhaftig zu multipliciren/ da eine Zahl etliche mahl ſteht. V. a.

1. Operire mit derſelben/ wo ſie zu erſt vorkomt.

2. Hernach ſchreibe ihre Summe ſo oft wieder hin/ als ſie noch weiter vorkommt. Z. E.

624 (22	6523 (222
1248	13046
1248	13046
13728	13046
	1448106

Anm. 1. Der **Vortheil** iſt ſchlecht der **Grund** iſt: **gleiches mit gleichem** multiplicirt **bringt** gleiches § 473.

Anm. 2. Geübte können in dergleichen Fällen noch weiter gehen/ſonderlich wo nur 2 Grad ſind: nemlich 1. operire mit der erſten Zahl/ und unter der Summe ziehe einen Strich 2. ſetze **den erſten Grad** der Summe unter die Linie/ bey den folgenden aber addire immer den vorhergehenden dazu. NB. bey **drey Graden** müſte man **vom dritten** Grad an allemahl

2 vorhergehende Grad addiren. 3. zuletzt ſetze nach den äuſſerſten Grad hin. NB. oder in andern Fällen mehr. u. ſ. w. Z. E.

624 (22	6523 (222
1248	13046
13728	1348106

Zuſatz.

§. 482. Oft kan man hie zweyerley Vortheile in einer Operation anbringen (nach §. 472. a. 1.) / darin man ſich nun hoffentlich ohne fernern Unterricht ſelbſt wird finden können. Z. E. 1. die Vortheile von 0 und 1 in 100. 1000. 120. 210. 121. 110. 1012. etc. 2. die Vortheile von 0 oder 1 und mit gleichen Zahlen in 220. 122. 440. 441. etc. Und was dergleichen mehr iſt / welches man aber geübtern überläſſet.

Andere Quelle.

Erſte Aufgabe.

§. 483. Ein Ex. vortheilhaftig zu multipliciren / da man den multiplicantem nach der addition zerfällt.

I. Erſter Fall. Da man lauter an ſich bequeeme Zerfällungs-Zahlen annimmt nach §. 466. B. a

1. Multiplicire mit einer Zahl nach der andern alſo / als du ſie am beſten bequeem zu ſeyn erkenneſt.

2. Ihre Special-Summen ſetze unter einander doch NB. alſo hin / daß ſie zur rechten in gleicher Linie herab ſtehen / oder alle unter den uniteten der erſten Summe anfangen.

3. Ad-

3. Addire ſie endlich zuſammen. ſ. a.

4623	(365	8372 (	4022
1386900	300	33488000	4000
277380	60	167440	20
23115	5	16744	2
1687395		33672184	

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid von der gemeinen Art iſt 1. daß man hier von dem höchſten Grad zu erſt anfängt und zu den kleinern fortgeht/ da man hingegen in der gemeinen von dem kleineſten anfängt. Z. E. bey 365 nähme man erſt 5 hernach 6 hieſſe 60. denn 3 hieſſe 300. und 2. daher kommen die Special-Summen ümgekehrt und zur rechten grade herab zu ſtehen. denn die nullen werden hinten ausgeſchrieben / da ſie ſonſt wegbleiben. Der Vortheil iſt geringe / ohne was ſich etwa bey den U. Sorten und in der regul de tri noch findet. Der Grund iſt/ weil die angenommenen Zahlen der gegebenen gleich. und alſo: gleiches mit gleichen multiplicirt bringt gleiches (§. 473.).

2. Wenn man eine Zahl (nach §.466. n. II.) zerfällt: bleibt es eben ſo/ auſſer daß man mit den Zahlen ſelbſt anders operirt/ als hier/ da man ſeinen Vortheil nur in den nullen ſucht (nach §.477).

II. Anderer Fall. Da die erſte Zahl an ſich bequeem iſt/ die andern aber mit ihr oder unter ſich in gewiſſer Verhältniß ſtehen (nach §.467.) N a.

1. Operire mit der erſten Zahl/nachdem ſichs damit bequeem operiren läſſet/ (welches ein jeder wenn er die Zahl nach §. 467. zerfällen will/ſchon vorher ſehen muß.).

2. Nimm die andere Zefällungs-Zahl vor/ und ſiehe in was für einer Verhältniß ſie mit der erſten ſteht.(welches du an dem zur Seiten ſtehenden multiplicante und diviſore ſehen kanſt/) und nach ſolcher nimm derſelben ihre Special-Summe aus der vorigen ab/und ſetze ſie unter dieſelbe hin. nemlich

a. Iſt ſie der erſten Zahl gleich (d. i. ſtehen ſie ratione æqualitatis) ſo ſetze der erſten ihr facit ſelbſt wieder hin.

b. Iſt ſie gröſſer/ als die erſte/ (d. i. ſtehen ſie in ratione majoris inæqualitatis): ſo multiplicire der erſten ihre Summe mit dem dabey ſtehenden multiplicante.

c. Iſt ſie kleiner/ als die erſte (d. i. ſtehen ſie in ratione minoris inæqualitatis): ſo dividire erſten ihre Summe mit dem dabey ſtehenden diviſore(welches der Nenner des Bruchs iſt). bleibt ein Reſt: ſo ſetze ihn entweder Bruchweiſe daneben/ oder reſolvire ihn.

3. Gehe zur dritten Zahl und mercke 1. gegen welche von den vorigen ſie gehalten worden/ und 2. in was für einer Verhältniß ſie ſtehe, und verfahre ſo denn ferner/ wie n. 2.

4. Thue desgleichen bey allen übrigen Zahlen/ bis du zu Ende biſt/ und denn addire alle

Spe-

Special-Summen zuſammen. Z. E. du ſollteſt 488 mit 144 multipliciren und zerfällteſt 144 auf folgende dreyerley Art.

488	(144	488	(144	488	(144
5856	- 12	5856	12	5856	12
5856	- 12	17568	36(3	46848	96(8
46848	- 96(8	46848	96(8	15616	$32\frac{1}{3}$
11712	$24\frac{1}{4}$	70272		1952	$4\frac{1}{8}$
70272				70272	

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid iſt handgreifflich: denn man nimmt an ſtatt des gegebenen multiplicantis andere Zahlen an. Der Vortheil iſt hier dem erſten Anſehen nach ſchlecht/aber in der regul de tri bey U. Sorten unvergleichlich. Der Grund liegt theils in dem §. 473. angeführten Satz/theils in der regul de tri. Deñ man ſupponirt in der That 3 Sätze im Gemüth und ſchließt aus ihrer Verhältniß fort. Neml. die Zahl/gegen welche man die andere hält/macht den erſtẽ Satz/ihr ſchon bekanntes facit den andern und die/ſo man dagegen hält/den dritten aus/ und die verlangte Summe wird der vierte Satz. Man bekommt aber lauter Proportions-Ex./ jedoch ſolche / da der erſte und dritte Satz gegen einander ſolche geſchickte Zahlen ſind/ darunter die eine die andre aufhebt (§. 232.). Denn der dritte iſt entweder dem erſten gleich/ oder gröſſer oder kleiner: die gröſſere aber entſteht aus dem

dem erſten durch die multiplication, die kleinere aber durch die diviſion (§. 468. n. 3. b. c.). Wenn nun der dritte dem erſten gleich iſt: ſo verſteht ſichs/ daß auch der vierte Satz dem andern müſſe gleich ſeyn/ und folglich muß man das vorige facit wieder nehmen. Hingegen iſt er gröſſer/ ſo muß der vierte den andern ſo oft in ſich halten/ als der dritte den erſten: iſt er kleiner/ ſo muß der vierte ſo oft in dem andern ſtecken/ als der dritte im erſten. (§. 260.). wie oft aber der dritte den erſten in ſich halte oder in ihm ſtecke/ das zeigen die dabey zur rechten ſtehende multiplicatores oder diviſores an.

2. Zur Erläuterung mercke man folgendes. wenn man den erſten und dritten Satz/ als gegen einander geſchickte Zahlen/ aufhebet: ſo würde/ wenn ſie einander ungleich/ in einem von beyden allemahl 1/ in dem andern aber eine gröſſere Stamm Zahl zu ſtehen kommen. Stünde nun die 1 vorne/ ſo würde es ein Multiplications-Ex. ſeyn/ ſtünde ſie hinten ein Diviſions Ex. und müſte alſo allemahl mit dem Satz/ da mehr als 1 iſt/ der andere multiplicirt oder dividirt werden Und das will ich an dem obigen 1ſten Ex. zeigen. Nemlich ſupponire/ das facit von der erſten 12 ſey dir ſchon bekannt: ſo ginge der Schluß weiter alſo:

1. 12 bringt 5856 was 12? fac. 5856. ferner
2. 12 bringt 5856 was 96? iſt ſo viel/ als
   1 (d. i. 1 mahl 12) bringt 5856 was 8 (d. i. 8 mahl 12)? fac. 46848. endlich
3. 96 - 46848 - 24? iſt ſo viel/ als
   4 (d. i. 4 mahl 24) bringt 46848 was 1 (d. i. 1 mahl 24)? fac. 11712.

3. Wenn

3. Wenn man zuletzt eine einzele Zahl angenommen hätte/ die mit keiner in gewiſſer Verhältniß ſtünde (§ 467. n. 6 a.): ſo multiplicirſtu damit NB. den gegebenen erſten multiplicandum ſelbſt. Z. E.

```
  488 ( 98
 5856   12
40992   84 (7
  976    2
47824
```

3. Wenn man eines verſehens wegen zuletzt das Zeichen ∸ hätte/ (wie §. 467. n.4. litt. c.) angemerckt: ſo multiplicire mit der dabey ſtehenden Zahl den NB. gegebenen multiplicandum ſelbſt/ und die Summe ſubtrahire von der gantzen Suḿe aller angenommenen Zahlen. Z. E.

```
   488 ( 142
 11712    24
 58560   120 ( 5
69.2.7.2   ∸ 2
   976  ſubtr.
 68296
```

4. Exempel zur Ubung will ich nicht herſetzen. Man nehme dazu die (§.76.n.2.) befindliche und zerfälle die multiplicantes nach beyden Fällen /u. verfahre nach den gegebenen Regeln: ſo kann man gleich ſehen/ob die gemeine und vortheilhafte Art einerley Summe bringe.

5. Wie man verfahren müſſe/ wenn der multiplicans auf eine dritte Zahl zerfällt iſt (nach §. 468.)/das wird in der regul de tri folgen.

Andere Aufgabe.

§. 484. Ein Ex. vortheihaftig zu multipliciren/ wenn man den multiplicantem nach der multiplication zerfällt.

I. Erſter Fall. Wenn er in 2 Zahlen zerfällt iſt (nach 469. n. I. oder II.). V. a.

1. Multiplicire den multiplicandum mit dem erſten factore oder Zerfällungs-Zahl und ziehe einen Strich unter die Summe.

2. Mul-

2. Multiplicire NB. die Summe (nicht den gegebenen multiplicandum) mit dem andern factore: ſo haſtu die Haupt-Summe.

3. Wenn aber noch bey der letzten Zahl das Zeichen plus + oder minus ÷ ſteht/ ſo multiplicire mit der dabey ſtehenden Zahl den NB. gegebenen multiplicandum und die Summe addire bey plus (+) zu der Haupt-Summe/ bey minus ÷ aber ſubtrahire ſie. Z. E. multiplicire 263 mit 25. ſt. a.

263	(25	263	(25	263	(25
1315	5	1052	4	789	3
6575	5	6312	6+1	7.1.01	9÷2
		263 add.		526 ſubtr.	
		6575		6575	

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid von der gemeinen Art iſt handgreifflich. Von der vorigen Art aber/ (da man nach der addition zerfällt) beſteht er darinn: daß man hier nicht mit beyden Zahlen den gegebenen multiplicandum, ſondern mit der letztern der erſten Sum̃e multiplicirt/ u. beyder Summen nicht zuſam̃en addirt/ ſondern die letzte allein behält / ausgenommen wo plus und minus noch eine änderung verurſacht. Der Vortheil iſt durch die gantze arithmetic von groſſer Wichtigkeit und einer der allerbeſten/ doch nach dem kleinen 1 mahl 1 mehr/ als nach dem groſſen. Der Grund aber ſteckt in dem §. 473. angeführten General-Satz. denn ob ich 263 25 mahl/ oder 5 mahl 5 mahl nehme/ iſt einerley.

2. Zur

2. Zur Erläuterung ſtelle man ſichs alſo vor. Wenn ich 263 mit 5 multiplicire/ ſo hält die Summe 1315 die 263 5 mahl in ſich. Wenn ich aber dieſe Summe wieder mit 5 multiplicire/ſo hält die Summe 6575 die vorige 1315 wieder 5 mahl in ſich. Folglich hält die letzte Summe die gegebene Zahl 263 5 mahl 5 mahl in ſich/ d. i 25 mahl. multiplicire ich aber mit 4 mahl 6: ſo iſt 263 in der Summe erſt 24 mahl enthalten/ folglich muß man 263 noch 1 mahl addiren/wenn es ſoll 25 mahl ſeyn. Hingegen multiplicire ich mit 3 mahl 9 ſo ſteckt 263 ſchon 27 mahl in der Summe. Folglich muß ich 263 2 mahl davon ſubtrahiren/ ſoll es 25 mahl werden.

3 Wenn bey ✚ nur 1 ſteht: ſo kann man bey der letzten Summe ſo gleich die gegebene Zahl in währender operation dazu addiren.

4. Wenn man erſt eine Fertigkeit erlanget hat/ ſo iſt nicht einmahl nöthig/ daß man die Zerfällungs-Zahlen hinſchreibt: ſondern kann ſie nur im Kopf behalten.

II. Anderer Fall/ da man den multiplicantem in mehr factores zerfällt (nach §. 470.). V. a.

1. Multiplicire NB. den gegebenen multiplicandum mit dem erſten factore und ziehe unter der Summe einen Strich.

2. Dieſe Summe multiplicire wieder mit dem andern factore und unter der Summe ziehe einen Strich.

3. Des andern Summe multiplicire mit dem dritten/ des dritten mit dem vierten factore u. ſ. w. des letzten Sum̃e aber iſt die Haupt-Summe.

4. Wenn bey einem factore, es ſey welcher es will/ das Zeichen plus und 1 ſteht (nach §. 470, n. 3.): ſo addire den gegebenen multiplicandum zur Haupt-Summe. Z. E.

4364

4364 (	288	4	4364 (	289	9✠1
17456(4)	72	8	39276(9)	32	8
139648(8)	9	9	314208(8)	4	4
1256832(9)	1		1256832(4)	1	
			4364 add.		
			1261196		

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid von der gemeinen Art und den nach der addition zerfällten Zahlen / it. von n. I. iſt offenbar. Der Vortheil iſt freilig nicht geringe doch aber nicht ſo groß / als der vorige n. I. Der Grund iſt aus n. I. a. 1. 2. leicht abzunehmen.

2. Wenn das Zeichen ✠ 1 / mehr als 1 mahl in einem Ex. vorkäme: ſo addirte man die 1 zuſammen / mit der Summe multiplicirte man den gegebenen multiplicandum, und dieſe Summe addirte man zur Haupt-Summe. Stehet es aber nur einmahl: ſo kann man den gegebenen multiplicandum ſelbſt in währender operation mit dem letzten factore zur Haupt-Summe addiren.

§. 485. Ex. zur Ubung nach beyden Fällen.

I. 1. 96 mit 36 iſt 3456. 5. 32 mit 15 iſt 480.
2. 48 - 30 - 1728. 6. 46 - 37 - 1702.
3. 48 - 18 - 864. 7. 64 - 55 - 3520.
4. 125 - 90 - 11250. 8. 92 - 37 - 3404.

Anm. Man kann in dieſen Ex. ſo wol den multiplicandum als multiplicantem zerfällen laſſen / und zu ſehen / ob man einerley Summe bekomme. wer mehr Ex. nöthig hat / der nehme eine Zahl zum multiplicando an / und erwähle ſich zum multiplicante allerley Zahlen von 10 - 90 - 180. und zerfälle ſie in 2. Zahlen nach dem kleinen und groſſen 1 mahl 1. II

II.	1.	4567	mit	232	iſt	1054977.
	2.	34567	-	288	-	9905296.
	3.	16843	-	456	-	7680408.
	4.	2225	-	408	-	907800.
	5.	706050	-	225	-	158861250.

Der erſten Section Fünftes Capittel.

Von den Vortheilen der DIVISION.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 486. Aller Vortheil der Diviſion beſteht darinn / daß man einen kleinen Diviſorem (a) habe/ oder der aus wenigen Graden beſteht (§. 98-101.). Folglich kann und darf man bey einem diviſore von einem Grad oder Figur (Z. E. 4) keinen weitern Vortheil ſuchen (b). Denn weniger Grad kann er nicht haben. Hingegen bey einem diviſore von mehrern Graden (Z. E. 12. 40. 132 etc.) hat man darauf zu dencken / wie man weniger Grad bekommen möge. *Worinn der Vortheil zu ſuchen?*

Anm. 1. (a) Beym dividendo hat man keinen Vortheil/ als wenn er zugleich mit dem diviſore hinten nullen hat. (Siehe §. 490. n. II.).

Anm. 2. (b) Bey einem diviſore von einer Figur kommt der am beſten fort / der das (§. 98.) vorgeſchlagene Hulffs-Mittel (das 1 in 1) am beſten inne hat.

§. 487. Man kann aber die Vortheile/ die man bey einem diviſore von meh- *2 Quellen der Vortheile.*

rern Figuren findet/ auch in zwoo Quellen eintheilen/ und zwar.

I. Sind ſolche/ da man den gegebenen diviſorem behält und damit nach gemeiner Art operirt/ nur daß man das/ was überflüßig iſt/ weglässet. und das kann geſchehen/ wenn im diviſore hinten nullen ſtehen. Z.E. 200. 100. oder wo über dem nur noch 1 iſt.

II. Sind ſolche/ da man an ſtatt des gegebenen diviſoris andere bequeemere Zahlen annimt/ und zwar 1. durch die Zerfällung nach der multiplication. 2. In der ſo genannten diviſion ohne 1 mahl 1/ oder 1 in 1. Der Grund der erſten Quelle iſt/ 1 und 0 multiplicirt und dividirt nicht. Des andern aber/ gleiches mit gleichem dividirt bringt gleiches.

Anm. Die Zerfällung nach der Addition findet hier nicht ſtatt. Die raiſon iſt aus (§.83. a. 1.) leicht abzunehmen. auch iſt bey der Zerfällung nach der multiplication kein beſonderer Vortheil/ wenn plus oder minus kommt.

Daß hier weniger Vortheile als in der multiplic.

§.488. Der diviſor kann mit dem dividendo nicht verwechſelt werden (§.86). Folglich kann man obige Vortheile nicht im dividendo ſuchen/ wie in dem multiplicando (§.475.)/ wenn der diviſor keine oder nur ſchlechtere zuläſſet. Da nun überdem auch im diviſore nicht einmahl ſo viel ſtatt finden/ als im multiplicante (wie aus Vergleichung des §.487. mit 47[illegible] erhellet): ſo iſt offenbar/ daß ſich in der diviſion bey weiten nicht

ſo

ſo viel und groſſe Vortheile anbringen laſſen/ als in der multiplication, und man muß ſich öfter an der gemeinen Art begnügen laſſen.

Anm. Man hat daher bald in dieſer bald in jener methode eine Erleichterung geſucht/ aber es reichet nicht weit. wir wollen die vornehmſten Arten zu Ende des Capittels mit berühren.

§. 489. Nebſt den Vortheilen in der operation ſelbſt hat man auch eine vortheilhaftere Einrichtung beliebet / als (§. 104. n. I. a. 1. 2. 3.) gezeiget iſt. Nemlich: Vortheil in der Einrichtung.

1. Man ſchreibet den diviſorem nicht unter den dividendum ſondern ihm zur Seiten (ſonderlich zur lincken) einmahl für allemahl hin/ und unterſcheidet ihn durch einen Strich.

2. Den quotienten ſchreibt man nicht hinter ſondern unter den dividendum, folglich bleibt der Perpendicular-Strich hinten weg/ hingegen ziehet man unter den dividendum einen Horizontal-Strich.

3. Den Special-Reſt der Grade ſchreibt man nicht oben hin/ ſondern behält ihn im Sinn/ folglich darf oben nicht Raum bleiben. Z. E. dividire 472 mit 4. ſt. a.

$$4)\underline{\;472\;}$$
$$\;\;118$$

Anm. 1. Der Vortheil dabey iſt 1. daß man den diviſorem nicht ſo oft fortrücken darf / ſondern nur in Gedancken fortführt. 2. Daß man in der regul de tri den dividendum und diviſorem an ſeinem Ort könne ſtehen laſſen / weil man bey jenem oben keinen Raum laſſen darf. 3. Daß man in ſolchen Fällen/ da man in einer operation zugleich multipliciren

tiplicirt und dividirt / die Summen und quotienten untereinander hinſetzen und hernach deſto beſſer zuſammen addiren könne. Z. E. wie §. 484. n. II. geſchehen. u. ſ. w.

Anm. 2. Dieſe operation iſt eigentlich nur bey einem diviſore von einer Figur / dergleichen man in practiſchen diviſionen ſupponirt / nöthig und am beſten möglich / jedoch braucht man ſie auch wohl in andern.

II. Aufgaben.

Erſte Quelle.

§. 490. Ein Ex. vortheilhaftig zu dividiren / da der Theiler (diviſor) hinten nullen hat.

I. Erſter Fall. Wenn der diviſor allein nullen hat. V a.

1. Setze die nullen unter den letzten Grad des dividendi.

2. Dividire allein mit den gültigen Zahlen des diviſoris, wie ſonſt.

3. Den letzten Reſt ſetze nebſt den Graden des dividendi, worunter die nullen ſtehen / mit dem gantzen diviſore Bruchweiſe hinter den quotienten. Z. E. dividire 3256 1. mit 30. 2. mit 300. und 3. mit 240. ſt. a.

```
                                                    1
                                                    2
   1                                                1 8 3
1. 3 2 5 (6 | 18 16/30   2. 3256 | 10 256/300   3. 3 2 5 6 | 13 136/240
   3 3 3  0                 3300                  2 4 4 0
                                                    2
```

II. Anderer Fall. Wenn der dividendus hinten zugleich nullen hat. V. a.

1. Setze

1. Setze alle nullen des diviſoris unter die letzten Grad des dividendi

2. Schneide in beyden gleich viel nullen ab.

3. Operire mit den übrigen Zahlen wie ſonſt. Wenn aber im diviſore mehr nullen als im multiplicando ſind: ſo findet überdem der vorige Vortheil n. I. noch ſtatt.

4. Bleibt ein Reſt/ ſo darf man daran weder des dividendi noch diviſoris abgeſchnittene nullen hången. Z. E. dividire 46300 1. mit 200 u. 2. mit 2000. ſt.a.

```
     1
     ‿
1. 463|00|231½     2. 463|00|23 3/20.
   222|00             220|00
```

III. **Dritter Fall.** Wenn auſſer den nullen des diviſoris vorne nur noch eine 1 ſteht. Z. E. 10. 100. 1000. etc. V. a.

1. Wenn im diviſore allein nullen ſind/ ſo nim̃ die Zahlen des dividendi, darunter keine nullen ſtehen/ nur gleich zum quotienten/ und die/ darunter nullen ſtehen/ zum Reſt an. Z. E. 4352 mit 10 fac. $435\frac{2}{10}$ mit 100 fac. $43\frac{52}{100}$. mit 1000 fac. $3\frac{352}{1000}$.

2. Wenn aber im dividendo auch nullen ſind/ und zwar 1. wenn in beyden gleich viel ſind ſo nimm nur gleich alle übrige gültige Zahlen des dividendi zum quotienten an, 2. Wenn im dividendo mehr ſind/ ſo nimm das übrige/ ohne die abgeſchnittenen/ zum quotienten an. 3. Wenn

im diviſore mehr/ ſo ſchneide in beyden gleich viel ab/ und verfahre denn wie n. I. Z. E. 854000. mit 1000. fac. 854 mit 100 fac. 8540. mit 10000, fac. $85\frac{4}{10}$.

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid und Vortheil iſt offenbar/denn man läßt die nullen in der operation gantz fahren und bekommt alſo weniger Grad. ſonderlich hat der andere Fall hinten groſſen Nutzen. Der Grund iſt/ weil die o nicht multiplicirt noch ſubtrahirt / und weil man beym Reſt gleich viel nullen im Zähler und Nenner ohne Abgang des Werths abſchneiden kann/ wie wir künftig bey der abbreviation der Brüche ſehen werden.

2. Man operirt hiebey am liebſten nach gemeiner Art/ daß man den diviſorem unter den dividendum ſchreibt/doch kann man ihn/ ſonderlich in ſolchen Zahlen/ da nach Abkürtzung der Nullen nur eine einzele gültige Zahl bleibt/ auch wohl zur Lincken hinſchreiben/ nach §. 489.

3. Wenn man oben und unten gleich viel nullen abgeſchnitten hat / und im diviſore vorne eine geſchickte Zahl bleibt: ſo kanſtu ſie noch nach der multiplication zerfällen/und denn nach der folgenden Aufgabe verfahren. Z. E. 34600 mit 1200. Es kann in dem erſten Fall n. I. auch angehen/ doch macht der Reſt viel Mühe.

4. Wo o oder : in der mitten ſteht / da hat man weiter keinen Vortheil als bereits bey der gemeinen Art gemeldet iſt.

§. 491. Ex. zur Ubung.

1. 20 in 648 f. $320\frac{18}{20}$. 4. 800 in 64000 f. $80\frac{4}{8}$.
2. 240 in 3212 f. $13\frac{92}{240}$. 5. 4000 in 8600 f. $2\frac{6}{40}$.
3. 460 in 6030 f. $13\frac{5}{46}$, 6. 100 in 2342 f. $23\frac{42}{100}$.

Andere Quelle.
Erſte Aufgabe.

§. 492. Ein Ex. vortheilhaftig zu dividiren/ wenn der diviſor eine geſchickte Zahl iſt und nach der multiplication zerfällt wird.

I. Erſter Fall. Wenn er in 2 Zahlen zerfällt iſt nach §.496. Z.E. dividire 384 Thlr. und 385 Thlr. mit 24 in 4 mahl 6 zerfällt. V.a.

1. Dividire den gegebenen dividendum mit der erſten Zerfällungs-Zahl (4) und zwar auf practiſche Art nach §. 489. Wenn aber zuletzt ein Reſt bleibt/ ſo ſetze ihn entweder mit derſelben Bruchweiſe hinten dran / oder / wo es möglich iſt/ ſo reſolvire ihn (gleich im Kopf) in eine kleinere Sorte: die vniteten derſelben dividire (im Kopf) mit der erſten Zahl (als diviſore) und das facit ſetze zur rechten a part hin. ſt. a.

24) 384 Thl.	24) 385 Thl.	24) 385 Thl.
4 96	4 96 $\frac{1}{4}$ oder	4 96—6 gl.
6	6	6

2. Ziehe einen Strich unter dem quotienten/ und dividire NB ihn (nicht den gegebenen dividendum) mit der andern Zerfällungs-Zahl (b) eben alſo/ als vorhin n. 1. ſo haſtu den verlangten quotienten jedoch mercke dabey noch folgendes

a. Der vorige Reſt n. 1. muß ebenfals mit dividirt werden. Iſt er nun reſolvirt Z.E. 6 gl. ſo iſt es leicht. Iſt er aber nur Bruchweiſe geſetzt ($\frac{1}{4}$): ſo multiplicire nur des Bruchs Nenner mit der andern Zerfällungs-Zahl (6) und die Sume

ſetze mit dem vorigem Zähler Bruchweiſe an dem letzten quotienten (iſt $\frac{1}{24}$).

b. Wenn n. 1. ein Reſt iſt/ und n. 2. auch ein Reſt bleibt/ ſo v. a. Iſt der Reſt n. 1. reſolvirt und du wilſt den Reſt n. 2. auch reſolviren/ ſo addire die vniteten des vorigen Reſts / und des jetzo reſolvirten zuſammen/ die Summe dividire mit der andern Zerfällungs-Zahl/und das facit ſetze a part zur rechten hin. Iſt aber der Reſt n. 1. Bruchweiſe geſetzt/ und du wilt den n. 2. auch Bruchweiſe behalten: ſo dividire den Reſt n. 1. wie vorhin lit. a. gezeiget iſt/und ſo denn addire ihn mit dem letzten zuſammen nach § 347. ſq. ſt. a.

1. 24)384
4 | 96
6 | 16

2. 24)385
4 | $96\frac{1}{4}$
6 | $16\frac{1}{24}$

3. 24)385
4 | 96 - 6 gl.
6 | 16 - 1 gl.

4. 24)383
4 | $95\frac{3}{4}$
6 | $15\frac{5}{6}$ u. $\frac{3}{24}$ add. iſt $\frac{23}{24}$

5. 24)383
4 | 95 - 18 gl.
6 | 15 u. 5 thl. iſt 120 gl.
120 gl. u. 18 gl. iſt 138. 138 mit 6 dividirt iſt 23 gl.

Anm. 1. Ein jeder ſiehet/es ſey beſſer/ daß man den Reſt nur gleich reſolvire/ wo es immer müglich iſt.

Anm. 2. Bey n. 2. litt. b. kann man in ſolchem Fall/da man beyde Reſte reſolvirt auch den letzten Reſt erſt völlig dividiren/ wie n. 1. und hernach auch den vorigen Reſt a part dividiren und beyder facit endlich zuſammen addiren. Z. E. es blieb im letzten Ex. zuletzt 5 Thlr. die reſolvirt ſind 120 gl. die mit 6 dividirt ſind 20 gl. hingegen der vorige Reſt 18 gl. mit 6 dividirt iſt 3 gl. 3 gl. und 20 gl. ſind auch 23 gl.

Anm.

Anm. 3. Daß der Reſt aus n. 1. bey n. 2. richtig dividirt werde/ wenn man ſeinen Nenner mit der andern Zerfäl-lungs-Zahl multiplicirt/ erhellet aus §. 323. n. 8.

II. Anderer Fall. Da der diviſor in mehr als 2 Zahlen zerfället iſt/ nach §. 470. V. a.

1. Dividire den gegebenen dividendum mit dem erſten factore, wie n. I. n. 1.

2. Den quotienten dividire durch die andere Zahl/ wie n. I. n. 2.

3. Dieſer ihren quotienten dividire wieder eben ſo mit der vierten / der vierten ihren mit den fünften u. ſ. f. Der letzte quotient iſt die geſuchte Zahl. Z. E.

288)	1256832	144)	8634 Thlr.	
4	314208	3	2878	
8	39276	6	497 $\frac{4}{6}$	oder 16 gl.
9	4364	4	119	—— 22 gl.
		12	59 Thlr.	—— 23 gl.

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid / Vortheil und Grund iſt nun leicht zu erkennen / wenn man nur recht begriffen hat / was bey der multiplication §. 484. n. I. a. 1. 2. u. n. II. a. 1. geſagt iſt. Z. E. da 24 in 4 mahl 6 zerfällt iſt/ und man dividirt erſt mit 4/ſo ſteckt der quotient 4mahl im dividendo: dividirt man den quotienten noch mit 6 / ſo ſteckt der neue quotient in dem vorigen wieder 6 mahl/und folglich in dem dividendo 4 mahl 6 mahl/ d. i. 24 mahl

2. Bey plus und minus iſt hier kein Vortheil zufinden §. 487. a ob es wohl an ſich nicht unmüglich wäre damit zu operiren. Siehe Habelium p. m. 139 Alſo werden hiebey lauter geſchickte Zahlen erfodert/ die ſich durch eine andere ohne Reſt aufheben laſſen.

§. 493. Ex. zur Ubung.

I. 1. 25 in 6890 facit $267\frac{3}{5}$.

2. 48 in 1730496 f. 36052.

3. 32 in 295808 f. 9244.

4. 27 in 127926 f. 4738.

5. 36 in 253 Thl. f 7 Thl. 8 Pf.

6. 64 in 936 Thl. f. 14 Thl. 16 gl.

II. 1. 256 in 1325568 f. 5178 zerfällt in 4.8.8.

2. 128 in 1325568 f. 10356 zerfällt in 4.4.8.

3. 512 in 3854 f. 7 Thl. 12 gl. $7\frac{7}{8}$ Pf. zerfällt in 2.4.8.8.

Andere Aufgabe.

§. 494. Ein Ex. vortheihaftig ohne 1 mahl 1 zu dividiren. Z. E. 385214 mit 153. V. a.

I. Einrichtung.

1. Setze den dividendum hin/ und den Strich hinten dran.

2. Schreibe den diviſorem unter die Stelle des quotienten und 1 daneben.

3. Multiplicire ihn (im Kopf) mit 2. die Summe ſetze darunter und die 2 daneben.

4. Multiplicire ihn mit 5/ die Summe ſetze unter vorige Summe/ und 5 daneben.

5. Setze den diviſorem ſelbſt noch darunter hin und hänge eine null dran/ und 10 darneben.

ſt. a.

385214	
153	1
306	2
765	5
1530	10

Anmerckungen.

1. Wenn man ohne 1 mahl 1 dividiren will/ ſo muß man wiſſen/ was der diviſor 1/2/3/4 bis 9 mahl genommen ausmache (oder ſein ſimplum, duplum, triplum, quadruplum,

plum, quintuplum, ſextuplum, ſeptuplum, octuplum, noncuplum.). (denn der quotient iſt allemahl eine von den Stamm-Zahlen/ und gehet nicht über 9 §. 102 n. 6.). alſo ſollte man ihn nach einander mit allen Stam̃-Zahlen multipliciren. Es iſt aber nicht nöthig/alles hinzuſetzen/ſondern weñ man ihn nur 1fach (das ſimplum) 2fach/(duplum) 5 fach/ (quintuplum) und 10fach (decuplum) hat: ſo kann man daraus das übrige ohne Mühe abſehen. Nemlich das **dreyfache** (triplum) bekommt man/ wenn man das 1 u 2 fache addirt. iſt 359. das 4fache (quadruplum)/ wenn man das 2fache zu ſich ſelbſt addirt/ iſt 412. das **ſechsfache**/ (ſextuplum) wenn man das 1fache zum 5fachen addirt iſt 918. das 7fache (ſeptuplum) wenn man das 2fache zum 5fachen addirt iſt 1071. das 8fache (octuplum)/ wenn man das 1. 2 u. 5fache addirt/ oder wenn man das 2fache vom 10fachen ſubtrahirt/ iſt 1224. Das 9fache (noncuplum)/wenn man das 1fache vom 10fachen ſubtrahirt/ iſt 1377.

2. Dis alles kann ein geübter in der Geſchwindigkeit thun/ es findet ſich auch wohl in der operation, daß man die einmahl geſuchte Zahl behält oder daraus die nächſt folgende oder vorhergehende gleich finden kann/ wenn man nur das 1fache addirt oder ſubtrahirt. Z. E. man hätte ſchon einmahl das 8fache geſucht/ und wollte es noch einmahl oder das 7 oder 9fache wiſſen.

3. Der Erfinder dieſer Methode (Jobus Ludolffus, Prof. Math. zu Erfurt) hat auch das 2 und 5fache anders geſucht/ nemlich das 2fache indem er das einfache zu ſich ſelbſt addirt/ und das 5fache/ da er das 10fache medirt. weil er auch nicht einmahl nach dem 1 mahl 1 multipliciren wollen. Wir aber ſind deſſen ohndem gewohnt/ und können es auch beybehalten. Das 10fache hat er nicht aufgeſchrieben/ ſondern nur im Sinn behalten/ weil man bloß das einfache hinten mit einer null vermehren darf. Wir können es künftig auch auslaſſen.

II. Operation. Nun ſchreite zur Sache neml.

1. Siehe zu/ ob eine und welche unter den NB aufgeſchriebenen Zahlen ſo vielen von den höchſten Graden des dividendi, als diviſor hat/ ſo na-

he

he komme/ daß von dieſem weniger übrig bleibe/ als der diviſor ſelbſt austrägt: und wenn du eine findeſt/ ſo ſetze die dabey ſtehende Stamm-Zahl (1. 2. 5.) in den quotienten. Z. E. die 3 erſten Grad ſind 385. ſolchen kommt 360 als das duplum ſo nahe/ daß von 385 weniger bleibt/als der diviſor 153 ausmacht. Folglich ſetze 2 in den quotienten.

Anm. Wenn die Grad des dividendi weniger ſind/ als der diviſor, ſo ſetze eine null in den quotienten vorne bleibt ſie weg.

2. Kommt ihnen aber keine darunter ſo nahe/ ſondern es bleibt immer mehr übrig/ ſo ſuche welche/ von den übrigen ihr ſo nahe komme? das 3fache/ 4fache/6fache/ 7fache/ 8fache oder 9fache? und wo du es gewahr wirſt/ da verfahre eben ſo/ als n. 1. Z. E. es wäre das 4fache ſo ſetze 4 in den quotienten.

Anm. Man mercke ſich folgendes. Sind die Grad des dividendi **weniger** als das 5fache/ ſo muß man ſehen/ ob das 3 oder 4fache angehe/ ſind ſie **mehr**/ ſo muß man ſehen ob das 6/7/8 oder 9 fache angehe. Welches einem geübten leicht in die Augen fällt. Z. E bleibt nach Abzug des 2fachen (des dupli) mehr als der diviſor, doch nicht 2 mahl ſo viel/ ſo nimm das 3fache (triplum). Iſt weniger/als das 5fache/doch nicht ſo viel/ als der diviſor ſelbſt macht/ſo nimm das 4fache etc. wie n I. a. 1. gezeiget iſt.

3 Wenn du nun nach n. 1 u. 2. weiſt/welche von den Zahlen den höchſten Graden des dividendi nahe kommen/ und davon du das Zeichen in den quotienten geſetzt: ſo ſetze ſolche Zahl unter dieſelben Grad des dividendi NB. ſubtrahire ſie/ und den Reſt ſetze unter dieſelbe hin.

4. Zu

4. Zu dem Reſt ſetze den nächſtfolgenden Grad des dividendi, und ſiehe wieder zu/welche unter den geſchriebenen oder nicht geſchriebenen Zahlen derſelben Summe am nächſten komme. Setze das zur rechten ſtehende Zeichen in den quotienten / mit der Zahl ſelbſt aber verfahre / wie n. 3.

5. Zu dem Reſt ſetze den folgenden Grad des dividendi, und verfahre/ wie n. 4.

6. Das continuire ſo lange / bis kein Grad vom dividendo mehr übrig iſt/ ſo haſtu hinten den quotienten / und der Reſt bey der letzten ſubtraction iſt der Reſt des dividendi, den ſetze hinter den quotienten Bruchweiſe hin / oder reſolvire ihn. Hiernach ſtehet obiges Ex. völlig alſo.

38.5214	$2517\frac{113}{153}$	
306	153	1
79.2	306	2
765	765	5
27.1	1530	10
153		
1184		
1071		
113		

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid iſt klar. Der Vortheil iſt 1. man entgehet dadurch der Schwierigkeit davon §. 101. gedacht iſt 2. man darf weiter nichts / als ſubtrahiren. 3. kann ſich nicht leicht irren / und 4 in währender operation ſo oft einhalten/ als man will. Der Grund iſt/ weil man den diviſorem doch ſo vielmahl davon nimmt / als müglich iſt. wie ein jeder leicht erkennet (S § 81. 82).

2. Man bedienet ſich dieſer methode, wenn man einen groſſen und ungeſchickten diviſorem hat.

3. Ex.

3. Exempel zur Ubung kann man aus §. 112. nehmen.

Zugabe von etlichen andern Arten zu dividiren.

Erſte Aufgabe.

§. 495. **Ein Ex. unterwerts zu dividiren.**

Z. E. 683232 mit 32. V. a.

I. **Erſte Art.** Verfahre ganz wie ſonſt nach gemeiner Art / ausgenommen daß du den Reſt unterwerts ſchreibeſt / den nächſtfolgenden Grad des dividendi hinten dran hängeſt / und darunter allemahl den diviſorem von neuen abſetzeſt. ſt. a.

II. **Andere Art.** Verfahre eben ſo / ausgenom̃en / daß du den dividiſorem einmahl für allemahl zur lincken hinſchreibeſt / u. den nächſten Grad nicht eben herabrücken darfſt. ſt. a.

```
683232 | 2132 8/32
32
 43
 32
  113
   32
   172
    32
    1(8
```

```
32) 683232 | 2132 8/32
    4017(8
    111
```

Anm. Der Unterſcheid und Grund iſt offenbar / der Vortheil nicht groß / auſſer / daß man oben keinen Raum nöthig hat / und alſo den dividendum allemahl kann an ſeinem Ort ſtehen laſſen.

Andere Aufgabe.

§. 496. Ein Ex. nach der ſo genannten **franzöſiſchen Art zu dividiren.** V. a.

1. Suche

1. Suche den quotienten eben ſo/ als §. 108. n. 3. 4. ſeqq.

2. Mit dem quotienten multiplicire den gantzen diviſorem, und die Summe ſubtrahire von der rechten gegen die lincke von den Graden des dividendi, darunter er ſtehet.

3. Den Reſt ſchreibe unterwerts/ und ſetze den nächſtfolgenden Grad daran.

4. Darunter ſetze den diviſorem aufs neue / und verfahre/ wie zuvor. ſ.a. 68232|2132 $\frac{8}{32}$

```
multipl. 32... mit 2.
  ſubtr. 64...
   Reſt. 42..
   mult. 32.. mit 1.
  ſubtr. 32..
   Reſt. 1.03.
   mult. 32. mit 3.
  ſubtr. 96.
   Reſt. 72
   mult. 32 mit 2.
  ſubtr. 64
   Reſt. 8
```

Anm. 1. Der Unterſcheid und **Grund** iſt offenbar. Der **Vortheil** aber geringe.

Anm. 2. Es kommt dieſe Art dem Grunde nach mit der ohne 1 mahl 1 zu dividiren überein/ bloß / daß man hier den diviſorem nachher multiplicirt/ wenn man den quotienten ſchon weiß/ in jener aber ihn vorher multiplicirte / und daraus den quotienten abnahm. Hier bleibt alſo doch die difficultät / wie man den rechten quotienten errathen ſolle. §. 101.

Anm. 3. Noch kürtzer und deutlicher wäre es / wenn man den diviſorem einmahl für allemahl zur lincken hinſetzte: ſo käme der ſubtrahendus gleich unter dem integro zu ſtehen.

Dritte Aufgabe.

§. 497. Ein Ex. nach der ſo genannten welſchen Art zu dividiren. V.a.

1. Setze

1. Setze den diviſorem einmahl für allemahl zur lincken hin.

2. Suche den quotienten nach gemeiner Art als §. 108. n. 3. ſeqq.

3. Multiplicire damit einen Grad des diviſoris nach dem andern von NB. der rechten gegen die lincke (nicht von der lincken gegen die rechte/ wie in gemeiner Art) und ſubtrahire eines jeden Summe von dem über ihm ſtehenden Grad.

4. Den Reſt ſchreibe unterwerts/ und rücke den nechſt folgenden Grad herab.

5. Das continuire ſo lange / bis kein Grad mehr übrig iſt. ſo iſt der letzte Reſt der Reſt des dividendi. ſt. a.

$$
\begin{array}{r|l}
32)68232 & 2132\tfrac{28}{32} \\
42 & \\
103 & \\
72 & \\
8 &
\end{array}
$$

Anm. 1. Der Unterſcheid und Grund iſt klar. der Vortheil iſt/ man darf den diviſorem nicht ſo oft abſetzen / und die Reſte nicht ſo oft ändern/ als wenn man von der lincken gegen die rechte multiplicirt und ſubtrahirt/ und kann ſich nicht ſo leicht irren.

Anm. 2. Mehr Arten will ich nicht herſetzen. Wenn einer obige practiſche diviſion, und die ohne (mahl) nicht anbringen kann oder will: ſo thut er am beſten/ daß er entweder dieſe letzte welſche Art gebrauche oder daß er unterwerts dividire nach §. 495. n. II. denn das ſind noch die beyden kürtzeſten und beſten Arten. Mehr Arten ſiehe bey Habelio p. m. 142. ſeqq.

Ende der erſten Section.

Des

Des erſten Abſchnitts.
Andere SECTION,
Von den
Vortheilen der Specien mit U. Sorten.
Erſtes Capittel.
Vortheile der Numeration.
I. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 498. In den Aufgaben der numeration ſelbſt hat und braucht man keinen Vortheil: aber bey der reſolution und reduction ſind Vortheile möglich/ nöthig und nützlich. Und zwar ſind auch 2 Qvellen: denn einige flieſſen aus der gemeinen Art/ andere aber ſind dieſem Capittel eigen. Jene beſtehen in der vortheilhaftigen multiplication und diviſion, als welche in der gemeinen Art gebraucht werden/ dieſe aber hauptſächlich in einer bloſſen operation im Gemüth (in operatione mentali.).

Wo Vortheile ſtatt finden?

§. 499. Wenn man im Kopf vortheilhaftig reſolviren und reduciren will: ſo muß man ſich bey den vornehmſten Sorten/ die am meiſten vorkommen/ ſonderlich in Müntzen / einmahl für allemahl bekannt machen / was gewiſſe Summen groſſer Sorten an kleinen und kleiner Sorten an groſſen ausmachen. Weil aber das manchem/

Hülffs-Mittel bey dem andern Qvell.

der keine gute memorie hat/ faſt unmüglich zu behalten wird: ſo ſind dazu im Anhange dieſes erſten Buchs n.9. ſo wohl bey gantzen und graden als ungraden Theilen einige Hülfs-Mittel angewieſen worden. Jedoch gehet ſolches nur bey nicht eben gar zu groſſen Summen an/ dergleichen auch in praxi am meiſten vorkommen/ und auf andere zu ſchlieſſen dienlich ſind.

II. Aufgaben.

I. Bey der Reſolution in grade Theile.

Erſte Aufgabe nach §. 155.

§. 500. Eine gröſſere Sorte in eine unmittelbar folgende kleinere zu reſolviren.

Erſte Quelle.

I. Erſter Vortheil. Multiplicire die gegebene Zahl durch die Anzahl der vniteten der kleinern Sorte/ die in einem gantzen enthalten ſind/ auf vortheilhafte Art, wie §. 477. ſeqq. gezeiget iſt. ſonderlich durch die Zerfällung nach der multiplication in 2 Zahlen/ wo es angeht. Z. E.

48 Thl. 4	48 Thl. 3	36 Kfl. 4	286 gl. 3
192 6	144 8	144 4	858 4
1152 gl.	1152 gl.	576 gl.	3432 Pf.

Anm. 1. Wenn die gegebene Zahl zu vortheilen/ ſonderlich zur Zerfällung geſchickter iſt/ als die Anzahl der vniteten: ſo operire mit jener. Z. E. 48 C. mache zu lb. da iſt 48 geſchickter/ als 110. Daher zerfälle 48 in 6 mahl 8. machts 5280 lb.

Anm. 2. Man kann die Ex. auch nach den andern Vortheilen der multiplication machen laſſen.

An-

Andere Quelle.

II. Anderer Vortheil. Reſolvire die gegebene Zahl im Kopf/ nach §. 499. wenn ſie aber zu groß iſt: ſo brauche dieſe Hülfs-Mittel Neml.

1. Entweder Zerfälle die gegebene Zahl nach der addition in lauter ſolche Zahlen/ die dir bekannt ſind/ nach §. 466. ſuche jeder ihr facit im Kopf/ und addire endlich alles zuſammen. Z. E.

132 gl. · 16 Thl.

100 gl.	ſind	1200	Pf.	4 Thl.	ſind	96	gl.
24	- -	288	-	8	- -	192	-
8	- -	96	-	4	- -	96	-
		1584	Pf.			384	gl.

2. Oder zerfälle die gegebene Zahl nach der addition in ſolche Zahlen/darunter dir der erſten facit bekannt iſt/ die übrigen aber mit der erſten oder unter ſich in gewiſſer Verhältniß ſtehen. nach §. 467. und operire wie §. 483. n. II. Z. E.

16 Thlr. · 48 gl.

4 Thlr.	ſind	96 gl.	8 gl.	ſind	96	Pf.
12(3	--	288	40(5	-	480	
		384			576	

3. oder Zerfälle ſie auf eine dritte Zahl/deren facit dir bekannt iſt/ nach §. 468. vergleiche eine jede Zahl gegen dieſelbe/ und ſuche ihr facit aus dem bekannten facit vermöge ihrer Verhältniß/ wie §. 483. n. II. Z. E. Zerfälle 21 Thl. it. 36 Thl. auf 6 Thl. welche (6 Thl.) 144 gl. machen. ſt. a.

 21 Thl.

21 Thl. -	144 gl.	36 Thl. -	144 gl.
18(3	432	6	144
3($\frac{1}{2}$	72	30(5	720
	504 gl.		864 gl.

Anm. 1. Wenn man zu der gegebenen Zahl eine bekannte Zahl finden kann/ darein ſolche mit einmahl grade aufgeht: ſo iſt leicht es auch im Kopf auszumachen. Nemlich man ſucht/ wie oft ſolche in der gegebenen Zahl ſtecke: und mit dem quotienten multiplicirt man das facit der bekannten. Z. E. 36 Thlr. du weißt 6 Thlr. ſey 144 gl. 6 aber ſteckt in 36 6 mahl. Folglich multiplicire nur 144 mit 6 iſt 864 gl. dis iſt der aller kürtzeſte Weg/ wo man ihn haben kann. Wo es aber nicht angeht/ da zerfälle die gegebene Zahl auf die bekannte dritte Zahl/ wie itzo gezeiget iſt. oder welches meiſtentheils noch compendieuſer iſt. dividire die gegebene Zahl mit der bekannten Zahl/ und mit den quotienten multiplicire dieſer ihr bekanntes facit, wie jetzo gezeiget iſt. Den Reſt aber reſolvire wieder vor ſich/ wie du es am beſten findeſt. Z. E. Du hatteſt 50 Thl. du wüſteſt 6 Thl. ſey 144 gl. dividire mit 6 in 50. habe ich 8 mahl. 8 mahl 144 ſind 1152 gl. Nun ſind noch 2 Thl. Reſt/ die machen bekannter maſſen noch 48 gl. 48 gl. u 1152 gl. ſind 1200 gl.

Anm. 2. Der **Unterſcheid** / **Vortheil** und **Grund** iſt offenbar.

Anm. 3. Ex. zur Ubung nehme man aus §. 158.

Andere Aufgabe. §. 156.

§. 501. Eine gröſſere Sorte **vortheilhaftig** in eine mittelbar folgende kleinere zu reſolviren/ davon noch nichts verhanden iſt. NB. weil man hier nach gemeiner Art die vorige reſolution (§. 500) nur wiederhohlet: ſo kann man auch die Vortheile ſo oft von neuen anbringen/ als es nöthig iſt. Z. E.

16 Thl.

16 Thl	(4	24 Rfl.	(4	36 Mfl.	(3
64	(6	96	(6	108	(7
384 gl	(3	384 gl	(3	756 gl.	(3
1152	(4	1152	(4	2268	(4
4608 Pf.		4608 Pf.		9062 Pf.	

Dritte Aufgabe. §. 157.

§. 502. Alle Sorten vortheilhaftig unter einen Nahmen zu bringen. Hiebey bleibt es/ wie §. 501. ausgenommen/ daß man die vorhandene vniteten in währender operation zu den neuen Summen addirt.

Anm. Ex zur Ubung auf alle 3 Aufgaben/ nehme man aus §. 158.

II. Bey der Reduction grader Theile in ihre gantze.

Erſte Aufgabe.

§. 503. Eine kleinere Sorte in die unmittelbar vorhergehende zu reduciren.

Erſte Quelle.

I. Erſter Vortheil, dividire die gegebene Zahl/ durch die Anzahl der vniteten/ die zu einem gantzen gehören/ auf vortheilhafte Art/ wie §. 490 ſeq. gezeiget iſt/ ſonderlich durch die Zerfällung nach der multiplication in 2 Zahlen. dabey aber iſt hier wegen des Reſtes folgendes in acht zu nehmen.

1. Wenn bey der operation mit der erſten Zerfällungs-Zahl von der gegebenen Zahl ſelbſt

 ein

ein Reſt bleibt/ſo ſind es gantze vniteten/die von der gegebenen Zahl und Sorte übrig bleiben/und kein gantzes erreichen. Daher man ſie mit der folgenden Zahl nicht dividirt / (wie §. 492 geſchehen): ſondern ungeändert läßt und herab ſetzt.

2. Wenn bey der operation mit der andern und letzten Zefällungs-Zahl von der erſtern ihrer Summe ein Reſt bleibt/ ſo können die vniteten angeſehen werden als Theile eines ſolchen gantzen/ darein man die Zahl verwandeln will/ und zwar ſolche/ als die andere Zerfällungs-Zahl (die jetzo der diviſor iſt) andeutet. Daher man ſie bey der letzten Summe Bruchweiſe anmercken/ oder ihn auch noch reſolviren kann/ nach §. 338.

3. Wenn in beyden ein Reſt bleibt: ſo kann man den erſten mit dem andern / wenn dieſer reſolvirt iſt/zuſammen addiren. Z. E.

3) 384 Pf.	3) 386 Pf.	3) 246 Pf.
128	128 - 2	82
4) 32 gl.	4) 32gl. 2pf.	4) $20\frac{2}{4}$ gl.
d. i. 1 thl. 8 gl.	d. i. 1thl. 8gl. 2pf	d. i. 20 gl. 6 pf.

Anm. 1. Der Unterſcheid/ Vortheil und Grund iſt hiebey offenbar.

3) 383 Pf.
127 - 2 Pf.
4) $31\frac{3}{4}$ gl. d. i. 9 pf.
Sā. 1 thl. 7 gl. 11 pf.

Anm. 2. Wie es mit dem Reſt zu halten ſey/ iſt in den gewöhnlichſten arithmeticis nicht gezeiget. Die Sache aber ſelbſt giebt es/ daß es alſo ſeyn müſſ/ und es triſt zu/ wenn man ein ſolch Ex. auch nach gemeiner Art macht.

Anm.

Anm. 3. Will man den diviſorem nach der multiplicat. in mehr als 2 Zahlen zerfällen: ſo ſtünde es mit dem erſten Reſt eben ſo. Der andere oder dritte aber gäbe auch Theile von der verlangten Sorte/ und müſte bey der folgenden Zahl dividirt werden.

Andere Quelle.

II. Anderer Vortheil. Reducire die gegebene Zahl im Kopf/ (nach §. 499.). oder wenn dir die Zahl zu groß iſt: ſo brauche folgendes Hülfs-Mittel Neml zerfälle ſie nach der addition.

1. Entweder in lauter ſolche Anzahlen, die dir bekannt ſind/ (nach §. 466.) oder 2. in ſolche/ darunter dir die erſte bekannt iſt/ und die übrigen mit der erſten oder unter ſich in gewiſſer Verhältniß ſtehen. (nach § 467.) oder 3. auf eine dritte Zahl / deren facit dir bekannt iſt/ (nach §. 468.) u verfahre/ (wie §. 500. n. II.) Hiernach ſtehen folgende 3 Ex. alſo:

1. 800 Pf.

300 Pf. ſind	1 Thl.	1 gl.	
300 ——	1 —	1 —	
200 ——	, —	16 —	8 Pf.
	2 Thl.	18 gl.	8 Pf.

2. 1800 Pf.

300 iſt -	1 Thl.	1 gl.
1500 (5	5 —	5 —
	6 Thl.	6 gl.

3. 1900 Pf. auf 300 Pf. die 1 Thl. 1 gl. machen

1800 (6 fac.	6 Thl.	6 gl.	
100 ($\frac{1}{3}$ fac.	, —	8 —	4 Pf.
	6 Thl.	14 gl.	4 Pf.

Anm. 1. Der Unterſcheid/ Vortheil und Grund iſt auch klar.
Anm. 2. Wenn man n. II. bey der dritten Art der Zerfällung eine bekannte Zahl finden kann/welche die gegebene aufhebt: ſo multiplicire nur derſelben ihr facit mit der Verhältniß Z. E. Du hätteſt 1800 Pf. dencke bey dir ſelbſt. 300 Pf machen 1 Thl. 1 gl. 1800 iſt 6 mahl ſo viel/ als 300. Folglich machen ſie auch 6 mahl ſo viel d. i. 6 Thl. 6 gl. iſt eben/ als §. 500. n. II. a. 1. hebt ſie aber die gegebene nicht auf: ſo verfahre eben ſo/ als §. 500. n. II. a. 1. gezeiget iſt.
Anm. 3. Ex zur Ubung ſuche nach §. 162.

Andere und dritte Aufgabe §. 160. 161.

§. 504 Grade Theile in mittelbar vorhergehende gantze/ davon nichts vorhanden iſt/ it. in un- oder mittelbar vorhergehende/ davon etwas vorhanden iſt / zu reduciren. NB. hiebey wird die vorige reduction wiederhohlt. darum wiederhohle auch deine Vortheile.

III. Bey der reſolution und reduction bey gantzen und ungraden Theilen.

Erſte Aufgabe. nach §. 163.

§. 505. Gantze in ungrade Theile zu reſolviren/ und ungrade Theile in gantze zu reduciren etc.

Erſte Quelle.

I. Erſter Vortheil. Weil in der gemeinen Art/ die vorige reſolution und reduction zugleich angebracht wird: ſo kann man auch beyder ihre Vortheile aus beyden Quellen zugleich anbringen. Z. E. die §. 163. befindl. Ex. ſt. a.

1. 100 Kfl.

1. 100 Kfl. (4 — 400 (4 — 1600 gl. — 4) 400 — 6) 66 Th. 16gl.

2. 100 Thl. 4 — 400 6 — 2400 gl. — 4) 600 — 4) 150 Kfl.

Anm. 1. Eben ſo kannſtu auch im Kopf reſolviren und reduciren/ wo dirs muglich iſt.

Anm. 2. Der Unterſcheid/ Vortheil und Grund iſt klar aus.

Andere Quelle.

II. Anderer Vortheil. Reſolvire oder reducire die gegebene Zahl im Kopf/ nach §. 499. oder ſo ſie dir unbekannt iſt: ſo zerfälle ſie nach der addition entweder 1. in lauter ſolche Zahlen/ deren facit dir bekannt iſt nach §. 466. oder 2. in ſolche/ darunter dir nur die erſte bekannt iſt, die übrigen aber mit ihr in gewiſſer Verhältniß ſtehen/ nach §. 467. oder 3. auf eine dritte Zahl/ die dir bekannt iſt. nach §. 468. und operire/ wie §. 500. n. II. Z. E. dir wäre bekannt/ daß 15 Kfl. 10 Thlr. u. 100. Kfl. 66 Thlr. 16 gl. und umgekehrt 10 Thr. 15 Kfl. ausmachten. ſo ſtehen folgende Ex. alſo.

1. 115 Kfl.

100 f. 66 Thlr. 16 gl.
15 f. 10 — ; —
76 Thlr. 16 gl.

2. 250 Kfl.

100 f. 66 Thl. 16 gl.
100 f. 66 - 16 -
50½ f. 33 - 8 -
166 Thl. 16 gl.

3. 150 Thl. auf 10 Thl.
100 (10 f. 150
50 (5 f. 75
225 Kſl.

Anm. 1. Der Unterſcheid (von gemeiner Art) Vortheil und Grund iſt von ſelbſt offenbar. die zerfällten Zahlen ſind der gegebenen gleich / folglich iſt auch jener facit dieſer ihrem gleich.

Anm. 2. n. I. a. 1. iſt auch gedacht / man könne im Kopf reſolviren und reduciren. aber da war es von gantzen und NB. graden Theilen zu verſtehen. Hier aber reſolvirt oder reducirt man gantze unmittelbar in NB. ungrade Theile / und ungrade Theile unmittelbar in gantze.

III. Dritter Vortheil / bey ſolchen gantzen und ungraden Theilen / da die Anzahlen ihrer gemeinſchaftlichen graden Theile gegen einander geſchickte Zahlen ſind / d. i. ſich gegen einander aufheben laſſen (§. 232). Z. E. bey Thl. u. Kſl. B. a.

a. Einrichtung.

1. Setze die Anzahlen der gemeinſchaftlichen graden Theile in einen Bruch / ſo / daß die Theile des ungraden Theils den NB Zähler / und des gantzen den NB. Nenner ausmache. ſt. a. $\frac{16}{24}$.

2. Den Bruch abbreviire (nach § 327.) ſt. a. $\frac{2}{3}$.

Anm. 1. Jetzo abbreviire nur noch nach gemeiner Art / bis du es vortheilhaftig zu thun lernen wirſt. Dieſe Einrichtung kommt überein mit der reduction einer gantzen Zahl in einen Bruch (§. 340). Man könnte beyde Zahlen auch wohl gegen ein ander aufheben / (wie §. 240.): aber man ſetzt es lieber in einen Bruch / weil man ſich in der operation (b) leichter finden und bedenken kann / und man ſich auch ſonſt den Inhalt eines ungraden Theils Bruchweiſe vorzuſtellen pfleget; als ein Kſl. iſt $\frac{2}{3}$ Thlr.

Anm.

Anm. 2. Es iſt gut/ daß man ſich dergleichen Vergleichungen einmahl für allemahl bekannt mache. Z. E. daß 1 Kfl. $\frac{2}{3}$ Thlr. 1 Mfl. $\frac{7}{8}$ Thlr. ſey etc. So kann man gleich zur operation ſchreiten.

b. Operation.

1. Wiltu nun gantze in ungrade Theile reſolviren: ſo multiplicire die gegebene Anzahl der gantze mit dem NB. Nenner/und die Summe dividire mit dem NB. Zähler, ſo haſtu die Theile.

2. Willtu aber ungrade Theile in gantze reduciren: ſo multiplicire die gegebene Anzahl mit dem NB Zähler/ und dividire mit dem NB. Nenner. ſo haſtu die gantze.

3. Wenn in beyden Fällen bey der diviſion zuletzt ein Reſt bleibt/ſo ſind ſeine vniteten als Theile derjenigen Sorte anzuſehen/ die man eben ſucht/ und zwar von ſolcher Gröſſe/ als der diviſor anzeiget. Daher ſetze ſie in einen Bruch/oder reſolvire ihn noch (nach §. 338). Hiernach ſtehen folgende Ex. vollends alſo.

1. 100 Thl. (3
300
2) 150 Kfl.

163 Thl. (3
489
2) $244\frac{1}{2}$ Kfl. d.i. 8 gl.

2. 100 Kfl. (2
200
3) $66\frac{2}{3}$ Thl. d. i. 16 gl.

162 Kfl. (2
324
3) 108 Thl.

Anm.

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid iſt offenbar. Der Vortheil unvergleichlich. Der Grund liegt in der Verhältniß der Zahlen/ und zwar in der Proportions-Regul §. 251. oder regul de tri. Z. E. der Schluß bey Thlr und Kfl. gehet im erſten Fall alſo: wie ſich verhält 2 u. 3. alſo auch die bekannte Zahl der Thlr. mit der unbekannten Zahl der Kfl. hingegen im andern Fall: wie 3 u 2. alſo auch die bekannte Zahl der Kfl. und die unbekannte Zahl der Thlr. das ſtehet nach der regul de tri alſo.

1. 2 --- 3 ---- 100 Thl.? 2. 3 - 2 -- 100 Kfl.?

1 | 3   2 | 2
300 | 150 Kfl. 300   200 | $66\frac{2}{3}$ 200
222 | 33 | thl.

2. Aus dieſem Grunde iſt alles offenbar/ſonderlich erkennt ein jeder von ſelbſt/ warům man im erſten Fall den Nenner und im andern den Zähler zum andern Satz mache. denn im erſten Fall muß der vierte Satz nothwendig gröſſer ſeyn als der dritte / und im andern nothwendig kleiner (§. 88). Folglich muß auch im erſten Fall der Nenner/und im andern der Zähler im andern Satz ſtehen/ denn jener iſt hier nothwendig gröſſer als dieſer. (litt. a. n. 1.). Sonſt entſtünde eine verkehrte proportion.

3. Wenn einer die im andern Buch befindliche reductions-Rechnung erſt inne hat: ſo nimmt er an ſtatt des Zählers und Nenners die beyden gantzen Zahlen an/ darinn ſich 2 Sorten vergleichen. Z. E. 2 Thlr. machen 3 Kfl. Er muß ſich aber wohl vorſehen / daß er die Zahl der Sorte zum andern Satz annehme / die im vierten kommen ſoll. ſt. a. 2 Thlr. geben 3 Kfl. was 100 Thlr.? it. 3 Kfl. - 2 Thl. was 100 Kfl.? ſo iſts auch klar.

4. Wenn man ſolche gemeinſchaftliche Theile nicht haben kann/ deren Anzahlen ſich gegen einander aufheben laſſen: ſo geht auch dieſer Vortheil nicht an. Z. E. Kfl. u. Mfl.

IV. Vierter Vortheil. Bey ſolchen Gantzen

und

und ungraden Theilen / da der Reſt / welcher von der Anzahl der gemeinſchaftlichen graden Theile / die das Gantze ausmachen / übrig bleibt / wenn man die Anzahl der Theile die den ungraden Theil ausmachen ſo oft davon nimmt / als müglich iſt / ein NB. grader Theil iſt von der Sorte in welche man die andere verwandeln will. Z. E. bey Thlr. u. Kfl. wenn man 16 von 24 nimmt / ſo bleibt 8 / und 8 iſt ein grader Theil ſo wohl von 16 als 24.

1. Erſter Fall. Wenn die Anzahl der graden Theile eines ungraden Theils nur 1 mahl in der Anzahl der Theile des gantzen ſteckt. Z. E. 16 gl. ſteckt in 24 gl. nur 1 mahl.

a. Einrichtung.

1. Suche den Reſt oder / welches in dieſem Fall einerley iſt / die differentz unter beyden Anzahlen (nach §. 235). Z. E. bey Thlr. und Kfl. iſt es 8 gl.

2. Dividire damit in die Anzahl der gemeinſchaftlichen graden Theile derjenigen Sorte / die du haben willt: ſo zeigt der quotient, der wie vielte Theil der Reſt oder die differentz von ſolcher Sorte ſey (§. 102. n. 7). Z. E. 8 gl. iſt $\frac{1}{2}$ aus 1 Kfl. und $\frac{1}{3}$ aus 1 Thlr.

Anm. Dis alles wird ein geübter in der geſchwindigkeit im Kopf ausmachen / ob es gleich hier weitläuftig ſcheint. was n. 2. verlanget wird / kann man auch nach n. 340. finden.

b. Operation.

1. Willtu nun NB. Gantze in ungrade Theile

le reſolviren: ſo dividire die gegebene Zahl (der Gantzen) mit dem litt. a. n. 2. gefundenen quotienten (a): und den nunmehrigen quotienten NB. addire zu der gegebenen Zahl: ſo haſtu die verlangten ungraden Theile.

Anm. 1. (a) d. i. ſuche eben den ſo vielten Theil von der gegebenen Zahl/ als der Reſt oder differentz von der verlangten Sorte iſt.

Anm. 2. Du darſſt bey der diviſion hier keinen Strich unter dem integro ziehen.

2. Willtu aber NB. ungrade Theile in gantze reduciren: ſo dividire die gegebene Zahl der Theile mit dem litt. a. n. 2. gefundenen quotienten: und den nunmehrigen quotienten NB. ſubtrahire von der gegebenen Zahl. ſo haſtu die verlangte Gantze.

3. Wenn bey der diviſion n. 1. u. 2. ein Reſt bleibt/ ſo ſind ſeine vniteten als ſolche Theile derjenigen Sorte anzuſehen/ die man NB ſucht/ als der diviſor (welches litt. a. n. 2 der quotient war) anzeiget. Daher ſetze ihn Bruchweiſe hin/ oder reſolvire ihn. Hiernach ſtehen folgende Ex. von Thlr. u. Kfl. da die differentz 8 $\frac{1}{3}$ von 1 Thl. und $\frac{1}{2}$ von 1 Kfl. iſt alſo.

100 Thl.	109 Thl.	100 Kfl.
2) 50	2) 54 $\frac{1}{2}$ Kfl. d. i. 8 gl.	3) 33 $\frac{1}{3}$ Thl. d. i. 8 gl.
150 Kfl.	163 Kfl. - 8 gl.	66 Thl - 16 gl.

Anm. Der Unterſcheid iſt klar. Der Vortheil iſt unvergleichlich: Man kann es meiſtens im Kopf ausmachen. Der Grund liegt wieder in der Verhältniß der Zahlen Z. E. bey 100 Thl. geht der Schluß alſo: 1 Thlr. iſt 1 mahl und noch halb 1 mahl ($\frac{1}{2}$) ſo viel/ als 1 Kfl. Folglich müſſen

100 Thlr. auch 1 mahl und noch halb 1 mahl ($\frac{1}{2}$) ſo viel Kfl. machen. d. i. 150 Kfl. hingegen bey 100 Kfl alſo: 1 Kfl. iſt $\frac{1}{3}$ weniger als 1 Thlr. Folglich müſſen 100 Kfl. auch $\frac{1}{3}$ hundert weniger Thlr. bringen. d. i. 66 Thlr. 16 gl. Und das findet man auf beſagte Weiſe.

II. Anderer Fall. Wenn die Anzahl der gemeinſchaftlichen Theile eines ungraden Theils mehr als 1 mahl in der Anzahl der gemeinſchaftlichen Theile eines gantzen ſteckt. Z. E. 1 Thl. d. i. 24 gl. ſtecken in 1 neuen Meißn. Schock d. i. 60 gl. 2 mahl u. 12 bleibt übrig. V. a.

a. Einrichtung.

1. Dividire die Anzahl des Gantzen durch die Anzahl des ungraden Theils. ſo zeigt der quotient wie oft jene in dieſer ſtecke/ und was der Reſt ſey. 24 in 60 fac. 2 und 12 ſind Reſt.

2. Mit dem Reſt (12) dividire in die Anzahl derjenigen Sorte, die du ſucheſt/ (es ſeyen die Gantze oder ungraden Theile): ſo zeigt der quotient, der wie vielte Theil er davon ſey. Z. E. 12 in 24 fac. 2. und in 60 fac. 5.

Anm. Das alles macht ein geübter auch im Augenblick im Kopf aus.

b. Operation.

1. Willtu nun Gantze. Z. E. 50 MSch. in ungrade Theile (in Thlr.) verwandeln: ſo 1. multiplicire jener ihre gegebene Zahl (50) mit dem litt. a. n. 1. gefundenen quotienten (2) macht 100: Hernach 2. dividire NB. eben dieſelbe mit dem litt a. n. 2. gefundenē quotienten (2) fac. 50. dieſen neuen quotienten und die vorige Summe

ad-

addire zuſammen/ ſo haſtu die verlangte Theile. ſt. a.

$$\begin{array}{r} 50 \text{ MSch.} \\ \hline 100 \\ 2)\ 25 \\ \hline 125 \text{ Thlr.} \end{array} (2$$

2. Wiltu aber ungrade Theile 100 Thlr. in Gantze (MSch.) reduciren: ſo 1. dividire die gegebene Zahl (100) mit dem litt. a. n. 2. gefundenen quotienten (5) ſind 20 und 2. dieſen neuen quotienten (20) multiplicire mit dem litt. a. n. 1. gefundenen quotienten (2) fac. 40. ſo haſtu die verlangte Gantze. ſt. a.

$$5)\begin{array}{r} 100 \text{ Thlr.} \\ \hline 20 \\ \hline 40 \text{ MSch.} \end{array} (2$$

3. Wenn n. 1. zuletzt bey der diviſion ein Reſt bleibt: ſo zeiget er Theile eines ſolchen ungraden Theils / dergleichen man ſucht/ an/ und zwar von ſolcher gröſſe/ als der diviſor andeutet. Daher ſetze ihn Bruchweiſe hin/ oder reſolvire ihn. Z. E. reſolvire 133 MSchock in Thlr. ſt. a.

$$\begin{array}{r} 133 \text{ MSch.} \\ \hline 266 \\ 2)\ 66\tfrac{1}{2} \text{ Thl. d. i. } 12 \text{ gl.} \\ \hline 332 \text{ Thl.} - 12 \text{ gl.} \end{array} (2$$

4. Wenn n. 2. zu anfangs bey der diviſion ein Reſt bleibt: ſo ſind ſeine vniteten auch als Theile (nicht von der gegebenen ſondern) geſuchten Sorte anzuſehen/ und zwar von der gröſſe/ als der diviſor anzeiget. Daher ſetze ihn Bruchweiſe hin/ oder reſolvire ihn. Es iſt aber dieſer Reſt hernach auch noch zu multipliciren. Iſt er nun reſolvirt/ ſo verfahre nach der multipl. in U. Sorten. Iſt er Bruchweiſe geſetzt/ ſo multiplicire

nur

nur den Zähler und laß den Nenner ungeändert (§ 323. n. 8.). Z. E. reducire 681 Thl. in MSch. ſt. a.

$$5)\frac{681 \text{ Thlr.}}{136\tfrac{1}{5} \text{ MSch.}} \quad \text{oder } \frac{681 \text{ Thl.}}{136\tfrac{1}{5} \text{ MSch d. i. 12gl.}}$$

$$\frac{\;}{272\tfrac{2}{5} \text{ MSch.}}(2 \qquad \frac{\;}{272 \text{ MSch. - 24gl.}}(2$$

d i. 24 gl oder 1 Thl. oder 1 Thl.

Anm. Ein jeder ſiehet es ſey beſſer / den Bruch zu erſt nur Bruchweiſe zu behalten.

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid und Vortheil vor der gemeinen auch vortheilhaften Art der erſten Quelle iſt offenbar. Ob gleich die Regel anfangs ſchwerer/ſo iſt doch die operation im huy geſchehen. Der Grund liegt wieder in der Verhältniß. Z. E. bey 50 MSch. iſt der Schluß dieſer 1 MSch. iſt 2 mahl und noch $\frac{1}{2}$ mahl ſo viel / als 1 Thlr Folglich müſſen 50. MSch. auch 2 u. $\frac{1}{2}$ mahl ſo viel Thlr. bringen d. i. 125 Thlr. Hingegen bey 100 Thl. alſo 1 Thl. iſt nur $\frac{2}{5}$ aus 1 MSch. Folglich bekommt man aus 100 Thlr. auch nur $\frac{2}{5}$ d. i. 40 Thlr. und daraus fließt dieſe operation. daß aber das übrige / ſonderlich mit dem Reſt ſeine Richtigkeit habe/ wird man ſehen/wenn man eben die Ex. nach gemeiner Art / oder den Vortheilen der erſten Quelle macht.

2. In dem erſten Fall dieſes Vten Vortheils n. I. liegt eben dieſe operation zum Grunde / weil aber da die Anzahl eines ungraden Theils nur 1 mahl in der Anzahl des ganzen ſteckt : ſo bleibt die multiplication da weg/ (denn 1 multiplicirt nicht) / und man kann noch kürtzer zukommen. Daher ſind dieſe beyden Fälle mit Fleiß in 2 Regeln gebracht. Wer ſichs lieber will in eins faſſen : dem wird es nun nicht ſchweer fallen.

3. Wo der Reſt kein grader Theil derjenigen Sorte iſt/ die man verlangt, ſo gehen dieſe Vortheile nicht an.

§. 506. Ex. zur Ubung.

1. 6543 Mfl. ſind 5725 Thlr. 3 gl.
2. 3456 Thlr. ſind 3949 Mfl. 15 gl.
3. 397 Mfl. ſind 347 Thlr. 9 gl.
4. 856 Kfl. machen 1284 Kfl.
5. 856 Kfl. ſind 770 Thlr. 16 gl.
6. 150 MSchock machen 375 Thlr.
7. 150 Thlr. machen 60 MSchock.
8. 360 MSchock - 900 Thlr.

Anm. Man laſſe ein jedes Ex. hinter einander nach allen Vortheilen durchmachen/ die angehen wollen.

Andere Aufgabe nach §. 164.

§. 507. Darein wird man ſich nun ſelbſt ohne fernere Anweiſung hoffendlich ſelbſt finden können/ man mag für einen Vortheil aus der erſten Aufgabe erwählen/ welchen man will. Man verſuche es mit den §. 164. u. 165. hieher gehörigen Exempeln.

Der andern Section Anderes Capittel.

Von den Vortheilen der ADDITION.

Erſte Aufgabe.

§. 508. Aenliche Sätze u. Sorten zuſammen zu addiren/ (nach §. 170 u. 172).

Erſte Quelle.

I. Erſter Vortheil. Addire die Zahlen einer jeden Sorte vor ſich vortheilhaftig zuſammen/ (nach §. 458).

II. An-

II. Anderer Vortheil. Die Summen der kleinern Sorten reducire vortheilhaftig in ihre Gantze (nach §. 503.).

Anm. Hiernach laſſe man einige Ex. zur Ub. aus §. 170. bis 173. ausarbeiten. es iſt alles leicht und klar.

Andere Quelle.

III. Dritter Vortheil. Der beſteht überhaupt darinn/ daß man NB. die kleinern Sorten in währender operation gleich auf eine leichte Art reducirt.

1. Erſter Fall. Wenn eben nicht allzu viele und groſſe Poſten vorhanden ſind. V a. 1. addire die vorhandenen vniteten der kleinern Sorten (nach §. 458.) vortheilhaftig zuſammen bis du ſo viel zuſammen haſt/ als zu 1 gantzen gehört: 2. hebe wieder von 1 an und ſo oft du ſo viel zuſammen haſt / als zu einem gantzen gehören/ ſchlage einen Finger an der lincken Hand nieder. 3. Wenn du zu Ende biſt und haſt zuletzt weniger vniteten / als ein gantzes erfodert / ſo ſetze ſie unter die Linie/ und 4. ſo viel Finger du niedergeſchlagen haſt/ ſo viel gantze rechne zur folgenden Sorte oder columne.

Anm. Ein jeder ſieht/ daß dis am füglichſten practicable ſey/ wo in einer columne nicht mehr/ als 2 oder höchſtens 3 Grad ſtehen/ und mehr ſind auch ſelten da. Z. E. gl. können nicht über 23/ Pf. nicht über 11/ Loth nicht über 31. lb nicht über 109 gegeben werden etc. (§ 152. n. 2.). Andere machen an ſtatt/ daß ſie die Finger niederſchlagen / ſo viel Puncte auf einen Nagel am Finger/ oder ſonſt wohin.

2. Anderer Fall. Wenn viele und groſſe

Poſten gegeben werden. V. a. 1. Nimm eine gewiſſe Summe von der vorhabenden Sorte an, deren facit dir wohl bekannt iſt. Z. E. du ſollteſt gl. addiren: ſo nimm 96 an, die machen 4 Thlr. oder Pf. ſo nimm 48 oder 96. jene ſind 4 gl. dieſe 8 gl. 2. Addire nun (nach §. 488) und 3. ſo oft du im addiren ſo viel vniteten zuſammen haſt, als die angenommene Zahl ausmacht, ſchlage einen Finger an der lincken Hand nieder. 4. Wenn du zu Ende biſt, und haſt zuletzt eine kleinere Summe übrig als die angenommene Zahl iſt, ſo reducire ſie, wie ſonſt: was kein gantzes macht, ſetze unter die Linie, die daraus entſtehende Gantze aber behalt im Sinn. 5. Zähle die niedergeſchlagenen Finger nach, und ihre Anzahl multiplicire mit dem bekannten facit der angenommenen Zahl. Z. E. du hätteſt gl. addirt, und 6 Finger niedergeſchlagen, ſo multiplicire 6 mit 4 iſt 24 Thlr. 6. Zu der Summe addire noch die n. 4. im Sinn behaltene Gantze, und ſchlage alles zur folgenden columne.

Anm. 1. Der Unterſcheid und Grund iſt in beyden Fällen augenſcheinlich. Der Vortheil iſt auch nicht geringe: Sonderlich für ſolche, welche bey groſſen Verkehrungen die weitläuftigen latera der Einnahme und Ausgabe zuſammen addiren müſſen.

Anm. 2. Exempel herzuſetzen achte für unnöthig. Die Sache iſt an ſich leicht zu begreiffen. Man kann zur Ubung aus dem erſten Theil ſo viel nehmen, oder ſich ſelbſt machen, als man nöthig erachtet.

Zu-

Zuſatz.

§. 509. Es iſt in vielen Fällen nöthig und vortheilhaftig/ daß man in den kleinern Sorten wieder abziehet/ was man in den gröſſern zu viel hat/ und das drückt man durch weniger (minus) aus und bezeichnet es mit ÷ Z. E. Einer wägt eine quantität Waaren mit Centnern: ſetze es machte nicht 6 volle C. aus. ſo legt er bey der Waare noch ſo viel lb./ als noch an 6 C. fehlen: nun ſetze es wären 18 lb. ſo ſtünde es alſo: 6 C. ÷ 18 lb. Wenn nun dergleichen geſchiehet/ oder auch nächſtdem noch andere Poſten zugleich gegeben werden/ da die kleinern Sorten / wie es ordinair iſt/ anzeigen/ was über die groſſen Sorten vorhanden iſt: ſo verfahre auf folgende Weiſe.

1. Schreibe eine Poſt unter der andern hin/ wie ſonſt. und zwar/ wo die kleinen Sorten andeuten/ was über die gröſſern Sorten da iſt/ das ſetze ſie gleich hinter die gröſten an: wo ſie aber den Abzug (defect) andeuten/ da ſchreibe ſie zur rechten hinten aus / und ſetze das Zeichen ÷ davor.

Anm. Das erſte ſetzt man ordinair ohne Zeichen / manche machen aber in dieſem Fall wohl + davor. In der Algebra ſchreibet man beydes unter einander und unterſcheidet alles durch die Zeichen + u. ÷.

2. Addire die ordinairen columnen zuſammen/ nach gemeiner oder vortheilhaften Art.

3. Addire eben ſo auch zuſammen/ was ÷ iſt.

4. Subtrahire dieſe Summe von der vorigen/ ſo iſt der Reſt die rechte additions-Summe.

Hiernach ſtehet folgendes Ex. alſo:

	8 C.	83 lb.	12 L.	
	9 C.	—	—	÷ 12 lb. 16 L.
	3 C.	14 lb.	—	
	6 C.	—	—	÷ 20 lb. —
	5 C.	—	—	÷ 15 lb. 16 L.
	31 C.	97 lb.	12 L.	48 lb. - L.
Subtr.	- -	48 -	- -	
Sã.	31 C.	49 lb.	12 L.	

Anm. 1. Der **Vortheil** dabey iſt/daß man den defect nicht in jeder Special-Poſt abziehen und die poſitive quantität ausdrucken darf. denn eigentlich würde man Z. E. 6 C. — 18 lb. 16 L. durch die ſubtraction in U. Sorten alſo einrichten/ 8 lb. u. 16 L. von 6 C. bleiben 5 C. 92 lb. 16 L. an ſtatt deſſen ſchreibt man lieber den defect ſelbſt hin. und ſubtrahirt hernach alle defecte mit einmahl von der gantzen Sum̃e.

Anm. 2. Man kann ſich dergleichen Ex. nach allen Claſſen der U. Sorten ſelbſt formiren und hiernach ausarbeiten.

Andere Aufgabe.

§. 510. **Unähnliche Sätze U. Sorten zu addiren.**

I. **Erſter Fall.** Wenn die höchſten Sorten gantze und grade Theile ſind (§. 174). Weil die Haupt-Sache dabey auf die reſolution und reduction gantzer und grader Theile ankom̃t (ibid. n. 1.): ſo bediene dich der darinn gezeigten Vortheile/ (§. 500. ſq. u. 503. ſq.).

II. **Anderer Fall.** Wenn die höchſten Sorten gantze und ungrade Theile ſind (§. 176.) Die Haupt-Sache beſteht in der reſolution und re-

reduction gantzer und ungrader Theile (ibid. n. 1.). Folglich bediene dich der darinn (§ 505.) gezeigten Vortheile ſo wohl der erſten als andern Quelle. Das meiſte iſt leicht: jedoch mögte bey dem dritten und vierten Vortheil noch folgende Anweiſung nöthig ſeyn. Z. E. 1. addire 100 Kfl. u. 100 Thl. it. 50 Meißl. Schock und 100 Thl.

1. Nach dem dritten Vortheil §. 505. n. III.

100 Thl. (3	100 Kfl. (2
2) 300	3) 200
150 Kfl.	$66\frac{2}{3}$ Thl.
add. 100 Kfl.	add. 100 Thl.
250 Kfl.	$166\frac{2}{3}$ Thl.
50 MSch. (5	100 Thl. (2
2) 250	5) 200
125 Thl.	40 MSch.
add. 100 Thl.	add. 50 MSch.
225 Thl.	90 MSch.

2. Nach dem vierten Vortheil. §. 505. n IV. n. I. II.

100 Thl.	100 Kfl.
2) 50	3) $33\frac{1}{3}$ (2 Thlr.
add. 100 Kfl.	$66\frac{2}{3}$
250 Kfl.	100 Thl.
	$166\frac{2}{3}$

50 MSch. (2	5) 100 Thlr.
100	20
2) 25	40 MSch. (2
add. 100 Thl.	add. 50 MSch.
225 Thl.	90 MSch.

Anm. 1. Der **Unterſcheid** und **Vortheil** leuchtet einem jeden in die Augen. Der **Grund** iſt auch klar/ wenn man nur beobachtet/ daß ein jeder Satz in diejenige Sorte richtig reducirt oder reſolvirt wird / die man von beyden in der Summe verlangt/ und daß die gegebene Anzahl der verlangten Sorte dazu addirt wird.

Anm. 2. Ex zur Ubung nehme man aus §. 175 u. 177.

Der andern Section

Drittes Capittel.

Von den Vortheilen der SUBTRACTION in U. Sorten.

Erſte Aufgabe.

§. 511. Aehnliche Sätze U. Sorten von einander zu ſubtrahiren (§. 184. 185.). Hierinn hat und bedarf man keinen Vortheil. die gemeine Art ſelbſt iſt natürlich/leicht und compendieus. doch mercke noch dieſes: wenn etwa die kleinern Sorten des integri oder ſubtrahendi, oder aller beyder den defect der gröſſern andeuten/wie §. 509. ſo iſt wohl der beſte Rath / daß man den Satz vorher ſelbſt einrichte/d. i. daß man den defect abziehe/ u. das/ was wircklich vorhanden ſeyn ſoll/hinſetze/und dann nach obiger gemeinen Art operire: weil man ſonſt noch viele Regeln ohne ſonderbahren

ren Vortheil mercken muß. Z. E. du ſolteſt 2 Thl. ÷ 8 gl. von 4 Thlr. ✠ 16 gl. ſubtrahiren. ſo richteteſt du den erſten ein/ neml. 8 gl. von 2 Thl. bleiben 1 Thl. 16 gl. und das zůgeſtu von 4 Thl. 16 gl. ab nach gemeiner Art. und ſo auch in andern Fällen.

Wenn und weil aber doch manchem damit gedienet ſeyn mögte: ſo will ich die vornehmſten Fälle berühren/ aber an ſtatt einer völligen demonſtration der Kürtze wegen nur zur Probe dabey ſetzen/ daß es richtig ſey/ wenn man es nach voriger Art macht. Nemlich

1. Setze jede Sorte unter ihres gleichen und bemercke/ was plus ✠ oder minus ÷ ſey.

2. Wenn oben allein ÷ iſt: ſo addire beydes zuſammen/ und ſubtrahire die Summe/ wie ſonſt. Z. E.

4. Thl.	÷ 8 gl.		3 Thl. - 16 gl.	it. 4. Thl.	÷ 8 gl.
2 -	✠ 12 -	ſonſt	2 Thl. 12 gl.	2 -	✠ 6 gl.
	20 gl.		1 Thl. 4 gl.		14 gl.
1 Thl.	4 gl.			1 Thl.	10 gl.

Anm. Der Grund iſt. Es muß auch das Oberſte als ein defect von der gröſſern Sorte ſubtrahirt werden. In der algebra läßt man die Summe ſtehen/ und ſetzt das Zeichen ÷ davor. hieſſe hier an ſtatt 1 Thl. 4 gl. 2 Thl. ÷ 20 gl. welches endlich auf eins hinaus läufft.

3. Wenn unten allein ÷ iſt: ſo addire beydes zuſammen/ und ſetze es zum Reſt. ſubtrahire die übrigen Sorten/ wie ſonſt. Z. E.

4 Thl + 8 gl.	4 Thl. 8 gl. it.	4 Thl. + 8 gl.
2 Thl ÷ 6 gl. ſonſt	1 Thl. 18 gl.	2 Thl. ÷ 12 gl.
2 Thl. 14 gl.	2 Thl. 14 gl.	2 Thl. 20 gl.

Anm. Der **Grund** iſt. Wenn du den untern Satz einrichten wollteſt / ſo müſteſtu den defect von der gröſſern Sorte ſubtrahiren / und den Reſt an deſſelben Stelle ſchreiben / in der gröſſern Sorte käme aber eine vnitet weniger. Z. E. an ſtatt 2 Thl. ÷ 6 gl. kömmt 1 Thl. 18 gl. ſubtrahirteſtu nun den vorigen Reſt (18) ſo kommt oben in der gröſten Sorte auch 1 weniger und der vorige defect (6) iſt wieder der Reſt / und den addireſtu mit dem obigen. Nun aber addirſtu gleich beydes zuſammen / und die gröſſern Sorten bleiben beyde ungeändert / alſo hebt ſich eins gegen das andere auf.

4. Wenn **unten** und **oben** zugleich ÷ iſt: ſo ſubtrahire die **kleinſte** von der **gröſten** Zahl / ſie mag **unten** oder **oben** ſtehen / den Reſt ſetze unter die Linie / und im **erſten** Fall das Zeichen ÷ im **andern** aber + davor. Z. E.

	4 Thl. ÷ 8 gl.	3 Thl. 16 gl.
	2 Thl. ÷ 6 gl. ſonſt	1 Thl. 18 gl.
	2 Thl. ÷ 2 gl.	1 Thl. 22 gl.
it.	4 Thl. ÷ 6 gl.	3 Thl. 18 gl.
	2 Thl. ÷ 8 gl. ſonſt	1 Thl. 16 gl.
	2 Thl. + 2 gl.	2 Thl. 2 gl.

Anm. 1. Den **Grund** wird man nun hoffendlich von ſelbſt einſehen können. Wiltu im erſten Fall im Reſt nicht ÷ behalten ſo richte ihn ein. ſo wird aus 2 Thl. ÷ 2 gl. auch 1 Thl. 22 gl.

Anm. 2. Ex. zur Ubung kann man ſich ſelbſt erwählen / oder aus den Ex. §. 187. ſelbſt machen / wenn man die Anzahl der gröſſern Sorten üm eine vnitet vermehrt / und was an den vniteten der kleinern fehlt / ehe ſie ein gantzes machen durch ÷ anzeiget Z. E. §. 187. wird aus 52 Thl. 16 gl. nun 53 Thl. ÷ 8 gl.

An-

Andere Aufgabe.

§. 512. Unähnliche Sätze U. Sorten von einander zu ſubtrahiren.

I. Erſter Fall. Da die höchſten Sorten gantze und grade Theile ſind nach §. 188.: brauche die Vortheile der reſolution und reduction gantzer und grader Theile nach §. 500. u. 503. wie in der addition §. 510 n. I.

II. Anderer Fall. Wo die höchſten Sorten gantze und ungrade Theile ſind nach §. 190. Brauche die Vortheile der reduction und reſolution gantzer und ungrader Theile nach §. 505. wie in der addition §. 510. n. II. Z. E. ſubtrahire 100 Kfl. von 100 Thl. wie viel bleibt an Thl. oder Kfl. übrig?

1. Nach dem **dritten Vortheil** §. 505. n. III.

1. 100 Kfl. (2 — 100 Thl.
200 — ſubtr. 66 Thl. 16 gl.
3) 66 thl. 16 gl. — Reſt 33 Thl. - 8 gl.

2. 100 Thl. 3 — 150 Kfl.
300 — ſubtr. 100 Kfl.
2) 150 Kfl. — Reſt 50 Kfl.

2. Nach dem **vierten Vortheil** § 505. n. IV.

1. 100 Kfl. — 100 Thl. 2. 100 Thl. — 150 Kfl.
3) $33\frac{1}{3}$ — ſubt. $66\frac{2}{3}$ Thl — 2) 50 — ſubtr. 100 Kfl.
$66\frac{2}{3}$ (2 — Reſt $33\frac{1}{3}$ Thl. — 150 Kfl. Reſt 50 Kfl.

Anm. 1. Der Unterſcheid/ Vortheil und Grund iſt klar.

Anm. 2. Man könnte auch in dem Fall/ da das integrum reſolvirt oder reducirt wird/ den ſubtrahendum gleich un-

ten

ten an die reſolvirte Summe dran ſetzen. Z. E. ſubtrahire 100 Kfl. von 100 Thlr. was bleibt an Kfl. ſt. a.

100 Thlr.
2) 50

150 Kfl.
ſubtr. 100 Kfl.

Reſt. 50 Kfl.

Anm. 3. Wenn die differentz der Anzahlen der gemeinſchaftlichen Theile ein grader Theil von der Sorte iſt/ die man verlanget: ſo haben einige dieſe methode. 1. Sie ſubtrahiren den gegebenen ſubtrahendum von dem gegebenen integro. 2. Wenn die NB. gröſte Sorte oder gantze (Z. E. Thl.) im Reſt verlanget wird: ſo dividiren ſie mit der Verhältniß der differentz gegen 1 gantzes (3) die NB. gegebene Zahl der ungraden Theile: den quotienten ſetzen ſie unter dem Reſt und NB. addiren ihn dazu/ wenn die gantze im integro ſind/ und NB. ſubtrahiren ihn/ wenn ſie im ſubtrahendo ſind. 2. Wenn die kleinſte Sorte oder ungrade Theile (Z. E. Kfl.) im Reſt verlanget werden: ſo dividiren ſie mit der Verhältniß der differentz gegen einen ungraden Theil (2) in die NB. gegebene Zahl der gantze: den quotienten ſetzen ſie unter den Reſt/ und NB. addiren ihn dazu/ wenn die ungraden Theile im ſubtrahendo ſtehen/ und NB. ſubtrahiren ihn/ wenn ſie im integro ſtehen. Z. E.

1. 160 Thl.	160 Kfl.	2. 160 Thl.	160 Kfl.
100 Kfl.	100 Thl.	100 Kfl.	100 Th.
Reſt. 60	60	Reſt. 60	Reſt. 60
$33\frac{1}{3}$ add.	3) $53\frac{1}{3}$ ſubtr.	2) 80 add.	2) 50 ſubtr.
Reſt. $93\frac{1}{3}$ th.	Reſt. $6\frac{2}{3}$ Thl.	140 Kfl.	Reſt. 10 Kfl.

Habelius hat in der practiſchen ſubtraction p. m. 128. dieſen Vortheil allein berührt/ doch nicht vollſtändig. hier findet man alle mögliche Fälle deutlich beyſammen. Den Grund wird man hoffentlich ſelbſt einſehen. Kürtze wegen übergehen wir ihn.

Anm. Exempel zur Ubung ſuche man aus §. 188. ſeqq.

Der

Der andern Section, Viertes Capittel. Von den Vortheilen der Multiplication in U. Sorten.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 513. Damit man ſich hier in den Vortheilen nicht confundire und ſie deſto beſſer behalten könne: ſo mercke man überhaupt folgende Puncte. Einige Vorerinnerungen.

1. Man ſucht die Vortheile entweder in dem gegebenen multiplicante oder multiplicando, nachdem ſichs ſchickt/ oder es einem einfällt.

2. Wenn im multiplicando U. Sorten ſtehen: ſo nimmt man jede Sorte a part vor/ als wenn man ſo viel beſondere Ex. hätte/als Sorten gegeben ſind.

3. Bey den kleinern Sorten hat man einen beſondern Haupt-griff/daß man ſie/ wie man es nennt/ auf ihre Gantze d.i. auf die nächſt-vorhergehende Sorte ihres Satzes zerfället.

4. Die Vortheile des andern Quells gehen hauptſächlich dahin/ daß man die Summen kleinerer Sorten in währender operation mit leichter Mühe reduciren möge.

Anm. Alles wird ſich hernach von ſelbſt auffklären/es iſt aber gut/ daß man auf dieſe Puncte beſonders mercke.

§. 514. Was den dritten Punct/ nemlich die Zerfällung kleinerer Sorten/ betrift; ſo ſteckt darinn ein groſſer Wie man kleinere Sorten zerfälle?

Vor-

Vortheil / und hat man ſich daher einmahl für allemahl einen allgemeinen Begriff davon zu machen. Und zu ſolchem Ende mercke man ſich ſtatt einer Vor-Aufgabe folgenden ſehr nützlichen Unterricht.

I. Eine kleinere Sorte auf eine gröſſere zerfällen heißt eigentlich / eine gegebene Anzahl der kleinern Sorte / die kein gantzes (der gröſſern Sorte) erreichet / auch NB. kein grader Theil davon iſt / nach der addition in lauter Zahlen zerfällen / die ein NB. grader Theil von einem Gantzen ſind. Z. E. 9 gl. zerfälle in 6 u. 3. Jedoch wird es zugleich auch mit dahin gezogen / wenn man ſuchet und anmercket / der wie vielte Theil / ein ſolcher grader Theil von einem gantzen ſey. Z. E. 6 gl. ſey $\frac{1}{4}$ von 1 Thlr.

II. Zu ſolchem Ende nun muß man ſich vor allen Dingen bey einer jeden Sorte wohl bekannt machen.

1. Welche Anzahlen derſelben ein grader Theil von 1 gantzen ſind: und das findet man / wenn man damit in die volle Anzahl (der vniteten / die zu einem Gantzen gehören /) ohne Reſt dividiren kann (§. 227.). Z. E. bey gl. ſind ſolche Anzahlen 1. 2. 3. 4. 6. 8. 12.

2. Welche Anzahlen ungrade Theile ſind: und das findet man / wenn man damit in die volle Anzahl nicht ohne Reſt dividiren kann. §. 227. Z. E. bey gl. ſind ſolche Anzahlen / 5. 7. 9. 10. 11. und alles was über die hälfte iſt / von 13-23.

3. Der

3. Der wie vielte Theil ein jeder grader Theil (n. 1.) von einem gantzen ſey/ und das zeiget der quotient an / wenn man mit der Anzahl in die volle Anzahl dividirt (§. 102. n. 7.) / und wird ordentlich Bruchweiſe angedeutet/ alſo/ daß der quotient der Nenner und der Zähler 1 iſt. Z. E. 1 gl. iſt $\frac{1}{24}$ Thl. eines Thalers. 2 gl. $\frac{1}{12}$. 3 gl. $\frac{1}{8}$. 4 gl. $\frac{1}{6}$. 6 gl. $\frac{1}{4}$. 8 gl. $\frac{1}{3}$. 12 gl. $\frac{1}{2}$.

Anm. 1. Die graden Theile ſind auch geſchickte Zahlen gegen die volle Anzahl/ die ungraden aber ungeſchickte (§. 232. verglichen mit §. 227.) und werden auch bisweilen alſo betitelt.

Anm. 2. Geübte operiren und behalten alles/ was hie erfodert wird/ im Kopf. Anfänger ſchreiben ſichs auf.

III Wenn man nun in dem eigentlichen Verſtande/ eine kleinere Sorte/ oder vielmehr eine ungeſchickte Anzahl einer kleinern Sorte/ d. i. die kein grader Theil von einem Gantzen iſt/ zerfällen ſoll: ſo zerfällt man ſie nach der addition §. 476. in lauter geſchickte Zahlen/ d. i. in ſolche Zahlen/ die ein grader Theil von einem gantzen ſind. Z. E. 9 gl. in 6 u. 3. 16 gl. in 12 u. 4 etc.

Anmerckungen.

1. Anfänger ſchreiben ſich nicht allein die Zahlen auf/ in welche, die ungeſchickte Zahl zerfällt wird/ wie ſonſt (§. 476.)/ ſondern ſetzen auch dabey/ der wie vielte Theil eine jede ſey: Z. E.

9 gl.	16 gl.	20 gl.
6 $\frac{1}{4}$	12 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$
3 $\frac{1}{8}$	4 $\frac{1}{6}$	8 $\frac{1}{3}$

2. Geübte behalten alles im Kopf/ oder ſchreiben aufs höchſte nicht mehr/ als das erſte auf. Z. E.

9 gl.

9 gl.	16 gl.	20 gl.
6	12	12
3	4	8

3. Man zerfällt ſie am liebſten in lauter ſolche geſchickte Zahlen / da die folgende allemahl entweder der vorhergehenden gleich/ oder doch ein grader Theil von ihr iſt/ denn das gibt kleinere quotienten: und in ſolchem Fall bemercket man dabey/ der wie vielte Theil ſie nicht von einem gantzen/ ſondern von der vorhergehenden iſt. Z. E.

16 gl.	oder	16 gl.	it.	18 gl.
8		$12\frac{1}{2}$		$12\frac{1}{2}$
8		$4\frac{1}{3}$		$6\frac{1}{2}$

4. Man nimmt gerne die gröſten Zahlen an/ die man haben kann: denn 1. das gibt kleinere quotienten und 2. weniger Zerfällungs-Zahlen: und beydes iſt in der operation hernach vortheilhaftig. Und daher nimmt man überhaupt in allen Anzahlen/ die über die hälfte ſind/ die hälfte ſelbſt zu erſt an. Z. E.

9 gl.	ſtatt. 9.	10 gl.	ſt. 10.	16 gl.	ſt. 16.	20 gl.	ſt. 20
6	4	6	4	12	6	12	6
3	3	4	3	4	6	8	6
	2		2		4		4
			1				2

5. Oftmahls zerfällt man eine Anzahl nicht auf 1 gantzes/ ſondern auf mehrere Z. E. 8 gl. oder 16 gl. auf 2 Thl. Es iſt aber leicht. denn a. iſt es ein grader Theil/ ſo darf man nur ſuchen/ der wie vielte Theil es von NB. einem gantzen ſey (nach n. II. n. 3.) und den quotienten mit der Zahl der gantze/ darauf man ſie zerfällen ſoll/ multipliciren. Z. E. 8 gl. iſt aus 1 Thlr. $\frac{1}{3}$ u. folglich aus 2 Thlr. $\frac{1}{6}$. denn 2 mahl 3 iſt 6.
b. Iſt es ein ungrader Theil: ſo zerfälle ihn wie n. III. in lauter grade Theile / nur daß du die Verhältniß einer jeden Zahl nicht auf ein ſondern mehrere gantze richteſt/ wie jetzo litt. a. gezeiget iſt.

6. Hiez

6. Bisweilen zerfällt man eine kleinere Sorte auch auf eine **mittelbar vorhergehende** grössere. Z. E. 6 Pf. auf 1 Thlr. dabey mercke man ſich folgende Regel 1. man ſuche, der wie vielte Theil die Zahl von der **nächſt vorhergehenden** ſey. Z E 6 Pf. iſt $\frac{1}{2}$ gl 2. mit dem quotienten multiplicire die volle Anzahl der nächſt vorhergehenden Sorte, die zu einem gantzen der mittelbar vorhergehenden gehört Z. E. 2 mahl 24 iſt 48. 3. Die Summe zeiget der wie vielte Theil ſie von der verlangten Sorte ſey. Alſo iſt 6 Pf. $\frac{1}{48}$ eines Thalers So auch 3 Pf iſt $\frac{1}{96}$ Thlr. 4 Pf iſt $\frac{1}{72}$ Thlr. u. ſ f. Es iſt aber ſelten dabey ein beſonderer Vortheil.

7. Im **Anhange** dieſes Buchs n. 10 wird man eine Tabelle von der Zerfällung der vornehmſten Sorten finden, welche aus dieſem **Unterricht** gefloſſen iſt und ihn erläutern wird. Man halte ſie einmahl mit bedacht dagegen: ſo wird man nicht nöthig haben, dergleichen Tabellen zu memoriren oder immer vor ſich zu legen, ſondern ſelbſt eine jede Anzahl (auch in **andern Sorten**) ſo gut zu zerfällen, als es müglich iſt.

II. Aufgaben.

Erſte Aufgabe. §. 194.

§. 515. Wo nur eine kleinere Sorte gegeben wird. etc.

Erſte Quelle.

1. **Erſter Vortheil.** Multiplicire die gegebenen Zahlen practiſch, (nach §. 477. ſq.), ſo daß du diejenige zum multiplicante annehmeſt, welche die beſten Vortheile zuläſſet. 2. Die Summe reducire practiſch (nach §. 503.). Z. E.

18 gl. mit 12.		18 gl. mit 12	
54	3	3	36
216 gl	4	6	216 gl.
4) 54	oder		4) 54
6) 9 Thlr.			6) 9 Thlr.

Anm

Anm. 1. Der Unterſcheid und Vortheil iſt klar. der Grund iſt: es geſchicht alles / was in gemeiner Art geſchehen / nur auf practiſche Art. (§. 194.).

Anm. 2. Zur Ub. nehme man (§. 195.) durch und laſſe auch die übrigen Vortheile der multiplication und reduction anbringen / nachdem es die Exempel leiden wollen.

Andere Quelle.

a. Da der Vortheil aus dem multiplicante flieſſet.

II. **Anderer Vortheil.** Wo der gegebene multiplicans eine Zahl iſt / deren facit uns (nach §. 499.) bekannt iſt / wenn man ſie / als vniteten der gegebenen Sorte des multiplicandi anſiehet. Z. E. 6 gl. mit 96. V. a.

1. Setze das bekañte facit der 96 gl. hin. 4 Thlr.

2. Multiplicire es mit dem gegebenen multiplicando (6): ſo haſtu die verlangte Summe. 24 Thlr. ſt. a.

6 gl. mit 96	it. 8 Pf. mit 96	4 Pf. mit 48
4 Thlr.	8 gl.	4 gl.
24 Thlr.	64 gl.	16 gl.

Anm. Der Unterſcheid / Vortheil und Grund iſt augenſcheinlich. Das beſte iſt faſt / daß man es meiſtentheils ohne eine Ziffer zu ſchreiben im Kopf ausmachen kann. Daher erwählt man dieſen Vortheil auch gerne / wenn im multiplicando eine einzele Zahl oder gar nur 1 iſt.

III. **Drittel Vortheil.** Wenn dir das facit der Anzahl des multiplicantis nicht bekannt iſt / wie n. II. ſo zerfälle ſie nach der addition entweder 1. in lauter ſolche Zahlen / deren facit dir bekañt iſt (nach §. 466.): ſuche einer jeden ihr facit im Kopf wie

wie n. II. ſetze es unter einander hin / und addire es endlich zuſammen / oder noch beſſer 2 in ſolche / da dir der erſten facit bekannt iſt / und die übrigen mit ihr in gewiſſer Verhältniß ſtehen (nach §. 467.). ſuche der erſten facit, wie n. II. und der übrigen ſuche aus dieſer ihrem / wie ſonſt Z. E. du wüſteſt 300 gl. ſey 12 Thlr. 12 gl. ſo ſtünde folgendes Ex. alſo:

1. 2 gl. mit	924		2 gl. mit	924
25 Thlr. -	300		25 Thlr. -	300
25 - -	300	oder	50 - -	600 (2
25 - -	300		2 - -	24
2 - -	24		77 Thlr.	
77 Thlr.				

Anm. 1. Unterſcheid / Vortheil und Grund iſt aus n. II. klar. Man kann auch das meiſte im Kopf ausmachen.

Anm. 2. Wenn der multiplicandus 1 iſt: ſo läßt man ihn gar fahren / und reducirt den multiplicantem gantz / wie §. 503. n. II.

IV. Vierter Vortheil / wenn ſich der multiplicans füglich nach der multiplication in 2 Zahlen zerfällen läſſet. V. a. multiplicire mit den Zerfällungs Zahlen / wie ſonſt (§. 483 ſq.) und einer jeden ihre Summe reducire alſofort im Kopf. Z. E.

16 gl. mit	24.	it. 12 gl. mit	49.	it. 8 Pf. mit	48
2 thl. - -	3	3 thl. - -	6	4 gl. - -	6
16 thl. - gl.	8	24 thl.	8	1 thl 8 gl. -	8

Anm. 1. Der Unterſcheid von der Zerfällung bey n. I. iſt hier / daß man eine jede Summe a part reducirt. Der Vortheil und Grund iſt klar.

Anm. 2. Die Zerfällung in mehr als 2 Zahlen hat nicht ſo groſſen Vortheil: doch kann ſie auch ihre Dienſte thun.

Anm. 3. Den multiplicantem nach der addition in an ſich bequeeme Zahlen zu zerfällen (nach §. 483.) / hat hier ſelten einen Vortheil / weil die reduction zu ſchweer wird (§. 474.): wo es nicht ſolche Zahlen ſind als n. III. erfodert werden.

b. Da der Vortheil aus dem multiplicando flieſſet.

V. Fünfter Vortheil. Wenn die gegebene Anzahl der kleinern Sorte ein grader Theil iſt von 1 gantzen. Z. E. 8 gl. mit 96. V. a.

1. Dividire (geſchwinde im Kopf) mit der gegebenen Anzahl in die volle Anzahl eines gantzen. 8 in 24 3 mahl.

2. Mit dem quotienten (3) dividire den gegebenen multiplicantem (96) ſo iſt der neue quotient (32) die verlangte Summe derjenigen Sorte / davon die gegebene Sorte ein grader Theil iſt (Thlr.). daher ſetze derſelben Benennung dabey 32 Thlr.

3. Wenn ein Reſt bleibet / ſo zeiget er Theile eben derſelben Sorte an / von der gröſſe / als der diviſor andeutet. Daher ſetze ihn Bruchweiſe daneben / oder reſolvire ihn. Z. E.

8 gl. mit 96 it. 8 gl. mit 88

3) 32 Thl. 3) $29\frac{1}{3}$ d. i. 8 gl.

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid iſt klar / und der Vortheil über die maſſen groß / wie man künftig / ſonderlich in der folgenden

Auf-

Aufgabe ſehen wird. Der **Grund** aber iſt dieſer 1. der n. 1. gefundene quotient (3) zeiget an/ der **wie vielte Theil** die Anzahl (8 gl.) von einem gantzen (Thlr) ſey / nemlich $\frac{1}{3}$ (§.102 n.7.). nun iſt offenbar: wenn der multiplicandus 1 **gantzes** (1 Thl.) wäre: ſo bekäme man juſt ſo viel gantze (Thl.) zur Summe/ als der multiplicans (96) vniteten hat (96 Thl.) hieſſe 96 mahl 1 Thl iſt 96 Thl. §. 63. weil aber der multiplicandus (8 gl.) nur ein Theil ($\frac{1}{3}$) eines **Gantzen** (Thl.) iſt: ſo bekömmt man auch nur ſo viel **Theile** ($\frac{1}{3}$ von den vniteten des multiplicantis, als der multiplicandus von 1 gantzen (Thl.) macht. Und das findet man/ wenn man den multiplicantem n. 2. mit dem quotienten des multiplic. gegen 1 gantzes dividirt (§. 77 a. 2). Und eben daher iſt klar/ warüm man die **Benennung** dabey ſetze/ und den Reſt alſo anſehe/ als gezeiget iſt.

2. Manche ſetzen n. 1. wohl dabey/ was der multiplicandus für ein Theil ſey. wie §. 54 n II. 3. gezeiget aber geübte laſſen es weg/ ja ſie müſſen es billig ſchon vorher wiſſen ibid.

3. Wenn der quotient n 1. eine **gedoppelte Zahl** iſt. Z. E. 2 gl. in 1 Thl iſt $\frac{1}{12}$. ſo will ſichs damit n. 2. nicht wohl dividiren laſſen. Daher mercke dir bey **ſolchem Fall** folgende 2 Griffe.

a Nimm an ſtatt des **gegebenen** multiplicandi eine andere gröſſere **Zahl** an/ die auch ein **grader Theil** iſt/ und eine einzele Zahl zum quotienten bringt. und NB. vo jener das duplum, triplum oder quadruplum ausmacht etc. Z. E. an ſtatt 2 gl nimm 4 gl. iſt $\frac{1}{6}$ Thlr. Mit dieſer fingirten **Hülfs-Zahl** (wie ſie genannt wird) dividire den multiplicantem. Das gefundene facit aber dividire mit der **Verhältniß der gegebenen Zahl** gegen der fingirten Zahl ſo bekömmſtu das rechte facit. Z. E. 2 gl. mit 96. Nimm 4 gl. an iſt $\frac{1}{6}$. 6 in 96 bringt 16 Thlr. Da nun 2 gl. in 4 gl. 2 mahl ſteckt/ ſo dividire 16 Thl. mit 2/ iſt 8 Thl. und das iſt die geſuchte Summe. der **Vortheil** und **Grund** davon leuchtet jedem in die Augen.

b. Zerfälle den quotienten nach der multiplication in 2 einfache Zahlen (nach dem kleinen 1 mahl 1) und dividire / wie ſonſt §. 492. Z. E. 2 gl. mit 96. 2 gl. iſt $\frac{1}{12}$ 12 zerfälle in 3 mahl 4. 3 in 96 iſt 32. 4 in 32 iſt auch 8 Thl.

4. Wenn der multiplicandus 1 iſt: ſo iſt der quotient n. 1. allemahl die **volle Anzahl** ſelbſt. Z. E. 1 gl. iſt $\frac{1}{24}$ Thlr. und alſo auch ſelten ſelten eine einfache Zahl. Man thut aber in ſolchem Fall meiſt allemahl am beſten/daß man den multiplicantem ſelbſt zur Summe annimmt und im Kopf reducirt / wie n. II. gezeiget iſt. Mit einer fingirten Zahl a. 3. litt. a wird es weitläufftiger. und in der **zerfällung** ibid. litt. b. wäre in der That eine bloſſe practiſche reduction, weil man die **volle Anzahl** ſelbſt zerfällt. §. 503.

5. Es iſt üm des folgenden willen am beſten/ daß man ſich gewöhne/ den Reſt n. 3. allemahl zu reſolviren.

6. Ex. zur Ubung kann man ſich hier die Hülle und Fülle ſelbſt machen. Nemlich man nimmt ein oder ein paar Zahlen zu multiplicantibus an. Z. E. 84 u. 96. und läßt damit die **graden Theile jeder Sorte**/ die in der §. 514 n III. a. 7. angeführten Tabelle aufgezeichnet ſind/multipliciren/ein jedes Ex. aber noch nach der gemeinen Art/oder andern Vortheilen elaboriren/ ſo ſieht man/ ob das facit richtig. Ein geſchickter Lehrer wird hierinn Gelegenheit finden/ die Lernenden ſpielend durch mancherley nützliche methoden durch zu exerciren/ beſſer als mans ſchriftlich determiniren kann.

VI. Sechſter Vortheil Wenn die gegebene Anzahl ein ungrader Theil iſt von 1 gantzen. Z. E. 16 gl. mit 96. V. a.

1. Zerfälle die gegebene Zahl (auf ihre gantze) in lauter grade Theile nach (§. 514. n. III

2. Wenn du eine jede Zerfällungs-Zahl vor ſich gegen 1 gantzes hälteſt; ſo operire mit einer

je-

jeden wie n. V. ſchreibe ihr facit unter einander hin und addire endlich alles zuſammen. Z. E.

16 gl. mit	96	it. 18 mit	96	it. 9 gl. mit	96
$12\frac{1}{2}$	48	$12\frac{1}{2}$	48	$6\frac{1}{4}$	24
$4\frac{1}{6}$	16	$6\frac{1}{4}$	24	$3\frac{1}{8}$	12
	64 Thl.		72 Thl.		36 Th.

3. Wenn du aber die folgende Zerfällungs-Zahl allemahl gegen die vorhergehende hältſt/ (wie §. 514. n. III. a. 3. gezeiget iſt): ſo ſuchſt du nur der erſten ihr facit, wie n. V. der andern ihres aber vermöge ihrer Verhältniß aus dieſer ihrem/ u. der dritten aus der andern ihrem u. ſ. w. (oder aus dem/ gegen welche du jede hältſt). Z. E.

16 gl. mit	96 oder	16 gl. mit	96.	it. 18 gl. mit	96
$8\frac{1}{3}$	32	$12\frac{1}{2}$	48	$12\frac{1}{2}$	48
8	32	$4\frac{1}{3}$	16	$6\frac{1}{2}$	24
	64 Thlr.		64 Thlr.		72 Th.

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** iſt mercklich. Der **Vortheil** vortreflich. Der **Grund** iſt dieſer. Die **Zerfällungs-Zahlen** zuſammen genommen ſind der **gegebenen Zahl** gleich. (§. 466.). Folglich iſt auch jener ihr facit zuſammen genommen dieſer ihrem gleich. Daß aber einer jeden ihr facit richtig gefunden werde/ iſt theils aus n. V. a. 1. theils aus obigen ſchon bekannt.

2. Wenn zuletzt eine **kleine Zerfällungs-Zahl** kommt/ da der quotient **keine einzele Zahl** iſt: ſo hält mans eben ſo/ als n. V. a. 2. gezeiget iſt. Man muß aber ſo denn das facit der fingirten Zahl (ibid. litt. a.) und der erſten Zerfällungs-Zahl l.c. l. wegſtreichen/ und im erſten Fall da

eigentliche facit und im andern nur das facit der letzten Zerfällungs-Zahl zu den übrigen addiren. Z. E.

14 gl. mit	96. it.	14 gl. mit	96
$12\frac{1}{2}$	48	$12\frac{1}{2}$	3) 48
$2\frac{1}{12}$ dafür nim̃	6) 8	$2\frac{1}{12}$	16
4 iſt $\frac{1}{6}$	4	$\frac{3}{4}$	4) 4
	52 Thlr.		52 Thlr.

Jedoch kann man es hier meiſtens verhüten/ wenn man die folgende allemahl gegen die vorhergehende hält (§. 514. n. III a. 3.). Z. E. 2 in 12 iſt $\frac{1}{6}$.

3. Wenn zuletzt 1 kommt/ damit halte man es/ wie n. V. a 4. wiewohl man hier auch in Abſicht auf die vorhergehende Zahl meiſt einen einfachen quotienten bekom̃en kann.

4. Die höchſte Anzahl der kleinern Sorte/ die ein gantzes ohne 1 ausmacht. Z. E. 23 gl mit 96 hat man nicht einmahl nöthig zu zerfällen: ſondern man V a. 1. ſuche was der multiplicans einmahl genommen ausmache. Z. E. 96 gl. iſt 4 Thlr. 2. dieſes facit ſubtrahire von dem multiplicando, ſo iſt der Reſt die verlangte Summe ſt. a.

23 gl. mit 96	it. 11 Pf. mit 96
4 Thlr.	8 gl.
92 Thlr.	88 gl.

Der Grund iſt leicht einzuſehen. denn alle Theile eines gantzen zuſammen brächten ſo viel gantze/ als der multiplicans viteten hat (24 mahl 96 ſind 96 Thl..). Nun aber fehlt nur $\frac{1}{24}$ Thlr und deſſen facit ſubtrahiret man.

5. Wenn man eine ſolche Anzahl hat/ da die differentz gegen die volle Anzahl eines gantzen ein grader Theil vom gantzen iſt/ (Z. E bey gl. ſind dergleichen Zahlen 16. 18. 20. 21 22.): ſo kann man auch noch näher zukommen. Neml. 1. ſuche (im Kopf) die Verhältniß der differentz gegen 1 gantzes (§. 237.) oder/ welches einerley iſt der wie vielte Theil

ſie

ſie ſey (§. 102. n. 7.). 2. mit der Verhältniß dividire den multiplicantem und 3. den quotienten ſubtrahire davon / ſo haſtu die verlangte Summe. 3. E.

16 gl. mit 96	18 gl - 96	20 gl. - 96
3) 32	4) 24	6) 16
64 Thlr.	72 Thlr.	80 Thl.

Der Grund iſt einem jeden offenbar. es kommt überein mit §. 505. n. IV. n. I. Ein geübter wird aus dieſem Grunde auch bey andern Zahlen noch mancherley Vortheile abſehen.

6. Ex. zur Ubung ſuche man an denen in der (§. 514. a. 7.) angeführten Tabelle befindlichen **ungraden Theilen** der Sorten eben ſo / als n. V. a. 6. von **graden Theilen** geſagt iſt.

Zuſatz.

Damit man ſich in den **Vortheilen** dieſer Aufgabe nicht confundire: ſo mercke man folgenden Unterſcheid.

I. In der **erſten Quelle** werden die gegebenen **Zahlen** multiplicirt und NB. die gantze Summe hinter her a part reducirt: in der andern Quelle aber geſchicht die reduction in NB. **währender** operation ehe man die gantze Summe findet / und zwar meiſtens nur im Kopf.

II. Die **Vortheile** der **andern** Quelle ſind alſo unterſchieden. Man operirt entweder.

a. Mit dem NB. multiplicante, und das kann geſchehen / 1. Wenn er eine Zahl iſt / deren facit uns bekannt iſt n. II. 2. Wenn er in ſolche Zahlen zerfällt wird n. III. 4. Wenn er ſich nach der multiplication füglich zerfällen läſſet n. IV. und folglich noch mehr, wenn er ſelbſt eine

eintzele Zahl iſt (ſo ſdann aber gehört es eigentlich zu der erſten Quelle). oder

b. Mit dem NB. multiplicando und zwar

1. Wenn er ein grader Theil eines Gantzen iſt n. V. oder 2. wenn man ihn in lauter grade Theile zerfället. n. VI.

III. Es läſſet ſich überhaupt nicht wohl determiniren/ welche Vortheile der andern Quelle am beſten ſind/ die der multiplicans oder multiplicandus gibt? ſondern nachdem es trift/ iſt bald dieſer/ bald jener vorzuziehen.

Andere Aufgabe. §. 196.

§. 516. Wenn U. Sorten gegeben werden. ꝛc.

Erſte Quelle.

I. Erſter Vortheil. 1. Bringe alle Sorten vortheilhaftig unter einem Nahmen/ (nach §. 502.). 2. Multiplicire die gefundene Anzahl der kleinſten Sorte mit dem multiplicante practiſch nach §. 478. bis 484. nachdem du dabey deinen Vortheil abſieheſt. 3. Die Summe reducire practiſch. nach §. 503. Z. E. 8 Thlr. 12 gl. mit 48. 1. Du weißt im Kopf nach §. 499. daß 8 Thlr. 192 gl. mache/ 12 gl. dazu ſind 204 gl. 2. Dieſe 204 multiplicirſtu mit 48 in 6 mahl 8 zerfällt/ bringt 9792 gl. 3. Dieſe dividire mit 24 in 4 mahl 6 zerfällt. bringt 408 Thlr.

Anm. 1. In dieſem einen Vortheil ſtecken eigentlich drey beſondere Vortheile. neml. 1. in der reſolution. 2. in der mul-

multiplication und 3. in der reduction. Es ſchadet alſo nichts/ wenn man in einem Ex. gleich nur einen oder zweene anbringet und das übrige nach gemeiner Art macht/ wenn uns etwa in einem Stück kein Vortheil beyfallen will.

Anm. 2. Man kann zur Ubung die §. 196. u. 197. befindliche Ex. durchnehmen und alle Vortheile der resolution, multiplication und reduction anbringen laſſen/ die man bey jedem Ex. practicable findet.

Andere Quelle.

II. Anderer Vortheil/ welcher in dem gegebenen multiplicante geſucht wird/ und zwar

a. Wenn er eine eintzele Zahl iſt/ oder ſich doch durch die multiplication füglich in ſolche zerfällen läſſet. V. a.

Nimm eine jede Sorte von der NB. kleinſten bis zur gröſſeſten NB. a part vor/ und zwar 1. multiplicire ihre Anzahl wie ſonſt. 2. die Summe reducire ſo fort im Gemüthe/ 3. was kein gantzes erreichet/ſetze unter die Linie. 4. die gantze behalt im Sinn und rechne ſie zu der folgenden. Z. E.

1.	2 Thlr.	4 gl.	6 Pf.		mit 8.
	17 Thlr.	12 gl.	⸗ Pf.		
2.	14 Thlr.	⸗ gl.	9 Pf.	1 Hlr.	mit 6.
	84 Thlr.	4 gl.	9 Pf.	⸗ Hlr.	
3.	3 Thlr.	8 gl.	4 Pf.		mit 24
	13 -	9 -	4 -		4
	80 Thlr.	8 gl.	⸗ Pf.		6

4.5 Kſſ.

4. 5 Kſl. 6 gl. mit 26
26 - 14 - 5
134 Kſl. 6 gl. 5+1.
add. 5 - 6 -
139 Kſl. 12 gl.

5. 8 Thlr. 16 gl. mit 144 | 4
34 - 16 - 36 | 6
208 - = - 6 | 6
1248 Thlr. = gl. 1

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** iſt klar. Der **Vortheil** gantz unvergleichlich/ denn weil man mit lauter **einzelnen Zahlen** multiplicirt/ ſo kann man eine jede Summe leicht im Kopf reduciren. Der **Grund** liegt jedem vor Augen.

2. Man fängt bey der **kleineſten** Sorte an/weil man die gantze zu der folgenden ſchlägt und die Summe gern in einem Satz haben will.

3. Bey plus + kann man die gegebene Zahl jeder Sorte gleich bey der letzten Summe im Kopf addiren.

4. Wenn man die bisherigen Vortheile/ ſonderlich der reduction und der **zerfällung kleinerer Sorten auf gröſſere** gründlich gefaſſet hat; ſo wird man hiebey mancherley Vortheile abſehen/ die man nicht determiniren kann. Z. E. du ſollt 16 gl. mit 6 multipliciren. da iſt dir bekannt 16 gl ſey 1 Kſl. und 6 Kſl. machen 4 Thlr. ſo darfſtu nicht erſt 16 mit 6 multipliciren und die Summe reduciren. it. du ſollt 12 gl. mit 6 multipliciren: ſo weiſtu 12 gl. ſey ½ Thlr. und alſo 6 halbe Thlr. ſind 3 gantze Thlr. it. du ſolteſt 14 gl. mit 6 multipliciren: ſo nähmſtu im Gemüthe gleich 12 gl. als einen halben Thlr davon/ die machten 3 Thlr. und 2 gl. bleiben übrig: die mit 6 multiplicirt/ſind 12 gl. it. du hätteſt 10 gl. dafür nähmſtu 12 an/ wären 3 Thlr. es fehlten aber

aber 2 gl. die mit 6 multiplicirt ſind 12 gl. daher ſubtrahirteſtu 12 gl. von 3 Thlr. bleiben 2 Thlr. 12 gl. Und dergleichen Vortheils wird man neben bey unbeſchreiblich viel von ſelbſt abſehen können / die ſich nicht determiniren laſſen / wenn man nur obige Grund-Regeln inne hat. Man darf ſich alſo an die Regel nicht binden / daß man juſt jede Sorte ordentlich multipliciren und die Summe im Kopf reduciren wollte: ſondern man macht ſichs bey jeder Sorte ſo leicht / als man weiß und kann / jenes aber bleibt der ordinaire allgemeine Vortheil / wenn einem ſonſt keiner beyfällt.

4. Ex. zur Ubung findet man §. 197. die multiplicantes laſſen ſich alle zerfällen.

b. Weñ man ihn nach der addition §. 483. n. II. zerfällt / jedoch alſo / daß NB. die erſte Zahl eine einzele Zahl iſt / die übrigen aber alle mit ihr oder unter ſich in gewiſſer Verhältniß ſtehen. und dabey 1. operirt man mit der erſten Zahl / wie litt. a. 2. der übrigen ihr facit, ſucht man eben ſo aus derer ihrem facit, mit denen ſie in Verhältniß ſtehen und 3. addirt man alles zuſammen. Z. E.

1.	8 Thlr.	14 gl	mit	104
	68 Thlr.	16 -		8
	412 -	ſ -		48(6
	412 -	ſ -		48
	892 Thlr.	16 gl.		

2.	4 Rfl.	8 gl.	mit	150
	27 -	ſ -		6
	216 -	ſ -		48(8
	432 -	ſ -		96(2
	675 Thlr.	ſ gl.		

Anm.

Anm. 1. Der Unterſcheid/ Vortheil und Grund iſt klar.

Anm. 2. Die Verhältniß unter den Zerfällungs-Zahlen muß eine einzele Zahl ſeyn weil nun die erſte auch eine ſolche ſeyn ſoll: ſo muß man hier von kleinen auf gröſſere Zerfällungs-Zahlen fortſteigen.

Anm. 3. Die Zerfällung in an ſich ſelbſt bequeeme Zahlen nach §. 483. n. 1. hat hier ſelten einen Vortheil/ wo man nicht ſehr fertig iſt/ die Sorten im Gemüth zu reduciren.

III. Dritter Vortheil/ da man mit dem NB. multiplicando operirt und die Summe unter den multiplicantem ſetzt/ wenn der multiplicans gar zu groß iſt/ oder man ſonſt dazu belieben hat.

Nimm eine jede Sorte von der NB. höchſten bis zur kleinſten a part vor/ und zwar.

1. Die höchſte Sorte/ welche in keine gröſſere darf reducirt werden/ multiplicire mit dem multiplicante vor ſich ſo vortheilhaftig/ als du es nach der multiplication mit einer Sorte §. 478. ſeqq. zu thun weißt.

Anm. Du magſt den Vortheil in dem multiplicante oder multiplicando ſuchen/ wenn du nur die Summe unter den multiplicante ſetzeſt.

2. Die kleinern Sorten/ deren Summe noch muß reduciret werden/ zerfälle auch ihre gantze/und operire damit in den multiplicantem, wie du §. 515. n. III. gelernt haſt.

3. Setze die Summen unter einander hin/ und addire endlich alles zuſammen. Z. E.

1. 84 ----	6 Thl.	18 gl.	9 Pf.	2. 136 - 3 Thl.	18 gl.
504 thl. - gl. - pf.		12	6	408 thl.	12
42 - - - - -		6	3	68 -	6
21 - - - - -				34 -	
1 - 18 - - -				510 Thlr.	
- - 21 - - -					
569 thl. 25 gl. - pf.					

Anmerckungen.

1. Damit man dieſen proceſs deſto deutlicher einſehe: ſo will ich ihn bey dem erſten Ex ausführlicher herſetzen. 1. nim̃ſt du die 6 Thlr. vor und multiplicirſt damit 84 ſind 504 Thlr. hierauf 2. ſchreiteſtu zu den 18 gl. und zerfällſt ſie in 12 u. 6. 12 iſt $\frac{1}{2}$ Thlr. Folglich nimmſtu aus 84 die hälfte / ſind 42 Thlr. 6 iſt wieder $\frac{1}{2}$ aus 12 / daher nimmſtu die hälfte aus 42. Thlr. iſt 21 Thlr. (wollteſtu 6 gegen 1 Thlr. rechnen / wäre $\frac{1}{4}$. ſo müſteſtu $\frac{1}{4}$ aus 84 / nicht aus 42 / nehmen / iſt auch 21 Thlr.) 3. Endlich nimmſtu auch die 9 Pf. vor / und zerfälleſt ſie in 6 u. 3. 6 iſt $\frac{1}{2}$ gl. Folglich nimmſtu die hälfte aus 84 ſind 42 gl. die machen 1 Thlr. 18 gl. 3. aber iſt wieder $\frac{1}{2}$ aus 6. Folglich nimmſtu $\frac{1}{2}$ aus 1 Thlr. 18 gl. fac. 21 gl. (denn 1 Thlr. halb iſt 12 gl. und halb 18 gl. iſt 9 gl. 12 gl. u. 9. ſind 21 gl.). wollteſtu 3 gegen 1 gl. rechnen / wäre $\frac{1}{4}$. Folglich müſteſtu $\frac{1}{4}$ aus 84 nehmen / iſt auch 21 gl. 4. das alles zuſammen addirt iſt 569 Thlr. 21 gl.

2. Der **Unterſcheid** und **Vortheil** iſt klar / doch meiſtentheils ſo groß nicht / als n. II. der **Grund** iſt leicht zu erkennen. denn man findet das facit einer jeden Sorte a part richtig / und alſo iſt die Summe auch ihrer aller richtiges facit.

3. Man ſetzt in dieſem Fall gerne den multiplicantem zur **lincken.**

4. Man kann ſich die Sache auch hiebey in vielen Fällen auf mancherley weiſe erleichtern Z. E. 1. Wenn etwa die gegebene Anzahl einer kleinern Sorte ein **grader Theil** von der

der gegebenen Anzahl der gröſſern ſeyn kann: ſo zerfällt man jene auf dieſe und dividirt in dieſer ihr ſchon bekanntes facit. Z. E. in dem andern Ex. ſind 18 gl. $\frac{1}{4}$ aus 3 Thlr. Nun weiſtu ſchon vorher daß 3 Thlr. 408 Thlr. bringe. Folglich dividire mit 4 in 408 iſt 102. macht auch zuſammen 510 Thlr. 2. Wenn mehrere Anzahlen kleiner Sorten einerley grader Theil. aus ihrem gantzen ſind: ſo kann man aus dem einen ihren geſuchten facit, gleich auch das andere finden / Z. E. in dem erſten Ex. iſt unter den Zerfällungs-Zahlen 12 gl. $\frac{1}{2}$ aus 1 Thlr. und 6 Pf. auch $\frac{1}{2}$ aus 1 gl. wenn du nun einmahl geſucht haſt daß 12 gl. 42 Thlr. bringe ſo kannſtu gleich auch wiſſen / daß 6 Pf. 42 gl. bringe welche 1 Thlr. 18 gl machen. etc. Und dergleichen Vortheile ſind mehr / die man nicht alle determiniren kann.

5. Wenn eine gar kleine Anzahl einer kleinen Sorte gegeben wird / und man daher eine fing... Hülfs-Zahl annimt oder den quotienten zerfällt §. 515. n. V. a. 3. ſo muß man das facit der fingirten und der erſten Zerfällungs-Zahl wieder wegſtreichen.

6. Ex zur Ubung findet man auch §. 197.

Der andern Section Fünftes Capittel.

Von den Vortheilen der DIVISION in U. Sorten.

Erſte Aufgabe. §. 203.

§. 517. Wenn ein Reſt bleibt. Dabey iſt nichts zu erinnern / als daß man den Reſt vortheilhaftig reſolvire / §. 500.) und zwar / ſo viel immer müglich iſt im Kopf / welches auch leicht iſt / wenn man den diviſorem zerfällt hat.

Anm. 1. Wenn man den Reſt nach gemeiner Art über den dividendum ſchreibt: ſo läßt man ihn oben ſtehen und ſchreibt die reſolutions Zahlen unten hin. Z. E. dividire 584 Thlr. mit 23.

```
          (9          1
1 2(9|      2  |      27|      1 1|
5 8 4|25 thl. 2 1 6|9 gl. 1 0 9|4 pf. 3 4|1 11/23 Hlr.
2 3 3|     2 3|      2 3|     2 3|
  2          1 2        2
  24       ------    --------
--------    108 pf.  34 Hlr.
216 gl.
```

Anm. 2. Wenn man aber unterwerts dividirt nach §. 295. oder 497.: ſo hat man ihn unten in der nähe und operirt ordentlich: nemlich iſt der Reſt eine einzele Zahl/ mit der bloſſen vollen Anzahl/ iſt er eine groſſe Zahl/ durch die zerfällung.

Andere Aufgabe. § 204.

§. 518. Wenn der dividendus zu klein iſt. dabey iſt auch nichts zu erinnern/ als daß man den dividendum practiſch reſolvirt (nach §. 500). wiewohl/ wenn man den diviſorem nach der multiplication zerfällt: ſo wird man ſeltener allzu kleine dividendos haben/ oder ſo man ſie ja hat/ ſie leicht im Kopf reſolviren können. Z. E. dividire 16 mit 48. wenn man 48 in 6 mahl 8 zerfällt/ ſo iſt 16 groß genug.

Anm. 1. Es wird hin und wieder hievon noch etwas folgen/ ſonderlich bey den diviſions-Ex. der regul de tri.

Anm. 2. Ex. zur Ubung nehme man aus §. 205.

Dritte Aufgabe. §. 206.

§. 519. Wo im dividendo U. Sorten gegeben werden. etc.

Erſte Quelle.

I. Erſter Vortheil. Der beſteht mit einem Worte darinn/ daß man hier alles / was §. 206. nach gemeiner Art erfodert wird/ practiſch verrichtet. Nemlich 1. bringe alle Sorten vortheilhaftig unter einen Nahmen nach §. 501. 2. Die entſtandene Summe in der kleinſten Sorte dividire practiſch nach §. 490. bis 597. nachdem du es practicable findeſt. 3. Wenn der dividendus zu klein iſt/ oder ein Reſt bleibt : ſo verfahre wie jetzo §. 516. und 517. geſagt iſt. 4. Wenn der quotient muß reducirt werden / ſo thue es practiſch nach §. 503.

Anm. 1. Es iſt alles leicht zu verſtehen/ aber in Ex. ſchriftlich zu zeigen / hier zu weitläuftig. Man gehe hiernach die §. 206. u. 207. befindliche Ex. durch.

Anm. 2. Willtu oder kanſtu nicht nach allen Puncten Vortheile anbringen/ ſo thue es nur in etlichen nach befinden und belieben.

Andere Quelle.

II. Anderer Vortheil. Der beſteht überhaupt darinn/ daß man eine jede gegebene Sorte und zwar von der NB höchſten bis zur kleinſten a part dividirt/ als wenn man ſo viel beſondere Ex. hätte/ als Sorten gegeben ſind/ ausgenommen/ daß man den Reſt der gröſſern Sorten vermittelſt und nach der reſolution zu der folgenden kleinern ſchlägt/ und ſie zuſammen dividirt. Es wird aber nicht undienlich ſeyn / es in folgenden 3 Fällen zu erläutern.

a. **Erſter Fall.** Wenn der diviſor eine einzele Zahl iſt. Z. E. 4 Thlr. 5 gl 9 Pf mit 3. V. a.

1. Dividire die hoͤchſte Sorte (Thlr.) mit dem diviſore.

2. Den Reſt reſolvire (geſchwinde im Kopf) in die folgende Sorte (in gl.), und addire die gegebenen vniteten ſelbiger Sorte dazu.

3. Die Summe dividire wieder mit dem diviſore, und wenn ein Reſt bleibt, ſo reſolvire ihn etc. wie n. 2.

4. Das continuire ſo lange, als etwas uͤbrig iſt. ſt a.

1. 3 in 4 Thl. 5 gl. 9 Pf. it. 8 in 18 Thl. - gl. 10 Pf.
1 Thl 9 gl. 10 Pf. 2 Thl. 6 gl. $1\frac{2}{8}$ Pf.

Anmerckungen.

Anm. Wenn n. 2. in der folgenden Sorte keine vniteten gegeben ſind, ſo dividirt man den reſolvirten Reſt allein. Ja es iſt faſt ordinair ein Vortheil, daß man den Reſt vorher a part dividirt, und die gegebenen vniteten der kleinern Sorte auch a part, und denn beyder quotienten addirt. Z. E. im erſten Ex. bleibt 1 Thlr. Reſt. da weiſtu gleich 3 in 1 Thlr. bringe 8 gl. und 3 in 5 gl. bringe 1 gl. 8 gl. u. 1 gl. aber machen 9 gl.

b. **Anderer Fall.** Wenn der diviſor zwar eine zuſammen geſetzte aber doch geſchickte Zahl iſt, die ſich nach der multiplication ohne Reſt in lauter einzele Stamm-Zahlen, es ſey in 2 oder mehrere, zerfaͤllen laͤſſet. V. a.

1. Dividire mit dem erſten factore in den dividendum, gantz wie litt. a.

2. Den quotienten dividire mit dem andern factore eben ſo.

 3. Deſ-

3. Deſſen quotienten dividire mit dem **drit-ten**, u ſ. w. Z. E.

1. 24 in 18 thl. 3 gl 8 pf. it. 16 in 25 thl. 16 gl.

4   4 - 12 - 11 -   4   6 - 10 -

6   " - 18 gl. 1 pf. $1\frac{4}{6}$ hl.   4   1 thl. 14 gl. 6 pf.

2. 288 in 340 thl. 18 gl.

4   85 - 4 - 6 pf.

8   10 - 15 - 6 - $1\frac{1}{2}$ hlr.

9   1 thl. 4 gl. 4 pf. $1\frac{4}{9}$ hlr. u. noch $\frac{1}{18}$ hlr.

Anm. 1. Unter den Zerfällungs-Zahlen operirt man gerne mit den gröſten zu erſt/ ob ſie gleich hinten ſtehen. Denn der dividendus wird immer kleiner, man verhütet dadurch groſſe Reſte.

Anm. 2. Wenn zuletzt weniger als $\frac{1}{2}$ Pf. iſt/ das pflegt man im Handel und Wandel nicht zu regardiren/ und daher kann man die Brüche bey Pf. und Hlr. in den folgenden Zahlen wohl ohne ſie zu dividiren/ paſſiren laſſen.

c. **Dritter Fall.** Wenn der diviſor eine zuſammen-geſetzte aber ungeſchickte Zahl iſt.

1. Wenn ſie ſich zwar ein oder mehr mahl mit einer Stamm-Zahl aufheben läſſet/ aber zu-letzt doch noch eine zuſammen-geſetzte unge-ſchickte Zahl bleibet. Z. E. 26 Thlr. 18 gl. mit 234 in 6/ 3/ u. 13 zerfällt. V. a. Operire zuerſt mit der letzten gröſten Zahl/ ſo gut du kanſt/ und mit den andern 6 u. 3. hinten her/ eben wie litt. c. ſt. a.

234 in 26 Thl. 18 gl.
6 3) 2 - 1 - 4 Pf. 1 $\frac{3}{13}$ Hlr.
3 6) , - 8 - 2 Pf. 1 $\frac{2}{6}$ Hlr.
13 3) , Thl.- 2 gl. 8 Pf. 1 $\frac{2}{3}$ Hlr.

Anm. Hiebey ſind die Brüche der Hlr. im folgenden nicht regardiret. Wenn ſie jemand noch mit dividiren will: ſo thue ers nach §. 492. n. I. litt. b.

2. Wenn ſie ſich gar nicht ein einigmahl aufheben läſſet. Z. E. 48 Thl. 19 gl. mit 17. V. a.

1. Dividire mit dem gegebenen diviſore in die gegebene höchſte Sorte / ſo gut du kanſt / und zwar alſo / daß du den quotienten **hinterwerts** und den Reſt **unterwerts** hinſchreibeſt. nach §. 495. n. II. oder § 497.

2. Den Reſt reſolvire im Kopf wo es müglich iſt / oder / wo nicht / ſchriftlich / und addire die uniteten der folgenden Sorte dazu.

3. Die Summe dividire wieder ſo gut du kanſt / wie n. 1. 2.

4. Thue deßgleichen mit allen übrigen Sorten / ſo zeigen die hinten ſtehenden quotienten das verlangte facit an. ſt. a. 17 in 48 Thl. - 19 gl.

14 | 2 Thl.
24
17) 355 | 20 gl.
15
12
17) 180 | 10 $\frac{10}{17}$ Pf.
10

Gen. - Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid von gemeiner Art iſt in allen dreyen Fällen offenbar. theils operirt man mit andern Zahlen / theils nimmt man jede Sorte apart vor. Der **Vortheil** iſt / daß man theils kleinere diviſores, theils kleinere dividen-

dos und Reſte bekommt. Der Grund iſt in allen leicht zu erkennen.

4. Ex. zur Ubung findet man §. 207. wenn man die daſelbſt befindliche Ex. nach den dreyen Fällen unterſuchen und elaboriren läſſet.

III. **Dritter Vortheil.** Dieſer wird in der Vergleichung oder Verhältniß des diviſoris gegen die volle Anzahl der Theile/ die zu einem gantzen derjenigen Sorte erfodert werden/ die im dividendo iſt geſucht. Z. E. du ſollt 12 Thl. durch 6 dividiren. Da gibſtu acht auf die Verhältniß des diviſoris 6 gegen die volle Anzahl der Theile (nemlich der gl. die einen Thlr. ausmachen/ d. i. gegen 24.) Und zwar wenn es gegen einander geſchickte Zahlen ſind. (§. 232.).

a. **Erſter Fall.** Wenn es ſolche geſchickte Zahlen ſind / da eine die andere ſelbſt aufhebt. u. zwar

1. Wenn der diviſor der vollen Anzahl NB. gleich iſt. Z. E. du ſollt Thlr. dividiren / und der diviſor wäre 24 oder Pf. u. der diviſor wäre 12 etc. V. a. Nimm gleich die Anzahl des dividendi, und ſetze an ſtatt der gegebenen Sorte die Benennung ihrer Theile dabey: ſo haſtu den verlangten quotienten. Z. E.

1. 24 in 18 Thl. fac. 18 gl. in 10 Thl fac. 10 gl. in 30 Thl. fac. 30 gl. in 100 Thl fac. 100 gl.
2. 12 in 8 gl. fac. 8 Pf. in 16 gl. fac. 16 Pf. etc.
3. 32 in 18 lb. fac. 18 L. in 24 lb. fac. 24 L.

Anm. Wenn im quotienten ſo viel vniteten der kleinern Sorte entſtehen/ daß ſie gantze ausmachen können: ſo reducire

cire ſie gleich im Kopf. Z. E. 24 in 30 Thl. f. 30 gl. d. i. 1 Thl. 6 gl. Und das iſt auch im folgenden in acht zu nehmen.

2. Wenn der diviſor kleiner iſt/ als die volle Anzahl/und alſo einen graden Theil von derſelben ausmacht (§. 227.). Z. E. du ſollteſt Thl. dividiren und der diviſor wäre 6. da iſt 6 $\frac{1}{4}$ aus 24. V. a.

Dividire die volle Anzahl (geſchwinde im Kopf) mit dem diviſore, und mit dem quotienten multiplicire (geſchwinde im Kopf) die gegebene Anzahl des dividendi, und bey der Summe ſetze die Benennung der NB. Theile/ ſo haſtu das verlangte facit. Z. E.

1. 12 in 16 Thl. fac. 30 gl. denn 12 iſt $\frac{1}{2}$ aus 24.
   6 in 8 Thl. fac. 32 gl. denn 6 iſt $\frac{1}{4}$ aus 24.
2. 4 in 6 gl. fac. 18 Pf. denn 4 iſt $\frac{1}{3}$ aus 12.
   6 in 7 gl. fac. 14 Pf. denn 6 iſt $\frac{1}{2}$ aus 12.

Anm. Was für Zahlen von jeder Sorte ein grader Theil ſind/ iſt dir ſchon aus der §. 455. angeführten Tabelle bekannt.

3. Wenn die volle Anzahl kleiner und alſo ein grader Theil aus dem diviſore iſt. Z. E. du ſollteſt gl. dividiren/ und der diviſor wäre 36. da iſt 12 $\frac{1}{3}$ aus 36. V. a.

Dividire (geſchwinde im Kopf) mit der vollen Anzahl in den diviſorem, und mit dem quotienten dividire den dividendum: bey dem quotienten ſetze die Benennung der Theile/ ſo haſtu das verlangte facit. Z. E.

1. 48 in 12 Thl. f. 6 gl. den 24 iſt $\frac{1}{4}$ aus 48
2. 24 in 6 gl. f. 3 Pf. den 12 iſt $\frac{1}{2}$ aus 24.
   36 in 9 gl. f. 3 Pf. den 12 iſt $\frac{1}{3}$ aus 36. etc.

Anm. Solche Zahlen erkennet man aus der Tabelle §. 499.

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** iſt in allen klar und der **Vortheil** recht handgreifflich. Man kann bey keiner methode alles ſo leicht im Kopf ausmachen / als bey dieſer. Der **Grund** liegt in der Proportions Regul (§.250.). Der Schluß iſt allezeit dieſer: wie ſich der diviſor gegen die **volle Anzahl** der Theile verhält / alſo verhält ſich auch der dividendus gegen die **verlangte Anzahl** der Theile. alſo iſt der diviſor der erſte Satz / die **volle Anzahl** der **andere** / der dividendus der **dritte** und das facit der **vierte** Satz. daß man aber alſo ſchlieſſen **könne** und **müſſe** / lehret einen jeden die Vernunft / und daß man die **vierte Zahl** auf beſagte Weiſe finde / die Sache ſelbſt Z. E. bey dem Ex. n. 2. 6 in 8 Thl. facit 32 gl. geht die Sache natürlich alſo: 24 iſt 4 mahl ſo groß als 6. ergo muß die unbekannte Zahl auch 4 mahl ſo groß werden / als 8 d. i. 32. (Siehe § 250. a. 2.).

2. Wenn man nach **gemeiner Art** den dividendum reſolviret / und nun die Summe mit dem diviſore dividiret: ſo käme der ordentliche proceſs der Proportions-Regul heraus. Denn der **andere** Satz (die **volle Anzahl** 24) wird mit dem dividendo als **dritten** Satz multiplicirt / und die Summe mit dem diviſore (dem **erſten** Satz) dividirt / und der quotient iſt der **vierte** Satz. (§.250.).

b. **Anderer Fall.** Wenn es nur ſolche geſchickte Zahlen ſind / die ſich durch eine **dritte** Zahl gegen einander aufheben laſſen / da alſo die eine ein ſolcher **ungrader Theil** von der andern iſt / der aus etlichen **grade Theilen** beſtehet. V. a.

1. Setze den diviſorem und die **volle Anzahl** in einen **Bruch** / ſo daß jener allemahl den **Zähler** und dieſe den **Nenner** ausmache / und abbreviire den Bruch. Z. E. der diviſor wäre 18 oder 36 u. die **volle Anzahl** bey beyden 24. ſt a.

$\frac{18}{24}\big|\frac{3}{4}$ $\frac{36}{24}\big|\frac{3}{2}$

Anm.

Anm. Iſt eben ſo, als §. 505. n. III. a. Man könnte wohl die kleinſte Zahl unter beyden allemahl zum Zähler / und die gröſte zum Nenner annehmen: ſo ſähe man eigentlich, was für ein ungrader Theil eine jede von der andern ſey Z. E. an ſtatt $\frac{36}{24}$ ſetzte man $\frac{24}{36}$ und käme alſo $\frac{2}{3}$ heraus. allein das erfodert hernach 2 Regeln / (nemlich 1. wenn der diviſor gröſſer. 2. wenn er kleiner ſey / als die volle Anzahl) / da man es nun n. 2. in eine faſſen kann.

2. Multiplicire den dividendum mit dem NB. Nenner und die Summe dividire durch den NB. Zähler / ſo haſtu das verlangte facit, und zwar in derjenigen kleinen Sorte / davon die volle Anzahl 1 gantzes der gegebenen Sorte des dividendi ausmacht. Z. E.

1. 18 in 32 thl. (4 — $\frac{3}{4}$ — 128 — 3) $42\frac{2}{3}$ gl. — d. i. 1 thl. 18 gl. 8 pf.

2. 9 in 16 gl (4 — $\frac{3}{4}$ — 64 — 3) $21\frac{1}{3}$ pf. — d. i. 1 gl. $9\frac{1}{3}$ pf.

3. 12 in 4 lb. 8 — $\frac{3}{8}$ — 32 — 3) $10\frac{2}{3}$ L.

4. 36 in 28 Thl. (2 — $\frac{3}{2}$ — 56 — 3) $18\frac{2}{3}$ gl.

5. 16 in 14 gl. 3 — $\frac{4}{3}$ — 42 — 4) $10\frac{2}{4}$ pf.

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid iſt klar. Der Vortheil gut / doch nicht ſo groß / als litt a. Der Grund iſt wieder: wie ſich der diviſor gegen die volle Anzahl verhält / alſo auch der dividendus zu dem verlangten facit. Die Verhältniß des diviſoris und der vollen Anzahl aber findet man / wenn man ſie n. 1. gegen einander aufhebt (§ 240). und denn wird nach der Proportions-Regul der andere Satz mit dem dritten multiplicirt / und die Summe durch den erſten dividirt. Folglich muß das facit im vierden kommen. würde ordentlich alſo ſtehen.

1. 6) 18 - 24 - 32 thl. (4 — 3 4 — 3) 128 — $42\frac{2}{3}$ gl.

2. 12) 36 24 28 thl. (2 — 3 2 — 3) 56 — $18\frac{2}{3}$ gl.

2. In dieſem und dem **vorigen** Fall litt. a. ſind die Reguln zwar nur auf ſolche Ex. gerichtet/ da nur **eine** Sorte im dividendo iſt/ es läßt ſich auch bey jedem a part nicht wohl anders thun. Indeß aber wenn man beyde zuſammen nimmt/ ſo wird ein **Vortheil** daraus/ der auch bey ſolchen Ex. ſtatt findet/ da ü. Sorten gegeben werden. Nemlich wenn der diviſor gegen die **volle Anzahl** bey der **höchſten Sorte eine geſchickte Zahl** iſt: ſo iſt er in den meiſten Fällen (ſonderlich in Müntzen/ die im dividendo am meiſten vorkommen) auch eine **geſchickte Zahl** bey den **übrigen Sorten**/ ob wohl nicht allemahl gegen **alle** auf einerley Art/ ſondern wenn er gegen die eine eine ſolche iſt, als litt a. ſo iſt er oft gegen die andere eine ſolche/ als litt. b. u. ſ. w. Daher kann man in ſolchem Fall beyde Fälle litt. a. u. b. combiniren/ ſo daß man jede Sorte von der **höchſten** bis zur **kleinſten** a part vornimmt/ und mit jeder wie mans findet/ nach litt. a. oder b. verfähret (und zwar ſo viel immer müglich iſt im Kopf). ihr facit ſchreibt man unter einander hin/ (wo manns nicht in einer Zeile füglich haben kann) und addirt es zuſammen. Z. E. im dividendo ſtünden Thlr. u. gl. im diviſore aber 12 oder 18. oder 8. Da operirt man mit 12 in beyde Sorten/ nach litt. a. mit 18 aber nach litt. b. und mit 8 bey Thlr. nach litt. a. bey gl. nach litt. b. ſt. a.

1. 12 in 36 thl. 18 gl. — 3 thl. 1 gl. 6 Pf.

2. 18 in 36 thl. 18 gl. — 2 thl. 1 gl.

3. 8 in 36 thlr. 18 gl.

4 thlr.	12 gl.
, -	2 gl. 3 Pf.
4 thlr.	14 gl. 3 Pf.

3. Man

3. Man kann auch meiſtens/ wenn man auch daher nur in einer Sorte etwas proſperirt / das ubrige ſonſt leicht finden / daß man gar keinen Vortheil weiter nothig hat. oder man kann auch den **folgenden vierten Vortheil** mit dieſem in einem Ex. combiniren.

4. Eigentlich aber dienen dieſe **Vortheile** ſonderlich litt. a. dazu/ daß man in währender operation mit U. Sorten bey groſſen **Reſten** / oder **allzu kleinen** dividendis ohne die weitläufftige reſolution das facit gleich im Kopf ausmachen könne : und können alſo überall in den **vorigen Vortheilen** u. ſonſt mit groſſen Nutzen applicirt werden. Weil ſie ſich aber auch auf andere Zahlen erſtrecken / ſo ſind ſie in den Aufgaben §. 517. u §. 518. mit Fleiß übergangen/und hier vollſtändig berühret/weil es uns künftig manche Aufſchlüſſe gibt.

IV. **Vierter Vortheil.** Welcher aus der **Vergleichung** oder **Verhältniß** des diviſoris und NB. dividendi flieſſet und geſuchet wird

a. **Erſter Fall.** Wenn es ſolche geſchickte Zahlen ſind/darunter eine die andere aufhebet.

1. Wenn der diviſor dem dividendo gleich iſt / ſo iſt das facit allemahl 1 gantzes von der gegebenen Sorte (§. 85.). als 18 in 18 Thlr. f. 1 Thlr in 18 gl. f 1 gl.

2. Wenn der diviſor kleiner iſt als der dividendus: ſo iſt ihre Verhältniß ſelbſt das facit. als 6 in 18 Thlr. f. 3. Thlr.

Anm. Dieſe 2 Sätze ſind von ſelbſt ſchon bekannt/dienen aber dazu/ daß man das folgende deſto beſſer begreiffe.

3. Wenn der dividendus kleiner iſt/als der diviſor : ſo dividire nur gleich mit ihrer Verhältniß in 1 gantzes der gegebenen Sorte oder in die volle Anzahl der Theile eines gantzen/ ſo haſtu das facit, und zwar ſetze die Benennung der

Theile

Theile des gantzen dabey. Z. E.
18 in 6 thl. fac. $\frac{1}{3}$ thl d. i. 8 gl. den̄ 6 iſt $\frac{1}{3}$ aus 18.
18 in 9 thl. fac. $\frac{1}{2}$ thl d. i. 12 gl. den̄ 9 iſt $\frac{1}{2}$ aus 18.
24 in 12 gl. fac. $\frac{1}{2}$ gl. d. i. 6. Pf. den̄ 12 iſt $\frac{1}{2}$ aus 24.

Anm. 1. Dis iſt der Satz/ darauf es eigentlich angefangen iſt. denn er iſt vor ſich bey den Reſten und allzu kleinen dividendis ein vortrefflicher Vortheil/ dadurch man die weitläuftige reſolution und diviſion vermeidet/ und thut auch im folgenden gute Dienſte. Der Grund davon iſt/ wie ſich der diviſor gegen den dividendum verhält/ ſo auch 1 gantzes gegen das facit. Weil nun der dividendus nur ein **grader Theil** iſt aus dem diviſore, ſo muß man auch nur eben **denſelben graden Theil** aus 1 gantzen bekommen. und das findet man/ wenn man mit der Verhältniß in 1 gantzes oder die volle Anzahl eines gantzen dividirt.

b. Anderer Fall: Wenn es entweder gar gegen einander ungeſchickte Zahlen/ oder doch nur ſolche geſchickte Zahlen ſind/ die ſich nur durch eine dritte Zahl gegen einander aufheben laſſen. V. a.

1. Zerfälle den dividendum (wo müglich nur im Kopf) nach der addition (§. 468) auf den diviſorem entweder in lauter ſolche geſchickte Zahlen/ die den dividendum aufheben/ oder ſich von ihm aufheben laſſen (wie litt a.) oder die nur unter ſich ſelbſt alſo geſchickt ſind.

2. Nun ſuche das facit bey jeder Zerfällungs-Zahl nach befinden entweder/ wie litt a. n. 1. 2. 3. oder aus dem ſchon bekannten facit der vorhergehenden (gegen welche ſie gehalten wird/) vermöge ihrer Verhältniß durch die multiplication oder diviſion.

3. Das

3. Das facit ſetze unter einander und zwar unter den diviſorem hin/ (weil unter dem dividendo die Zerfällungs-Zahlen ſtehen), und addire endlich alles zuſammen. Z. E. 1. 14 in 21 Thl. 2. 21 in 14 Thlr. 3. 32 in 29 Thlr.

1. 14 in	21 Thlr.	2. 21 in	14 Thlr.
1 thl. -	14	8 gl.	$7\frac{1}{3}$
" - 12 gl.	$7\frac{1}{2}$	8 gl.	7
1thl. 12gl.		16 gl.	

3. 32 in	29 Thlr.
12 gl.	$16\frac{1}{2}$
6 gl.	$8\frac{1}{2}$
3 gl.	$4\frac{1}{2}$
" - 9 pf.	$1\frac{1}{4}$
21gl 9pf.	

Anmerckungen:

1. Wenn man dieſe beyden Fälle combinirt/ ſo kömmt wieder ein Vortheil heraus bey einem dividendo von U. Sorten. Denn wenn etwa der diviſor und die vniteten der höchſten Sorte gegen einander ſolche geſchickte Zahlen ſind/ als litt. a. erfodert werden/ ſo operirt man gleich damit ohne ſie zu zerfällen/ und die übrigen Sorten zerfällt man auf den diviſorem nach litt. b. u. ſ. w. oft aber ſind alle Sorten gegen den diviſorem ſolche geſchickte Zahlen/ als litt. a. erfodert werden. und da iſt es deſto leichter.

2. Eigentlich aber gibt dieſe methode in der operation überall/ wo man Reſte hat/ oder allzu kleine dividendos trefflichen Vortheil. S. litt. a. n. 3. a.

3. Geübte können dieſen vierten Vortheil auch in einem Ex. mit dem dritten combiniren/ nachdem ſie mercken/ daß ſich das facit bey jeder Sorte nach dem dritten oder vier-

vierten am leichteſten finden laſſe. Z. E. 24 in 33 Thl. 6 gl. da wird das facit bey 33 Thlr. am beſten nach n. III. und das facit bey 6 gl am beſten nach n. IV. gefunden.

4. Von den beyden letzten Vortheilen n. III. u. IV. beſinne mich nicht bey jemanden einige Spuren gefunden zu haben. Meines erachtens aber haben ſie in praxi einen ſo groſſen Nutzen/ als irgend ein anderer gewöhnlicher haben mag. Daher ich ſie nicht weglaſſen wollen/ weil man in der diviſion ohndem wenig hinlängliche Vortheile hat.

5. Ex. zur Ubung ſuche man aus §. 207.

Ende der andern Section.

Des erſten Abſchnitts.

Dritte Section,

Von den Vortheilen der Verhältniß und der REGUL DE TRI in einer Sorte.

Erſtes Capittel.

Von den Vortheilen der Verhältniß.

Erſter Abſatz.

Vortheile der Ration.

Erſte Aufgabe. §. 235.

§. 520. Die arithmetiſche Verhältniß zu finden etc. dabey iſt kein Vortheil nöthig oder möglich/ auſſer was in der Subtraction geſchehen kann/ nach §. 457.

Andere Aufgabe. §. 237.

§. 521. Die geometriſche Verhältniß vermittelſt der diviſion zu finden etc. dabey hat und bedarf man keine Vortheile/als der diviſion §.490. ſeqq. wiewohl man auch die ſelten dabey gebraucht.

Anm. Man mercke hiebey folgendes einmahl für allemahl/ was bisher zum Theil ſchon bey der Zerfällung für bekannt angenommen iſt. I. Man bemerckt in unſerer praxi die geometriſche Verhältniß der Zahlen ſonſt nicht durch die diviſion an/ als wenn die **eine** die **andere** ſelbſt ohne Reſt dividirt oder aufhebt. und zwar II. auf folgende Weiſe.

1. Wenn die Zahlen einander NB. **gleich** ſind (und alſo in ratione æqualitatis ſtehen §. 220): ſo ſchreibt man die **Verhältniß** gar nicht auf. denn da fällt ſie einem jeden gleich in die Augen (§. 223.)/ und wäre allemahl 1 (§.226. n.I.).

2. Wenn die Zahlen einander NB. **ungleich** ſind (und alſo in ratione inæqualitatis ſtehen §. 220.): ſo pflegt man ſie ordinair (wofern man ſie ſich nicht im Kopf zu behalten getrauet) bey der **hinterſten** Zahl (**unter** oder **neben** ihr) alſo aufzuſchreiben.

a. Wenn die **gröſte Zahl hinten** ſteht/ (d.i. wenn ſie in ratione inæqualitatis majoris ſtehen §.221.): ſo ſetzt man den **Nahmen der Verhältniß** ſchlechthin dabey oder unterſcheidet ihn durch einen runden Strich. Z. E. 24 u. 96(4 12 u. 36(3. Der Verſtand iſt: die **letzte** Zahl iſt 4 oder 3 mahl **ſo groß** / als die **erſte** / oder **hält** ſie 4 oder 3 mahl in ſich. §. 222. a. 3. (oder ſie ſtehen in ratione dupla, tripla, quadrupla §. 234.).

b. Wenn die **kleinſte** Zahl **hinten** ſteht/ (d. i. wenn ſie in ratione inæqualitatis minoris ſtehen §.221.): ſo ſetzt man den **Nahmen der Verhältniß** mit 1 in einem Bruch und unterſcheidet ihn auch wohl durch einen runden Strich Z. E. 36 u. 12 ($\frac{1}{3}$. 96 u. 24($\frac{1}{4}$. Der Verſtand iſt: die **letzte Zahl** ſtecket in der **erſten** 3 oder 4 mahl/ oder iſt der **dritte** oder

vierte

vierte Theil it. ein drittheil ein viertheil aus der erſten etc. §. 222. a. 3. (oder ſie ſtehen in ratione ſubdupla, ſubtripla, &c. §. 234.).

Dritte Aufgabe. §. 238.

§. 522. **Das gröſſeſte Maaß zu finden.** Dabey hat und bedarf man keinen Vortheil. man pflegt in praxi das gröſſeſte Maaß ſelten zu ſuchen/ ſondern nimmt nach einander kleine einzele Zahlen zum Maaß an/ wie wir jetzo ſehen werden.

Vierte Aufgabe. §. 240.

§. 523. Die geometriſche Verhältniß vermittelſt des Aufhebens zu finden. etc.

I. **Erſter Fall/ wenn es gegen einander geſchickte Zahlen ſind.** Z. E. 24 u. 96. it. 16 u. 24. it. 48 u. 64. V. a.

1. Verſuche ob die kleinſte die gröſſeſte ſelbſt mit einmahl aufhebe/ und wenn es angeht/ ſo ſetze unter der kleinſten/ und unter der andern den quotienten wie §. 240. Z. E.

$$\frac{24 : 96}{1 \quad\ 4}$$

2. Wenn das nicht angeht: ſo verſuche nach den §. 465. gegebenen Regeln oder nach dem 1 mahl 1/ mit welcher Stamm-Zahl du beyde zugleich aufheben kanſt; mit derſelben dividire beyde/ und einer jeden quotienten ſetzen unter ihr hin/ wie §. 240. Z. E.

$$8)\frac{16 : 24}{2 \quad\ 3} \quad \text{it.} \quad 8)\frac{48 : 64}{6 \quad\ 8}$$

Anm. Die §. 465 angeführten Regeln/ mit welcher Stamm-Zahl man eine jede Zahl aufheben ſolle/ thun hier auch gute Dienſte. Nemlich/ wenn man in beyden Zahlen die daſelbſt bey jeder Zahl erfoderte Umſtände zugleich findet/ ſo kann man

ſie damit aufheben. Sonſt aber kann man es aus dem 1 mahl 1 bey **kleinern Zahlen** oft noch eher und beſſer wiſſen.

3. Wenn du die Zahlen einmahl aufgehoben haſt: ſo verſuche/ob du die neuen Zahlen nach n. 2. noch einmahl aufheben könneſt; und das continuire/ ſo lange/bis ſie ſich nicht weiter wollen aufheben oder verkleinern laſſen. Z. E. in dem Ex. 16 : 24 wollen ſich 2 u. 3 nicht weiter aufheben laſſen/ aber bey 48 u. 64 geht es noch einmahl an. ſt. a.

				it.			
8)	48 :	64			2)	84 :	126
2)	6	8			3)	42	63
	3	4			7)	14	21
						2	3

Anm. 1. Der Unterſcheid von der gemeinen Art des aufhebens iſt klar. Dort bringt man die Zahlen durch das **gröſſeſte** Maaß gleich mit einmahl in die **kleinſte Zahlen** (ad minimos terminos): hier aber nur nach und nach auf **kleinere** (ad minores), bis man die **kleinſten** erreicht. Der **Vortheil** beſteht darinn/ daß man das **gemeine gröſſeſte Maaß** nicht erſt weitläuftig ſuchen darf/ ſondern gleich mit **kleinen Zahlen** operiren und die Zahl nach und nach verkleinern kann: es hat auch ſonſt ſeinen Nutzen hin und wieder. Der **Grund** iſt von ſelbſt offenbar. Es werden **beyde Zahlen** durch einerley Zahlen aufgehoben/ und alſo bleibt immer einerley **Verhältniß**/ man mag ſie oft aufheben/ als man will. (§. 245. n. 2.).

Anm. 2. Man pflegt auch n. 1. wenn es nicht gleich offenbar iſt/ daß eine Zahl die **andere** ſelbſt aufhebe/ſie **nach** und **nach** durch **andere** aufzuheben/ als n. 2. 3. und bekommt zuletzt doch bey einer 1.

Anm. 3. Wenn beyde Zahlen hinten nullen haben/ ſo kann man in beyden gleich viel nullen abſchneiden/ und die übrigen Zahlen, noch alſo aufheben/ als jetzt gezeiget iſt. Z. E.

$$3)\frac{3\emptyset\emptyset}{1} : \frac{18\emptyset\emptyset}{6} \quad \text{it.} \quad 4)\frac{12\emptyset\emptyset\emptyset}{30} : \frac{24\emptyset\emptyset}{6}$$
$$6)\frac{30}{5} \quad \frac{6}{1}$$

Der Grund iſt. Wenn man in beyden Zahlen gleich viel nullen abſchneidet: ſo iſt es ſo viel/ als ob man beyde Zahlen vorher mit einer Zahl dividirte/ die vorne 1 und hinten ſo viel nullen hat/ als man abſchneidet. Z. E. Wenn man bey 300 u. 1800 2 nullen abſchneidet: ſo iſt es ſo viel/ als ob man beyde Zahlen mit 100 dividirte. das brächte von 300 3 und von 1800 18 zum quotienten (§. 490. n. III.).

Anm. 4 Ex. zur Ubung findet man §. 241. Man laſſe die Ex. hiernach aufheben/ und ſehe zu/ daß man ſie durch kleine Zahlen nach und nach eben ſo weit verkleinern möge/ als durch das gröſſeſte Maaß mit einmahl geſchehen.

II. Anderer Fall. Wenn es gegen einander ungeſchickte Zahlen ſind/ da weder die gröſte durch die kleinſte/ noch beyde durch eine dritte Zahl können aufgehoben werden V. a.

1. Zerfälle die an ſich ungeſchickte Zahl nach der addition auf die andere gegebene (kleinere u. geſchicktere Zahl)/ nach §. 468.

2. Bemercke die Verhältniß einer jeden Zerfällungs-Zahl die ſie gegen dieſelbe/ oder auch unter ſich haben. wie §. 521. a. Z. E. 50 u. 377.

Anm. 1. Hierdurch erkennet man zwar die Verhältniß beyder Zahlen mit einmahl nicht eigentlich: jedoch erkennet man ſie ſtückweiſe gar deutlich. Es hat aber dieſe Zerfällung in der regul de tri einen groſſen Vortheil. Daher man oft auch geſchicktere Zahlen gegen einander zerfällt.

$$50 : \frac{377}{\begin{array}{l}50\\300(6\\25\frac{1}{2}\\2\frac{1}{25}\end{array}}$$

Anm. 2. Bisweilen ſind beyde Zahlen ſo ungeſchickt/ daß man die eine nicht einmahl auf die andere füglich zerfällen kann. Z. E. 787 u. 1 iſt. In ſolchem Fall nun muß man künſtig ſeinen Vortheil anderswo ſuchen.

Anm. 3. Ex. zur Ubung. zerfälle gegen einander.

1. 99 u. 44.	3. 18 u. 43.	5. 25 u. 251.
2. 33 u. 51.	4. 55 u. 87.	6. 813 u. 50.

Anderer Abſatz. p. 352. ſeqq.
Vortheile der Proportion.

§. 524. Hierbey iſt nicht nöthig Vortheile anzumercken. denn was bey den Aufgaben der arithmetiſchen proportion zu erinnern wäre/ das wird in der Progreſſions-Rechnung folgen. Die Vortheile der ordentlichen geometriſchen Proportion gehören in die regul de tri, und der verkehrten Proportion folgen im andern Buch bey der regula de tri indirecta.

Der dritten Section
Anderes Capittel.
Von den Vortheilen der REGUL DE TRI mit einer Sorte.

I. Multiplications-Exempel.
§. 264.

§. 525. Bey Multiplications-Ex. ſucht man einen Vortheil/

1. In der Einrichtung. Nemlich man läſſet den erſten Satz gar aus/ ſchreibt den dritten Satz (oder die Frage-Zahl) voran und den andern Satz hinter her mit dem Wörtlein à. Z. E.

24 lb. à 4 Thlr. iſt ſo viel / als was koſten 24 lb. wann 1 lb. 4 Thlr. koſtet?

Anm 1. Der **Unterſcheid** iſt klar / der **Vortheil** iſt ſehr geringe / auſſer daß man / wenn im 2 Satz U. Sorten ſtehen / mehr Platz behält. Der **Grund** iſt / die Sätze mögen verſetzet werden / wie ſie wollen / wenn man ſie nur ſo verſteht / als es der natürliche Schluß erfodert (§. 259.) und richtig damit operirt.

Anm. 2. Wenn es in praxi nicht recipirt wäre: ſo mögte man lieber bey der gemeinen Art bleiben. Denn 1. verrückt es Anfängern den rechten concept des Schluſſes. 2. Man kann es bey divisions u. proportions Ex. doch nicht beybehalten / und 3 es geht auch in ſolchen multiplications Ex. nicht an / da im **erſten** und **dritten** Satz nicht einerley Sorte iſt. Indeß wird dieſe die **Kauffmanns-Art** / und die **gemeine** die **Schul-Art** genannt und jene dieſer vorgezogen.

Anm. 3. Sonſt pflegen manche auch wohl durchgehends in der regul de tri, die Benennung der Sätze über die Zahlen zu ſchreiben. Z. E.

$$\overset{\text{lb}}{24} \text{ à } \overset{\text{thl.}}{4}$$

II. In der Operation. Weil die gantze Sache darauf ankommt / daß man den **andern** und **dritten** Satz mit einander multiplicirt (§. 264): ſo hat und bedarf man auch keine weitere Vortheile / als die Vortheile der multiplication mit **einer Sorte** von §. 477 bis 484 / nachdem es ein jedes Exempel zulaſſen will; und zwar kann man den **Vortheil** nach belieben und befinden im **andern** oder **dritten** Satz ſuchen (§. 475). Z. E.

24 lb. à	36 thl.	oder	24 lb.	à	36 thl.
4	144		144		6
6	864 thl.		864 thl.		6

Anm.

Anm. Man nehme zur Ubung alle §. 264 u. 265. befindliche Ex. durch/ und laſſe in einem jeden alle Vortheile der multiplication nach einander anbringen/ die dabey müglich ſind. In praxi aber nimmt man denjenigen heraus/ der ſich bey jedem Ex. unter allen am beſten ſchicket/ oder der uns am erſten beyfället.

II. Diviſions-Exempel.

§. 266.

§. 526. Ein Diviſions-Ex vortheilhaftig aufzulöſen. **Erſte Quelle.**

I. Erſter Vortheil. Weil die gantze Sache in der gemeinen Art darauf ankommt/ daß der andere oder dritte Satz durch den erſten dividirt werde (§. 266.): ſo bringe man die Vortheile der diviſion mit einer Sorte von § 490. bis §. 497. an/ nachdem es ein jedes Ex zulaſſen will. Z. E.

1. 20ø C. - 4630ø thl. - 1 C? 2. 24 C. 384 thl. 1 C?

231⅓ thl. 4 | 96

6 | 16 thl.

3. 288 C. - 946 thl. 1 C.?

4 | 234 etc.

8 | 29 - 6 gl.

9 | 3 thl. 3 gl. 4 pf.

Anm. 1. Der diviſor bleibt an ſeinem Orte ſtehen (§. 489.) die Vortheile der diviſion aus der erſten Quelle/ und die Zerfällung aus der andern ſind hier ordinair die beſten. wo die nicht angehen/ da dividire man unterwerts oder nach welſcher Art (§ 497. a. 2).

Anm. 2. Wenn man hinten nullen abgeſchnitten hat: ſo kann man den diviſorem noch zerfällen/ wenn er geſchickt iſt. Z. E.

24|00 Ell. - 12|00 Kfl. - 1 Ell. -
4 4) 3 Kfl.
6 6) , - 8 gl.

it. 16|0 lb. - 34|0 thl. - 1 lb.
4 4) 8 thl. 12 gl.
4 2 thl. 3 gl.

Anm. 3. Man nehme zur Ubung alle Ex. §. 267. durch/ und laſſe in jedem alle Vortheile der diviſion anbringen/ die ſich ſchicken wollen.

Andere Quelle.

II. **Anderer Vortheil.** Dieſer wird aus der Verhältniß des erſten und andern / oder des erſten und dritten (wenn die 1 in andern ſteht/) geſuchet.

Anm. Dieſer und der folgende dritte Vortheil werden aus der diviſion mit U. Sorten hergenommen/ weil in der regul de tri lauter benannte Zahlen vorausgeſetzt werden (§. 258. n. II.) und wir die Vortheile der U. Sorten ſchon wiſſen.

a. **Erſter Fall.** Wenn es ſolche geſchickte Zahlen ſind/ darunter eine die andere aufhebt. Verfahre gantz wie §. 519. n. IV. litt. a. und mercke nur/ daß der erſte Satz der diviſor, der andere oder dritte aber der dividendus ſey. Z. E.

1. 16 lb.-16 thl.-1 lb? 2. 16 lb.-1 thl.-32 lb?
1 thl. 2 thl.

3. 16 lb.- 8 thl.-1 lb? 4. 16 lb.-1 thl.- 4 lb?
12 gl. 6 gl.

b. An-

b. Anderer Fall. Wenn ſie entweder gar ungeſchickte oder doch nur ſolche geſchickte Zahlen ſind/ die ſich nur durch die dritte Zahl aufheben laſſen. V. a. Zerfälle den NB andern oder dritten Satz auf den erſten, und verfahre ferner/ wie §. 519 n. IV. litt. b. Z. E.

1. Wo alle Zerfällungs-Zahlen ihr Abſehen auf den erſten Satz ſelbſt haben.

1. 50 lb. - 475 thl. - 1 lb?

1 thl.	50
8 -	400 (8
ſ - 12 gl.	25 (½
9 thl. 12 gl.	

2. 24 thl. - 78 thl. - 1 lb?

1 thl.	24
2 -	48 (2
ſ - 6 gl.	6 ¼
3 thl. 6 gl.	

3. 32 lb. - 1 thl. —— 12 lb.

6 gl.	8 ¼
3 gl.	4 ⅛
9 gl.	

Anm. Man ſchreibe das facit hin/ wo man Platz hat/ unter den erſten oder andern oder dritten.

2. Da die erſte Zerfällungs-Zahl nur ihr Abſehen auf den erſten Satz hat/ die andern aber auf die erſte/ oder eine andere vorhergehende.

1. 25 C. - 385 thl. - 1 lb?

12	300 (12
2	50 (1/6
1	25 (½
ſ - 9 gl. 7 1/5 pf.	10 1/5
15 th. 9 gl. 7 1/5 pf.	

2. 32 lb. - 26 thl. - 1 lb?

12 gl.	16 ½
6 gl.	8 ½
1 gl. 6 pf.	2 ¼
19 gl. 6 pf.	

3. 48 lb. - 36 thl. - 1 lb?

12 gl.	24 $\frac{1}{2}$
6 gl.	12 $\frac{1}{2}$
18 gl.	

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** iſt klar. Der **Vortheil** iſt handgreifflich/ſonderlich/ wo der **anders** oder **dritte** Satz **kleiner** iſt/ als der erſte. Zumahl wenn geübte die Zerfällungs-Zahlen nicht aufſchreiben/ſondern nur das facit bemercken. Der **Grund** (ſo wohl daß es richtig/ als woher es ſo leicht ſey) beſteht im folgenden. In diviſions Ex. iſt allemahl im **andern** oder **dritten** Satz 1. und die **1** nimmt man/(auch wenn ſie im **dritten** iſt/) für 1 gantze unitet der Sorte des NB. **andern** Satzes an/ (hier für 1 Thlr.). Folglich wie ſich der **erſte** Satz gegen den **andern** oder **dritten** verhält/ alſo auch 1 gantzes (1 Thl.) gegen den **vierten** Satz. Nun aber iſt die **Verhältniß** des **erſten** und **andern** oder **dritten** Satzes litt. a. offenbar (§. 226. n. I. II.) und litt. b nimmt man durch die Zerfällung lauter Zahlen an/ derenVerhältniß gegen den **erſten** Satz offenbar iſt/ und ſchließt daraus von Thlr. auf den **vierten** Satz fort.

2. Die Schlüſſe litt. a. ſind. 1. 16 lb. : 16 lb. = 1 thl.: 1 thl. 2. 16 lb.: 32 lb. = 1 thl.: 2 thl. 3. 16 lb. : 8 lb. = 1 thl.: $\frac{1}{2}$ thl. d. i. 12 gl. wie die Schlüſſe bey den Zerfällungs-Zahlen gehen: davon ſoll in den proportions-Ex. einmahl für allemahl eine Erklärung gegeben werden.

3. Man laſſe ſichs nicht irren/ daß man die Benennung des **andern** und **dritten** Satzes im ſchlieſſen verwechſelt. Z. E. 1 im **dritten** wird für 1 thl. angeſehen und die thl. im **andern** für lb. Man mercke aber hiebey einmahl für allemahl: der **dritte** Satz muß ſich allemahl in der Benennung nach dem **erſten**/und der **vierte** nach dem **andern** richten (§ 258. n. III. u. a 3.). weil man aber im ſchlieſſen bald den **erſten** und **andern**/bald den **erſten** und **dritten** gegen einander

ander hält/ (wie die Verhältniß am offenbarſten iſt)/und von ihrer Verhältniß auf den vierten Satz ſchlieſſet §. 260 u. a.: ſo muß/ wenn man den erſten gegen den andern hält und den vierten aus dem dritten ſucht/ der andere angeſehen werden / als hätte er die Benennung des erſten / und der dritte/ als hätte er die Benennung des andern Satzes/und der vierte richtete ſich nach dem dritten. Es iſt dem Gemüth leichter/ wenn man Zahlen von einer Sorte gegen einander hält. Summa: Man mag den vierten Satz ſuchen/ finden und hinſchreiben/ wo man will (unter den erſten/ andern oder dritten Satz): ſo muß er ſich in der Benennung allemahl nach der gegebenen Sorte des NB. andern Satzes richten.

4. Man nehme hiernach die Ex. §. 267. zur Ub. durch.

III. Dritter Vortheil. Dieſer flieſſet aus der Verhältniß des erſten Satzes gegen 1 gantzes/ oder die volle Anzahl der Theile eines gantzen von der Sorte des andern Satzes. Nemlich wenn es gegen einander geſchickte Zahlen ſind. Z. E. 12 lb. - 9 thl. - 1 lb. da iſt 12 eine geſchickte Zahl gegen 1 thl. oder vielmehr gegen 24 gl./ die 1 thl. machen.

a. Erſter Fall. Wenn eine die andere aufhebt. Verfahre gantz/ wie §. 519. n. III. litt. a. Z. E.

1. 24 lb. - 84 thl. - 1 lb.?
84 gl.
d. i. 3 thl. 12 gl.

24 lb. - 1 thl. - 196 lb.?
196 gl.
d. i. 8 thl. 4 gl.

2. 8 C. - 126 thl. - 1 C.
$\frac{1}{3}$ 3) 378 gl.
d. i. 15 thl. 18 gl.

12 lb. - 11 thl. - 1 lb.
$\frac{1}{2}$ 2) 22 gl.

 3. 192 lb.

3. 192 lb. - 16 thl. - 1 lb.? 8) — 2 gl.

4. 288 lb. - 13 thl. - 1 lb? 12) — $1\frac{1}{12}$ gl.
d. i. 1 gl. 1 pf.

b. Anderer Fall. Wenn ſie ſich nur durch eine dritte Zahl aufheben laſſen. Verfahre gantz / wie §. 519. n. III. litt. b Z. E.

1. 18 lb. - 15 thl. - 1 thl.
$\frac{3}{4}$ — 60 (4
3) — 20 gl.

2. 12 lb. 11 Kfl. - 1 lb.
$\frac{3}{4}$ — (4
44
3) — $13\frac{2}{3}$ gl.

3. 18 Ell. 17 gl. 1 Ell.? 12
$\frac{3}{3}$ — 34
3) — $11\frac{1}{3}$ pf

4. 16 lb. - 15 gl. - 1 lb. (5
$\frac{4}{3}$ — 45
4) — $11\frac{1}{4}$ pf.

Anm. 1. Der Unterſcheid / Vortheil und Grund / und was ſonſt in beyden Fällen zu erinnern / iſt aus §. 519. n. III. abzunehmen.

Anm. 2. Man gehe hiernach auch die Ex. §. 267. zur Ubung durch / und ſehe welche ſich hieher ſchicken.

Zuſatz

§. 527. Damit man nun endlich / aus dem was bisher Stückweiſe erinnert iſt / in der Kürtze beyſammen habe / was man für **Vortheile** habe / wenn der andere Satz NB. kleiner iſt / als der **erſte** / oder / welches einerley / wenn der dividendus **kleiner** iſt / als der diviſor (§. 266. a. b.), und alſo auch / wenn ein Reſt bleibt (§. 96.): ſo mercke man folgendes.

I. Der erſte Vortheil iſt / die **vortheilhaftige** Reſolution, und was ſonſt §. 517. u. 518. erinnert iſt.

II. Der

II. Der andere Vortheil iſt wenn der dividendus ein grader Theil aus dem diviſore iſt/ oder in lauter grade Theile zerfället wird nach §. 519. n. IV. litt. a. n. 3. u. b. verglichen mit §. 526. n. II. a b.

III. Der dritte Vortheil iſt/ wenn der diviſor eine geſchickte Zahl gegen 1 gantzes von der Sorte des dividendi iſt. nach §. 519. n. III. a. b. verglichen mit §. 525. n. IV.

IV. Wenn der diviſor NB. ein grader Theil iſt von 1 gantzen der Sorte des dividendi: ſo mercke man davon noch folgendes/ als den vierten Vortheil.

a. Erſter Fall. Wenn die vniteten des diviſoris ein grader Theil ſind, wenn ſie nach der unmittelbar folgenden Sorte gerechnet werden. Z. E. im dividendo ſtünden 8 thl. im diviſore aber 12 lb. 12 gl iſt $\frac{1}{2}$ thl. V. a.

1. Man ſetze den diviſorem und dividendum gleich (nur im Gemüthe) in einem Bruch/ ſo daß dieſer der Zähler und jener der Nenner werde. ſt. a. $\frac{8}{12}$ Thl.

2. Man ſuche gleich (im Kopf) was ein ſolcher grader Theil mache? $\frac{1}{12}$ Thl. iſt 2 gl. und

3. Das multiplicire man (im Kopf) mit dem Zähler (oder dividendo). 8 mahl 2 gl. iſt 16 gl.

it. 12 in 10 thl. f. 10 2 gl. Stücken d. i. 20 gl. in 7 thl. f. 14 gl.

it. 8 in 7 thl. f. 7 3 gl. Stücken d. i. 21 gl. in 6 thl. f. 18 gl.

it. 6 ($\frac{1}{6}$ gl. iſt 2 pf.) in 5 gl. f. 10 pf. Anm.

Anm. 1. Welche Zahlen grade Theile von 1 gantzen ſind / it. wie viel ein jeder ausmache kann man ſehen §. 514. III n. 1. 3. und aus der Tabelle ibid. n III. a. 7 Den Grund wird man in der practiſchen reſolution der Brüche finden.

Anm 2 Dis thut bey Reſten treffliche Dienſte/ſonderlich auch wenn der diviſor zerfällt iſt

Anm. 3. Wenn der dividendus bey nahe ſo groß iſt / als der diviſor (Z. E. 12 in 11 oder 10 thl.) : ſo darf man 1. nur die differentz mit dem diviſore in einen Bruch ſetzen (Z. E. 12 in 11. da wäre die differentz $\frac{1}{12}$ in 10 aber $\frac{2}{12}$) 2. des Bruchs Inhalt ſuchen ($\frac{1}{12}$ iſt 2 gl. $\frac{2}{12}$ iſt 4 gl.) und 3. ſelbigen von 1 gantzen des dividendi ſubtrahiren. Z. E. 12 in 1 thl. $\frac{1}{12}$ iſt 2 gl. 2 gl von 1 thl. bleibt 22 gl. it. 12 in 10 gl. $\frac{2}{12}$ iſt 4 gl. 4 gl. von 1 thl. bleibt 20 gl.

b. **Anderer Fall.** Wenn die vniteten des diviſoris ein grader Theil ſind/wenn ſie nach einer mittelbar folgenden Sorte gerechnet werden. Z. E. 96 iſt ein grader Theil aus 1 thl / wenn man ſie als pf. anſiehet. den $\frac{1}{96}$ thl. iſt 3 pf. it. $\frac{1}{48}$ thl. iſt 6 pf. **Verfahre** gantz/ wie litt. a. nur daß du in acht nehmeſt / für was für eine Sorte du den diviſorem angenommen Z. E.

48 in 5 thl. f. 5 6 pf. Stücken oder 30 pf. d. i. 2 gl. 6 pf.

72 in 7 thl. f. 7 4 pf. Stücken oder 28 pf. d. i. 2 gl. 4 pf.

96 in 10 thl. f. 10 dreyer oder 30 pf. d. i. 2 gl. 6 pf.

Anm Was für Zahlen ſolche grade Theile ſeyn können / kann man abnehmen aus §. 514. n. III an 6. 7. Wo es einem aber nicht ſchon bekannt iſt / oder gleich in die Augen fällt : ſo wäre es zu weitläuftig es erſt zu ſuchen.

III. Pro-

III. Proportions-Exempel.

§. 528. Ein Proportions-Ex. Vortheilhaftig aufzulöſen.

Erſte Quelle.

Verfahre alſo: 1. Multiplicire den andern und dritten Satz vortheilhaftig nach befinden und belieben / nach § 477. ſeqq. 2. Die Summe dividire vortheilhaftig durch den erſten Satz/ nach §. 490. ſeqq.

```
24 lb.-36 thl.-48 lb.?          24 lb.?-36 thl.-48 lb.?
            (6  6                                  (6
4    216         oder  4      6       288
6    ----  (8  8       6      6       ----         (6
     1728                             1728
  4) ----                          4) ----
     432                              432
  6) ----                          6) ----
     72 thl.                          72 thl.
```

Anm. 1. Der Unterſcheid/ Vortheil und Grund iſt: man verrichtet hier alles / was nach gemeiner Art erfodert wird/ practiſch.

Anm. 2. Es ſind hierinn zweene beſondere Vortheile 1. in der multiplication, 2. in der diviſion. Daher nimt man den erſten oder lezten allein / wenn man im andern keinen anbringen kann.

Anm. 3. Wenn im andern Satz eine kleine Sorte gegeben iſt/ und in dem facit ganze enthalten ſind: ſo reducire ſie vortheilhaftig nach §. 503.

Anm. 4. Man nehme zur Ub. alle Ex. §. 269. durch/ und bringe alle Vortheile ſo wohl der multiplication, als diviſion an/ die ſich ſchicken wollen.

Andere Quelle.

§. 529. Der Haupt-Vortheil bey Proportions-Exempeln iſt/ daß man die gegebenen Zahlen

len

len in andere verwandele/ welche theils die Verhältniß des **erſten** und **andern** oder **dritten** Satzes offenbaren / theils aber zur operation kleiner und bequeemer ſind. und das geſchicht.

I. Wenn man die Sätze gegen einander aufhebt.

II. Wenn man einen Satz auf den andern zerfällt.

Anmerckungen und Erweiß.

An dem **gründlichen Verſtande** dieſer Er. iſt viel gelegen. ſie repræſentiren die volle Proportions Regul (§ 251.) und werden alſo allgemeine Vortheile durch die gantze arithmetic, wo jene zum Grunde liegt. Damit man nun **folgende Vortheile** gründlich verſtehen möge: ſo ſetze man dieſe Sätze zum voraus nochmahls bey ſich feſte.

1. Der **Grund** der regul de tri iſt: wie ſich der **erſte** Satz gegen den **andern** oder **dritten** verhält: ſo verhält ſich auch der **andere** oder **dritte** gegen den **vierten** (§ 200.).

2. Die **Verhältniß** des **erſten** und **andern** oder **dritten** Satzes iſt am offenbarſten/ wenn entweder in **beyden einerley Zahl**/oder in **einem von beyden** eine 1 iſt (§. 226. n. I. II.).

3. Und in beyden Fällen hat man auch die **leichteſten Schlüſſe**/ nemlich:

a. Iſt der **andere** oder **dritte** Satz dem **erſten gleich**: ſo iſt der **andere** oder **dritte** Satz auch ſelbſt der **vierte** Satz (§. 243. n. II. a. 2).

b. Iſt im **erſten** Satz 1: ſo iſt der **andere** oder **dritte** Satz ſelbſt der **Nahme** der Verhältniß. und weil die gröſte Zahl hinten: ſo darf man den **andern** oder **dritten** Satz nur damit multipliciren (§. 253 a. 2.).

c. Iſt im **andern** oder **dritten** Satz 1: ſo iſt der erſte ſelbſt der **Nahme** der **Verhältniß** (§. 226. n II.). und weil die **gröſte** vorne iſt: ſo darf man damit nur den **andern** oder **dritten** (wo die 1 nicht iſt) dividiren(§. 253. a. 2.).

4. Das

4. Das iſt die Urſach / woher die multiplications- und diviſions Ex. leichter ſind/ als die proportions-Ex. denn bey den beyden erſtern iſt allemahl in einem Satz 1. bey dieſen aber in allen mehr als 1 (§. 226. n. II u. § 262 n. 1.) und daher muß man zugleich multipliciren und dividiren.

5. Daher iſt es bey proport. Ex. ein Vortheil/ wenn man die Sätze ohne veränderung der Aufgabe dahin bringen kann: daß man im erſten und andern oder dritten Satze gleiche Zahlen habe oder in einem von beyden eine 1/ (oder welches einerley iſt wenn man ſie in multiplications- oder diviſions-Ex. verwandeln kann.) vermöge n. 3. 4.

6. Wenn man eine Zahl durch ſich ſelbſt aufhebt / ſo iſt der quotient 1. Folglich wenn man ſolche geſchickte Zahlen hat/ darunter eine die andere aufhebt: ſo entſtehet in einem von beyden: 1 (§. 85.). Folglich iſt das aufheben bey ſolchen Zahlen ein Vortheil. n. 5.

7. Wenn man eine Zahl auf die andere zerfällt: ſo nimt man lauter ſolche Zahlen an/ die entweder einander gleich/ oder doch gegen einander (κατ' ἐξοχὴν) geſchickte Zahlen ſind. (§. 480.). Folglich iſt das Zerfällen ein Vortheil. n. 6.

8. Wenn man zwoo Zahlen durch die dritte aufhebt: ſo bekomt man wenigſtens kleinere Zahlen: damit ſichs beſſer multipliciren und dividiren läſſet Folglich iſt es auch ein Vortheil.

Erſter Vortheil.

§. 530. Wenn man die Sätze gegen einander aufhebt.

I. **Erſter Fall**. Wenn der erſte und dritte Satz gegen einander geſchickte Zahlen ſind und ſich aufheben laſſen. V. a.

1. Hebe die beyden Sätze gegen einander auf (nach §. 523.) bis du entweder in einem von beyden eine 1/ oder in beyden doch ſolche Zahlen bekommſt/ die ſich nicht weiter aufheben laſſen.

2. Wenn du im erſten Satz 1 bekommſt: ſo haſtu ein Multiplicat. Ex. daher verfahre/ wie

in

in Multiplicat. Ex. nach gemeiner oder vortheilhaften Art. Z. E.

```
24) 24lb - 28th     (4 - 96lb?   8) 8C - 324thl -    (3  8) 144C
     1   112th.           4          1    972                18
                                          5832  (6 thl.     ---
                                                              3
                                                              6

it.  4) 144 Ell. - 16 thl.   (2   4) 288 Ell.
     9)  36        32 thl.        9)  72
     4)   4                       4)   8
          1                            2
```

3. Wenn im dritten Satz eine 1 kommt: ſo haſtu ein Diviſions-Ex. daher verfahre wie in Diviſions-Ex. nach gemeiner oder vortheilhaften Art. Z. E.

```
8) 32 C. -    4) 84 thl. -  8 C.?
    4            21 thl.    1
it. 8) 120 C. -  5) 385 thl. - 8 C.
        15           97 -      1
       in 5       3) 32 1/3 thl.
mahl 3 zerfällt.
```

4. Wenn in beyden Sätzen zuletzt mehr als 1 bleibt: ſo behältſtu ein proportions-Ex. doch haſtu nun kleinere und bequeemere Zahlen. Daher verfahre wie in proportions-Ex. nach gemeiner oder vortheilhaften Art. Z. E.

216 Ell.

4) 216 Ell. -	84 thl. (5 -	4) 360 Ell. ?
2) 54	420	2) 90
9) 27	3) 140 thl.	9) 45
3		5
it. 3) 84 lb. -	24 thl. -	3) 114 lb. ?
2) 28	4	38
14	6	2) 19 (4
2		76 (6
7		2) 456 thl.
		7) 228
		$32\frac{4}{7}$ thl.

Anm. In dem letzten Ex. kommt durch das aufheben im erſten Satz 14 im dritten 19/und alſo heiſt das gantze Ex. noch 14 lb. - 24 thl. - 19 lb. ? Das wird nun vollends nach §. 528 gemacht: nemlich der mittelſte Satz (24) wird in 4 mahl 6 zerfällt und damit der letzte Satz (19) multiplicirt/ iſt 456. und dieſe Summe mit dem erſten Satz (14) in 2 mahl 7 zerfällt dividirt.

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** iſt klar. Der **Vortheil** iſt handgreifflich. durch das **aufheben** des erſten und **dritten** Satzes bekommt man n. 2. u. 3. in einem von **beyden** eine 1. und n. 4. doch **kleinere** Zahlen/ damit ſichs leicht operiren läſſet: ſo daß man ſelten weiter einen Vortheil nöthig hat. Siehe §. 529. Der **Grund** iſt: die aufgehobenen Zahlen haben eben die **Verhältniß**/ als die gegebenen (§. 245. n. 2.).

2. Es ſind Lernenden zum beſten alle Zahlen womit man theils **aufhebt**/ theils ſonſt operirt/ aufgeſchrieben/ damit ſie den proceſſ deſto beſſer einſehen mögen. In praxi läßt man das meiſte weg.

3. Wenn in beyden Sätzen hinten nullen ſind/ ſo ſchneide man in beyden gleich viel ab, (§. 523. n.I. a. 3.).

4. Man nehme hiernach zur Ub. die Ex. §. 268. durch/ in welchen ſich der erſte und dritte Satz aufheben läſſet.

II. Anderer Fall. Wenn der erſte und andere Satz gegen einander geſchickte Zahlen ſind/ und ſich aufheben laſſen. V. a.

1. Hebe ſie gegen einander auf wie n. I. n. 1.

2. Wenn im erſten Satz 1 kommt: ſo verfahre/ wie n. I n. 2. Z. E.

$$18)\frac{18}{1}\text{ lb.} - \frac{72}{4}\text{ thl.} - \frac{31\text{ lb.}}{124\text{ thl.}}(4$$

3. Wenn im andern Satz 1 kommt: ſo iſt es auch ein diviſions-Ex. daher verfahre wie n. I. n. 3. Z. E.

$$9)\frac{36}{4}\text{ lb.} - \frac{9}{1}\text{ thl.} - 4)\frac{20\text{ lb.?}}{5\text{ thl.}}$$

4. Wenn in beyden mehr als 1 bleibt: ſo verfahre wie n. I. n. 4. Z. E.

$$2)\frac{32}{16}\text{ lb.} - \frac{18}{9}\text{ thl.} - \frac{19\text{ lb.?}}{81}(9$$

$$\frac{16}{4} \qquad 4)\frac{81}{20\text{ thl. } 6\text{ gl.}}$$

$$4 \qquad 4)\frac{20\text{ thl. } 6\text{ gl.}}{5\text{ thl. } 1\text{ gl. } 6\text{ pf.}}$$

Anm. 1. Was n. I. in den Anmerckungen 1-3 erinnert iſt/ gilt auch hier.

Anm. 2. Man nehme hiebey zur Ub die Ex. §. 268. auch durch/ in welchen ſich der erſte und andere Satz aufheben läſſet.

III. Dritter Fall. Wenn man in einem Ex. den andern und dritten Satz zugleich gegen

den

den erſten aufhebet/ und alſo die beyden vorigen Vortheile combiniret. V. a.

a. Einrichtung.

1. Hebe den erſten und einen von den übrigen (welchen du wilt / es ſey der andere oder dritte) ein oder mehrmahl durch einerley Zahl gegen einander auf / bis es nicht mehr gehen will.

2. Wenn ſich aber nun der erſte Satz (d.i. die gefundene Zahl des erſten Satzes) noch weiter mit dem übrigen Satz durch einerley Zahl aufheben läſſet: ſo hebe die beyden auch noch gegen einander auf/ bis es auch nicht mehr gehen will.

3. Wenn ſich aber die letzte Zahl des erſten Satzes noch wieder mit der letzten Zahl des Satzes/ den man zu erſt n. 1. mit ihm aufgehoben/ aufheben läſſet: ſo thue es wieder ſo lange/ bis es nicht mehr geht.

4. Wenn ſich die letzte Zahl des erſten Satzes nun wieder mit der letzten Zahl desjenigen Satzes/ den man n. 2. mit aufgehoben/ aufheben läſſet: ſo thut es noch weiter.

5. Wechſele damit ab: ſo lange du kanſt/ d.i. bis du im andern und dritten Satz ſolche Zahlen bekommſt/ darunter ſich keine mehr gegen der erſten will aufheben laſſen.

Anm. Es kommt ſelten ſo weit/ daß man ſo oft umwechſeln dürfte/ als hier gezeiget iſt: doch iſt es vollſtändig ausgedrückt/ wie es ſeyn ſolle und könne/ wenn ſichs zutrüge. Man geht jedesmahl ſo weit/ als man will und kann.

b. Operation.

1. Wenn im erſten Satz eine 1 kommt: ſo verfahre wie n. I. n. 2. Z. E.

$4)\frac{16}{4}$ lb. – $4)\frac{44}{11}$ thl. – $4)\frac{20}{5}$ lb?

$4)\frac{4}{1}$ $\frac{5}{55}$

$4)\frac{36}{9}$ lb. – $4)\frac{32}{8}$ thl. – $9)\frac{63}{7}$ lb?

$9)\frac{9}{1}$ $\frac{7}{56}$ thl.

Anm. Im erſten Ex. iſt der erſte und andere Satz durch 4 aufgehoben/ weil aber 4 u. 11 ſich nicht weiter aufheben laſſen / ſo iſt die 4 im erſten Satz mit dem dritten 20 auch noch durch 4. aufgehoben.

2. Wenn im andern oder dritten Satz 1 kommt: ſo verfahre/ wie n I. n. 3. oder n. II. n. 3. Z. E.

$6)\frac{96}{16}$ lb. – $6)\frac{42}{7}$ thl. – $8)\frac{8}{1}$ lb?

$8)\frac{16}{2}$ $\frac{7}{2}$ | $3\frac{1}{2}$ th.

$6)\frac{96}{16}$ lb. – $8)\frac{8}{1}$ thl. – $6)\frac{42}{7}$ lb?

$8)\frac{16}{2}$ $\frac{7}{2}$ | $3\frac{1}{2}$

3. Wenn in allen Sätzen mehr als 1 bleibt: ſo verfahre/ wie n. I. n. 4. Z. E.

$5)\frac{80}{16}$ lb. – $4)\frac{28}{7}$ thl. – $5)\frac{15}{3}$ lb.

$4)\frac{16}{4}$ $\frac{7}{21}$ (3

$4)\frac{21}{5\frac{1}{4}}$ thl.

2) 448 Ell. -	4) 36 thl. -	2) 378 Ell.?
224	9	189
4) 56		9
7		7) 1701
1 8		243
		8) $30\frac{3}{4}$ thl.

Anm. In dem letzten Ex. iſt die letzte Zahl des **erſten** Satzes 56 noch in 7 mahl 8 zerfällt/ und damit die Summe des **andern** und **dritten** Satzes dividirt.

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** von der gemeinen Art iſt klar / aber von n. I. u. II. beſteht er darinn/ daß dort nur allemahl NB. ein Satz mit den erſten aufgehoben wird/ hier aber der **andere** ſo wohl als der **dritte**. Der **Vortheil** iſt; man bekommt dadurch in einem Satz entweder 1 oder doch **kleinere** Zahlen / welches nach n. I. oder II. allein nicht geſchehen würde. Der **Grund** iſt: die Summe des **andern** und **dritten** Satzes ſoll durch den **erſten Satz** dividirt werden / ſo iſt der quotient der **vierte** Satz (§. 261.). Wenn nun der **andere** und **dritte Satz** mit eben den Zahlen aufgehoben wird / womit man den **erſten** Satz aufhebt: ſo wird jener ihre Summe/ die ſie ausmachen ſollen/ als der NB. dividendus, und der **erſte** Satz/ als NB divisor nach proportion gleich **verkleinert**. Folglich bleibt auch immer **einerley Verhältniß** und folglich auch **einerley** quotient (und facit). Denn der quotient und die **Verhältniß** iſt einerley (§. 225.).

2. Wem dieſer **Grund** nicht faßlich iſt / der ſtelle ſichs alſo vor. wenn man z. E. a. nach n. I. den **erſten** und **dritten** Satz allein aufhebt / ſo weit man kann: ſo haben die **gefundenen** Zahlen nach **einerley Verhältniß** und **einerley** facit mit den **gegebenen**. Wenn man b. nun auch noch nach n. II. den **andern** Satz gegen den **erſten** aufhebet: ſo behalten die **gefundenen** Zahlen noch **einerley**

Verhältniß und facit mit den **vorigen** (litt. a.) und folglich auch mit der **gegebenen**/ denn die litt. a. waren wieder dieſen **gleich**: vermöge des **Grund-Satzes** Vorb. §. 32. n. 3.

3. Es ſind in den Ex. alle Zahlen/ wodurch jeder Satz aufgehoben iſt/ völlig ausgedruckt/ damit es ein jeder wiederfinden könne. In praxi läſſet man ſie weg/ oder ſchreibt ſie nur allein beym **erſten**.

4. Wenn man den **erſten Satz** nach der multiplication in 2 ſolche Zahlen zerfällen kann/ darunter jede einen von den beyden übrigen Sätzen aufhebt: ſo hebe mit jeder Zahl einen Satz auf/ und denn multiplicire bloß die kommenden Zahlen des **andern und dritten** Satzes/ ſo haſtu das facit.

Z. E.	24 lb. -	6) 36 thl. -	4) 32 lb.
	4	6	8
	6	48	8 thl.

Der Grund iſt: es iſt ſo gut/ als wenn der erſte Satz bis auf 1 aufgehoben würde/ denn die letzte 6 hebt ſich ſelbſt noch auf und gibt 1.

5. Es könnte noch manches erinnert werden: wenn man aber dis recht gründlich verſteht/ ſo wird man ſelbſt weitere Vortheile abſehen/ und welche man bey andern findet/ gründlich verſtehen können.

6. Uberhaupt aber mercke man von der **aufhebung** der **Sätze** noch folgende 3 Puncte. 1. Man kann den **andern** und **dritten** Satz vor ſich nicht gegen einander aufheben/ und den erſten ungeändert laſſen ſondern nur **einen** von beyden mit dem **erſten**: wie n. I. II. gezeiget iſt. Denn ſonſt würde die Summe des **andern** und **dritten** Satzes/ als der dividendus allein verkleinert/ und der diviſor nicht/ und daher müſte nothwendig der quotient (oder das facit) kleiner werden/ als er ſeyn ſollte. 2. Mann kann auch den **erſten/ andern** und **dritten** Satz nicht zugleich durch einerley **Zahl** aufheben/ ſondern mit einer **jeden Zahl**/ wodurch man den **erſten** Satz aufhebt/ kann nur **einer** von bey-

bey-

beyden übrigen mit aufgehoben werden. Denn ſonſt würde der diviſor nur einfach aber der dividendus doppelt aufgehoben/ und alſo würde der quotient auch kleiner/als er ſeyn ſollte. Und 3 kann man auch den erſten Satz nicht allein aufheben/ denn ſo würde der diviſor allein aufgehoben/ und würde alſo der quotient gröſſer als er ſeyn ſollte. (Siehe a. 1.).

7. Man gehe zur Ub. die Ex. §. 268. durch/ und ſehe zu/ welche ſich nach n. III. ausarbeiten laſſen.

Anderer Vortheil.

§. 531. Wenn man die Sätze auf einander zerfället.

I. Erſter Fall. Wenn man den NB. dritten Satz auf den erſten zerfället. V. a.

1. Zerfälle den dritten Satz auf den erſten/ nach §. 468 u. §. 523. n. II.

2. Nimm die erſte Zerfällungs-Zahl vor/ und ſuche ihr facit vermöge ihrer Verhältniß gegen den erſten Satz. Nemlich

a. Iſt ſie dem erſten gleich / ſo ſetze den andern Satz ſelbſt zum facit hin.

b. Iſt ſie gröſſer: ſo multiplicire den andern Satz mit dem zur Seiten ſtehenden Nahmen der Verhältniß.

c. Iſt ſie kleiner: ſo dividire den andern Satz mit dem zur Seiten ſtehenden Nahmen der Verhältniß.

3. Nimm die andere Zerfällungs-Zahl vor: ſiehe zu/ ob ſie gegen den erſten Satz/oder gegen die erſte Zerfällungs-Zahl gehalten worden.

a. Iſt das erſte: ſo verfahre gantz/wie n. 2. a. b. c.

b. Iſt das letzte/ ſo ſuche ihr facit aus dem
NB. nun ſchon bekannten facit der erſten Zerfällungs-Zahl (nicht des erſten Satzes) und zwar vermöge ihrer Verhältniß gegen dieſelbe eben ſo/ als n. 2. a. b. c.

4. Nimm die dritte Zerfällungs-Zahl vor: nnd ſiehe zu/ ob ſie gegen den erſten Satz/ oder gegen eine von den vorigen 2 Zerfällungs-Zahlen gehalten wird.

a. Iſt das erſte, ſo verfahre gantz wie n. 2. a. b. c.

b. Iſt das andere/ ſo ſuche ihr facit aus dem bekannten facit der Zerfällungs-Zahl gegen welche ſie gehalten wird/ vermöge ihrer Verhältniß/ eben wie n 2. a. b. c.

5. Gehe auch die übrigen Zerfällungs-Zahlen eine nach der andern alſo durch.

6. Das facit derſelben ſchreibe unter den NB.
andern Satz unter einander hin/ und addire es endlich alles zuſammen. Z. E.

48 lb. - 26 thl. - 146 lb.?		48 lb. - 26 thl. -	146 lb.?
26 thl. - 48		52	96(2
52 - - 96(2		26	48
$1\frac{2}{24}$ th. d. i. 2 gl 2($\frac{1}{24}$		$1\frac{2}{24}$ thl.	2($\frac{1}{24}$
79 thl. 2 gl.		$79\frac{2}{24}$ thl.	

48 lb. - 26 thl.	--	146 lb.?
13 thl.		24($\frac{1}{2}$
52 -		96(4
13 -		24
$1\frac{1}{12}$ d. i. 2 gl.		$2\frac{1}{12}$
79 thl. 2 gl.		

II. An-

II. Anderer Fall. Wenn man den NB. andern Satz auf den erſten zerfället. V.a.

1. Zerfälle den NB. andern Satz auf den erſten nach §. 468. u. §. 523. n. II.

2. Nimm die erſte Zerfällungs-Zahl vor: und ſuche ihr facit aus dem NB. dritten Satz / wie n. I. n 2. a b. c.

3. Nimm die folgenden Zahlen eine nach der andern vor / und ſiehe ob ſie ſich auf den erſten Satz oder auf eine der vorhergehenden Zerfällungs-Zahlen referiren.

a. Iſt das erſte: ſo ſuche ihr facit aus dem NB. dritten Satz / wie n. I.

b. Iſt das letzte: ſo ſuche ihr facit aus dem bekannten facit derſelben Zerfällungs-Zahl wie n. I. n. 2. b.

4. Ihr facit ſchreibe unter den NB. dritten Satz / und addire es endlich zuſammen. Z. E.

48 lb.-26 thl.-146 lb.?		48 lb.-26 thl.-146 lb.?	
24($\frac{1}{2}$	73 thl.	12($\frac{1}{4}$	36 thl. 12 gl.
$2\frac{1}{12}$	$6\frac{1}{12}$	12	36 - 12
	2 -	$2\frac{1}{6}$	6 - 2 -
	$79\frac{1}{12}$ thl.		79 thl 2 gl.

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid iſt klar. und der Vortheil ſehr groß. Man kann dadurch inſonderheit ungeſchickte Zahlen / die ſich nicht gegen einander aufheben laſſen / auf eine ſehr leichte Art tractiren / wenn nur der erſte Satz irgend eine Zahl iſt / darauf man eine andere füglich zerfällen kann. ja man zerfällt daher auch wohl geſchickte Zahlen gegen einander.

2. Der **Grund**/ ſo wohl daß es richtig / als woher es ſo leicht ſey/ beſtehet im folgenden. 1. Wenn man eine Zahl auf die andere zerfällt/ ſo bekommt man lauter **ſolche geſchickte Zahlen**/ darunter eine die **andere** aufhebt (§. 468. n. 1. verglichen mit § 464.) 2. Folglich wird dadurch die **Verhältniß** des **erſten** und **andern** oder **dritten** Satzes offenbar / denn es ſind entweder **gleiche** Zahlen / oder ſolche / darunter die eine 1 bringt/ wenn man ſie gegen einander aufhübe (§. 529 a 6.). Nemlich wenn die Zerfällungs-Zahl **gröſſer** iſt/ ſo wird die 1 im **erſten Satz** ſupponirt/ und wenn ſie **kleiner** iſt im **andern** oder **dritten** Satz. 3. Und alſo macht man aus einem ſchweeren Ex ſo viel **beſondere leichte** Ex./ als man **Zerfällungs Zahlen** im **andern** oder **dritten** Satz annimmt. §. 226. a. 1. 4. Weil aber alle **Zerfällungs-Zahlen** der gegebenen Zahl gleich ſind (§. 468.): ſo muß auch ihr facit zuſammen genommen jener ihrem **gleich** ſeyn. Z. E. aus dem erſten Ex. n. I.

48 lb. - 26 thl. - 146 lb. ? fac. 79 thl. 2 gl.

Sind drey beſondere Ex. gemacht. Die heiſſen

1.	48 lb. - 26 thl. - NB. 48 lb. ? fac.	26 thl.	≈	-
2.	48 lb. - 26 thl. - NB. 96 lb ? fac.	52	-	≈ -
3.	48 lb. - 26 thl. - NB. 2 lb. ? fac.	1	-	2 gl.
	Summa	79 thl.		2 gl.

3. Wenn eine **Zerfällungs-Zahl** nicht auf den **erſten** Satz ihr Abſehen hat/ ſo wird doch eine **andere** Zahl an ſeiner Stelle angenommen/ die mit ihm in gewiſſer Verhältniß ſteht/ und der Schluß geht/ wie §. 483. n. II. a. 1.

4. Den **erſten Satz** kann man nicht zerfällen/ denn er iſt der diviſor (§ 487. a.). auch kann man nicht den **andern** und **dritten** Satz gegen einander zerfällen: denn ihre Verhältniß iſt nicht der **Grund** des Schluſſes/ ſondern des **erſten** und **andern** oder **dritten** Satzes? (§. 260.).

5. Wenn man nach §. 530. die Sätze ſchon aufgehoben hat/ und noch **groſſe Zahlen** bleiben: ſo kann man den **andern** oder **dritten** Satz doch noch hiernach zerfällen.

6. Oft

6. Oft muß man eine Zerfällungs-Zahl annehmen / deren Verhältniß eine zuſammen geſetzte Zahl iſt Z. E. 2 auf 24 iſt $\frac{1}{12}$. Da kann man auch eine geborgte Hülfs-Zahl annehmen/ oder ſie nach der multiplication zerfällen und damit operiren / hernach aber aus ihrem facit das eigentliche ſuchen/ und jenes wieder wegſtreichen/ wie §. 515. n. V. a. 3.

7. Man gehe hiernach zur Ub. auch die Ex. §. 269. durch.

Ende der dritten Section.

Des erſten Abſchnitts.
Vierte Section,
Von den
Vortheilen der Verhåltniß und der
REGUL DE TRI
in U. Sorten.
Erſtes Capittel.
Von den Vortheilen der Verhåltniß in U. Sorten.
Erſter Abſatz.
Von den Vortheilen der Ration.
I. Bey åhnlichen Såtzen p. 428. ſeq.
Erſte Aufgabe.

§. 532. Wenn in jedem Satz nur eine Sorte ſteht.

Erſte Quelle. V. a.

1. Reſolvire die gröſte Sorte vortheilhaftig in die kleinſte nach §. 500. oder 501. 2. Nun ſuche ihre Verhåltniß vortheilhaftig nach §. 521. oder 523. Z. E. 4 thl.

$$\frac{4}{}\text{ thl. u. }\frac{12\text{ gl.}}{1}\quad\text{it.}\quad 8)\frac{8\text{ gl.}}{1}\text{ - }\frac{3}{}\text{ thl.}$$

$$12)\frac{\text{f. }96\text{ gl.}}{8}\qquad 8)\frac{\text{f. }72\text{ gl.}}{9}$$

Andere Quelle.

I. **Erſter Fall.** Wenn die gegebenen vniteten der kleinſten Sorte ein grader Theil ſind von 1 gantzen der gröſſern Sorte und zwar

1. Wenn von der gröſſern Sorte nur 1 gegeben iſt: ſo dividire mit den gegebenen vniteten in die volle Anzahl/ die zu einem gantzen gehöret/ und den quotienten ſetze unten oder neben die hinterſte Sorte hin. und zwar/ ſteht die kleinſte hinten: ſo ſetze ihn mit 1 in einen Bruch/ ſteht die gröſte hinten/ſo ſetze ihn allein hin Z. E.

1 thl. u. 12 gl. oder 12 gl. u. 1 thl.
$\frac{1}{2}$ $\qquad\qquad$ $\overset{\frown}{2}$

Anm. Der **Verſtand** im erſten iſt/ 12 gl. iſt $\frac{1}{2}$ von 1 thl. im andern/ 1 thl. iſt 2 mahl ſo groß/ als 12 gl. geübte behalten die Verhältniß bloß im Sinn.

2. Wenn von der gröſſern mehr vniteten gegeben ſind. ſuche die Verhältniß zu erſt gegen 1 gantzes der gröſſern Sorte nach n. 1. den quotienten aber multiplicire mit der gegebenen Anzahl der gröſſern Sorte; und ſchreibe nun die Summe eben ſo hin/ wie vorhin den quotienten. Z. E. 3 thl. - 12 gl. oder 12 gl. - 3 thl.
$\frac{1}{6}$ $\qquad\qquad$ $\overset{\frown}{6}$

4 thl. - 8 gl. oder 8 gl. - 4 thl.
$\frac{1}{12}$ $\qquad\qquad$ $\overset{\frown}{12}$

II. An-

II. Anderer Fall. Wenn die vniteten der kleinſten Sorte ein ungrader Theil von 1 gantzen der gröſten Sorte ſind. und NB. die kleinſte Sorte hinten ſteht. V. a.

1. Zerfälle die vniteten der kleinſten Sorte auf 1 gantzes.

2. Bemercke der erſten ihre Verhältniß gegen die gröſte Sorte (es mögen 1 oder mehr gantze gegeben ſind) nach n. I. n. 1. 2. Der übrigen aber entweder gegen eben dieſelbe oder gegen die vorhergehende Zerfällungs-Zahlen. Z. E. 1 thl. - 18 gl. oder 1 thl. - 18 gl.

1 thl. - 18 gl.		oder 1 thl. - 18 gl.	
$12\frac{1}{2}$		$12\frac{1}{2}$	
$6\frac{1}{4}$		$6\frac{1}{2}$	
2 lb. - 24 L.		oder 2 lb. - 24 L.	
$16\frac{1}{4}$		$16\frac{1}{4}$	
$8\frac{1}{8}$		$8\frac{1}{2}$	

Anmerckungen:

1. Der Unterſcheid, Vortheil und Grund iſt hiebey offenbar es kommt völlig überein mit der Zerfällung kleiner Sorten auf gröſſere (§. 514. n. II. n. 3. n. III. u. Anm. 5.) ausgenommen, daß man hier n. I. wenn die gröſte hinten ſteht, die Verhältniß nicht Bruchweiſe anmercken kann.

2. Die Zerfällung n. II. findet nicht anders ſtatt, als wenn die kleinſte Sorte hinten ſteht. Denn man ſucht dieſe Verhältniß unter dem erſten und dritten Satz der regul de tri. Nun aber kann wohl der dritte auf den erſten, aber nicht der erſte auf den dritten zerfällt werden. Denn der erſte iſt der diviſor, und muß unzertrennt bleiben (§. 487. a.). Des dritten ſein facit aber kann man wohl Stückweiſe ſuchen, wie hernach mit mehrern erhellen wird.

3. Manche Anzahlen der kleinen Sorten, die kein gra-

der

der Theil von 1 gantzen/ ſind bekannte grade Theile von mehrern. Z. E. 16 gl. iſt ein grader Theil von 2 thl. it. 18 gl. iſt ein grader Theil aus 3 thl. etc. In ſolchem Fall nun hat man nicht nöthig ſie nach n. II. auf 1 gantzes zu zerfällen/ ſondern kann ſie als grade Theile tractiren wie n. I. nemlich 1. wenn die Anzahl der gantze da iſt/ die ſie zu nächſt als grade Theile ausmachen/ ſo bemercke ihre Verhältniß als n. I. Z. E.

2 thl.-16 gl.	16 gl.-2 thl.	3 thl.-18 gl.	18 gl.-3 thl.
$\frac{1}{3}$	$\frown$ 3	$\frac{1}{4}$	$\frown$ 4

Wenn aber 2. ſolche Zahlen da ſind/ in welchen jene etliche mahl enthalten ſind/ ſo nimm a. die Verhältniß gegen jene/ und b. dieſelbe multiplicire ſo oft/ als dieſe in jenen ſtecken. Z. E. 16 gl. u. 6 thl. da iſt 2 thl in 6 thl. 3 mahl enthalten. Folglich iſt auch 16 gl. in 6 thl. $\frac{1}{9}$ den̄ 3 mahl 3 iſt 9. u. ſ. f.

4. Ex zur Ub. ſuche man §. 280.

Andere Aufgabe.

§. 533. Wenn in dem einen Satz nur eine/ in dem andern aber U Sorten gegeben werden.

Erſte Queſſe.

1. Bringe beyde Sätze vermittelſt der practiſchen reſolution unter einerley Benennung/ nach den §. 279. n. I. n. 2. a. b. c. berührten Fällen. 2. ſuche ihre Verhältniß practiſch nach §. 523. n. I. II.

Andere Quelle.

I. Erſter Fall. Wenn im vörderſten Satz nur eine/ in dem andern aber U. Sorten ſtehen. V. a.

Erſter Vortheil.

a. Nimm eine jede Sorte des letztern Sa-

tzes

tzes (von der höchſten bis zur niedrigſten) a part vor/ und ſuche einer jeden ihre Verhältniß gegen die NB. erſte a part. Nemlich

1. Derer die ihr gleich ſind/ wie unter einer Sorte §. 523. n. I. II.

2. Derer aber/ die ihr ungleich ſind/ nach §. 532. n. I. II. Z. E.

2 lb. - 4 lb. 16 L. it. 8 L. - 3 lb. 24 L. 2 Qu.
2 $\frac{1}{4}$ 12 3 $\frac{1}{16}$

3 lb. - 8 lb. 20 L. it. 12 gl. - 6 thl. 6 gl. 8 pf.
6(2 16($\frac{1}{8}$ 12 $\frac{1}{2}$ $6\frac{1}{24}$
2($\frac{1}{3}$ 4($\frac{1}{4}$ $2\frac{1}{8}$

Anderer Vortheil.

b. Wenn ſichs füglicher will thun laſſen: ſo ſuche nur einer oder etlicher Sorten (es ſey welche es wolle) ihre Verhältniß gegen den erſten Satz: und die übrigen halte wieder gegen dieſe u. ſ. w. Z. E.

1. 4 thl. - 2 thl. 16 gl. 6 pf. 2. 1 L. - 4 lb. 8 L.
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{32}$ 16

3. 9 lb. - 4 lb. 12 L.
$3\frac{1}{3}$ $8\frac{1}{16}$
$1\frac{1}{3}$ $4\frac{1}{2}$

Anm. 1. In dem erſten Ex. iſt 1. 2 thl. gegen 4 thl. gehalten. 2. 16 gl. gegen 2 thl. u. 3. 6 pf. gegen 16 gl. denn das iſt leichter/ als wenn man eine jede gegen 4 thl. halten ſollte. In dem andern Ex. iſt 1. 8 L. gegen 1 L. gehalten/ und 2. 4 lb. gegen 8 L. denn das iſt leichter/ als 4 lb. gegen 1 L. zu halten. In dem dritten Ex. iſt 1. 4 lb. auf 9 lb.

zer-

zerfällt/ n. 2. 12 ℒ. auf 4 lb. und ſo kann man nach belieben und befinden umwechſeln.

Anm. 2. Dis alles wird in der regul de tri nützlich und nöthig ſeyn.

II. Anderer Fall. Wenn im vörderſten Satz U. Sorten ſtehen im andern aber nur eine. Da iſt kein weiterer Vortheil als der erſten Quelle/ nemlich daß man die U. Sorten practiſch unter einen Nahmen bringt. Denn der vorderſte Satz iſt der divisor, und muß ungetrennt bleiben/ (wie §. 533. n. 2. geſagt iſt.).

Anm. Ex. zur Ubung ſuche man § 280.

Dritte Aufgabe.

§. 534. Wenn in beyden Sätzen U. Sorten gegeben werden.

Erſte Quelle.

1. Bringe beyde Sätze vermittelſt der practiſchen resolution unter einerley Benennung nach den §. 279. I. n. 3. a. b. berührten Fällen. und
2. ſuche ihre Verhältniß practiſch nach §. 523. n. I. II.

Andere Quelle.

Hiebey iſt weiter kein Vortheil anzubringen. der vörderſte Satz muß allemahl unter einen Nahmen gebracht werden (§. 533. n. II.). Fünde man aber alsdenn/ daß es thunlich ſey/ jede Sorte des andern Satzes a part dagegen zu halten: ſo kann man es thun/ es geht gantz nach §. 533. denn im vörderſten Satz hätte man ſo dann eine Sorte/ in dem hinterſten aber U. Sorten.

Anm.

Anm. Ex zur Ub. ſuche man §. 280.

II. Bey unåhnlichen Såtzen. §. 281.

§. 535. Die Verhåltniß unter unåhnlichen Såtzen U. Sorten zu finden.

I. **Erſte Quelle.** 1. Bringe beyde Såtze vermittelſt der practiſchen reſolution unter einerley **Benennung** nach den § 281. I. angefůhrten Fållen/ 2. ſuche ihre Verhåltniß practiſch/ wie §. 523. n. I. II.

II. Andere Quelle. Hievon iſt nicht nöthig ein mehrers zu berůhren. Wer die vorigen 3 Aufgaben bey åhnlichen Såtzen grůndlich gefåſſet / wird auch hiebey leicht abſehen / wo ein Vortheil angehe ? und was fůr einer ? Meiſtens aber kann und muß man ſich an dem **Vortheil** der erſten Quelle begnůgen laſſen.

Anm. Ex. zur Ubung ſind §. 282.

Zuſatz.

§. 536. In der practiſchen regul de tri ſucht man oft die Verhåltniß des erſten und andern Satzes / ob gleich nicht **Sorten** einer Claſſe darinn angetroffen werden. §. 274. a a. Davon mercke man nun einmahl fůr allemahl folgenden Unterricht.

I. Es wird dabey vorausgeſetzt/daß im erſten Satz nur eine Sorte gegeben oder ſchon gemacht iſt.

II. Man ſieht dabey nicht auf die gröſſe der Sorten/ ſondern allein auf die NB. Anzahl der

vniteten / als wenn ſie von einerley Sorte wären. Folglich

III. Wenn im andern Satz auch nur eine Sorte iſt: ſo wird ihre Verhältniß geſucht/ als die in einer Sorte §. 523. n. I. II. und ſo iſt es oben in der regul de tri mit einer Sorte gehalten.

IV. Wenn aber im andern Satz U. Sorten ſtehen: ſo mercke noch folgende Vortheile.

a. Erſte Quelle. 1. Bringe die Sorten des andern Satzes vortheilhaſtig unter einen Nahmen. und dann ſuche ihre Verhältniß nach § 523. n. I. II.

b. Andere Quelle. Entweder

1. Hebe die Sätze gegen einander auf/ ſo daß du die vniteten einer jeden Sorte a part gegen den erſten aufhebſt und den Reſt der gröſſern zu den folgenden ſchlägeſt. Z. E.

6) 36 lb. - 6 thl, 18 gl.
6) 6 - 1 - 3 -
1 5 - 4 - 6 pf.

Anm. Am beſten iſt es/ wenn der erſte Satz eine geſchickte Zahl iſt/ die ſich nach der multiplication ohne plus u. minus zerfällen läſſet. Denn auf die Weiſe bekommt man im erſten Satz allemahl zuletzt 1.

2. Oder zerfälle eine jede Sorte auf den erſten Satz. Z. E.

4 lb. - 6 thl. - 14 gl. 8 pf.
4 12(3 2
2(½ 2(½

Anm

Anm. Wenn es füglicher angeht/ ſo zerfälle nur eine Sorte gegen den erſten Satz/ und die übrigen halte gegen dieſelbe Sorte. Doch NB. wenn dis letzte geſchicht: ſo muß man wieder als bey Sorten einer Claſſe auf ihre Gültigkeit ſehen/ gantz wie §. 533. n. I. b. Z. E. 4 lb. - 2 thl. 16 gl. da halt 2 thl. gegen 4 lb. iſt $\frac{1}{2}$ aber 16 gl. gegen 2 thl. f. $\frac{1}{3}$.

Anderer Abſatz. p. 437.
Von der Proportion in U. Sorten.

§. 537. Hiebey iſt nichts zu erinnern. Die Vortheile davon werden theils in der regul de tri mit U. Sorten/ theils in der regula de tri indirecta folgen.

Der vierten Section
Anderes Capittel.
Von den Vortheilen der REGUL DE TRI in U. Sorten.

I. Multiplications-Exempel.
Erſte Aufgabe. §. 292.

§. 538. Wenn im andern Satz nur eine kleine Sorte ſtehet. Hiebey gehen alle Vortheile der Multiplication in U. Sorten an/ da im multiplicando nur eine kleine Sorte gegeben worden (§. 515.).

Anm. 1. Man kann alle daſelbſt (§. 515.) nach allen Vortheilen befindliche Ex. hiernach durchgehen/ ſo daß man den multiplicandum zum andern und den multiplicantem zum dritten Satz annimmt/ und im erſten Satz eine 1 von der Sorte des dritten Satzes ſetzet. Z. E. §. 515. n. I. ſteht das Ex. 18 gl. mit 12. daraus wird ein Ex.

der regul de tri, wenn du voran noch 1 ſetzeſt / und dem erſten und dritten Satz einerley Benennung gibſt. Hieſſe 1 lb.-18 gl.- 12 lb? oder 12 lb. à 18 gl. u. ſo auch in andern. Die operation iſt gantz einerley.

Anm. 2. Wer noch mehr Ex. zur Ubung begehrt / findet ſolche §. 293. oder auch §. 195.

Andere Aufgabe. §. 294.

§. 539. Wenn im andern Satz U. Sorten ſtehen: hiebey finden alle Vortheile der multiplication in U Sorten ſtatt / da im multiplicando U. Sorten gegeben worden §. 516.

Anm. 1. Man gehe hiernach alle Ex. §. 516 nach allen Vortheilen durch / und mache ſie eben ſo zu lauter Multipl. Ex. der regul de tri, als §. 537. a. 1. gezeiget iſt.

Anm. 2. Ex. zur Ubung findet man §. 295. auch §. 197.

Dritte Aufgabe. §. 296. n. 1.

§. 540. Wenn im dritten Satz eine andere Sorte ſtehet / als im erſten.

I. Erſter Fall. Wenn im dritten Satz eine NB. gröſſere Sorte / als im erſten iſt.

1. Bringe den erſten u. dritten Satz vermittelſt der practiſchen reſolution unter einerley Benennung / und dann 2. multiplicire den andern und dritten mit einander practiſch. Z. E.

1 lb.-20 thl.- 2 C.? 1 C. 2 thl. - 4 lb.?

4	110		32
5	220 C.		128 C.
	880 (4		256 thl. (2
	4400 thl. (5		

Anm.

Anm. Man gehe hiernach die Ex. §. 297. durch.

Andere Quelle.

II Anderer Fall. Wenn im dritten Satz eine NB. kleinere Sorte/ als im erſten iſt.

1. Suche die Verhältniß der kleinern Sorte gegen 1 gantzes der unmittelbar oder mittelbar vorhergehenden gröſſern Sorte/ die im erſten Satz iſt/ vermittelſt der Zerfällung nach § 514.

2. Damit dividire den andern Satz nachdem du es vortheilhaftig findeſt.

```
1 lb. -    8 thl. - 8 L.?        1 lb. -    8 thl. - 12 L.?
      4)  --------               4)  -------   ----
           2 thl.   1/4                 2 thl.   8 1/4
                                 2)
                                        1 thl.   4 1/2
                                        ----
                                        3 thl.

1 thl. -   12 lb. - 6 pf.?       1 thl.    12 lb. - 8 pf.
      6)  --------              6)  -------   ----
           2 lb.    1/48                2 lb.    6 1/48
      8)  --------                     ---------
           , - 8 L.                     , - 8 L. 2 1/3
                                             2 2/3 L.
                                           ----------
                                            10 2/3 L.
```

Anm. 1. Nach gemeiner Art kann man dieſe Ex. nicht als multiplications-Ex. tractiren/ denn im erſten Satz könnte nicht 1 bleiben/ wenn man die Sorten unter einerley Benennung bringen ſollte (§. 290.) : ſondern es würde ein proportions-Ex. und daher müſte man die Vortheile der proport. Ex. anbringen.

Anm. 2. Der Unterſcheid von gemeiner Art iſt n. I. daß man alles practiſch verrichtet. hier aber n. II. daß man den dritten auf den erſten Satz zerfällt. Und daher iſt auch der Vortheil und Grund offenbar.

Anm. 3. Zur Ubung auf n. II nehme man folgende Ex.

1. 1 lb. - 3 thl. - 29 L? fac. 2 thl. 17 gl. 3 pf.
2. 1 lb. - 18 thl. - 24 L? f. 13 thl. 12 gl.
3. 1 Wl. - 24 thl. - 6 Schl? f. 6 thl.
4. 1 thl. - 30 lb. - 10 pf? f. 1 lb. $1\frac{1}{3}$ L.
5. 1 Mr. - 12 thl. - 8 L? f. 6 thl.
6. 1 Mr. - 16 thl. - 12 L? 12 thl.

Vierte Aufgabe. §. 296. n. 2.

§. 541. Wenn im dritten Satz U. Sorten gegeben werden.

I. Erſte Quelle. 1. Bringe den erſten und dritten Satz vermittelſt der practiſchen reſolution unter einerley Benennung nach §. 279. 2, Multiplicire den andern und dritten Satz practiſch nach §. 477. ſeqq. Z. E.

1lb.-2 thl. - 2 C. 20lb? 1lb.-16 thl. - 2 C.-20lb.

110	4	240 lb.
240 lb. (2	4	960 (4
480 thl.		3840 thl. (4

Anm. 1. Hiebey wird noch vorausgeſetzt / daß im dritten Satz keine kleinere Sorte / als im erſten iſt: aber n. II. wird man auch Rath finden / wenn eine kleinere da iſt.

Anm. 2. Ex. zur Ub. ſind §. 297.

II. Andere Quelle. Nimm eine jede Sorte des dritten Satzes von der höchſten bis zur niedrigſten a part vor: ſuche ihr facit aus dem andern Satz vermöge ihrer Verhältniß gegen den erſten Satz: ſetze es unter einander hin / und addire es endlich alles zuſammen: und zwar

1. Iſt eine Sorte des dritten Satzes der Sorte des erſten NB. gleich: ſo iſt die Anzahl

des

des dritten Satzes ſelbſt der Nahme der Verhältniß (Deñ im erſten Satz iſt 1 (§. 228. n. II.): und alſo macht ſolche mit dem erſten Satz ein multiplicat. Ex. von einer Sorte aus. Daher verfahre / wie § 525.

Anm. d. i. multiplicire den andern Satz durch die Anzahl ſolcher Sorte des dritten Satzes u. zwar / nachdem du jenen oder dieſe zur operation am bequemſten findeſt. Die Summe ſetzet man ordentlich unter den andern Satz. Wenn aber der andere Satz zur operation bequeemer iſt / als die Anzahl im dritten / und man daher mit dem andern Satz operirt: ſo pflegt man ſie auch wohl unter den dritten Satz hinzu ſchreiben. Wie die Ex zeigen werden.

2. Iſt eine Sorte des dritten Satzes NB. gröſſer, als die Sorte des erſten: ſo ſuche ihre Verhältniß gegen dem erſten Satz und operire nach §. 539. n. I.

Anm. Bey gröſſern und kleinern Sorten kann man die Sätze in der operation nicht verwechſeln / ſondern man muß allemahl mit der Verhältniß den NB. andern Satz multipliciren oder dividiren.

3. Iſt eine Sorte des dritten Satzes NB. kleiner / als die Sorte des erſten: ſo ſuche ihre Verhältniß gegen dem erſten und operire / wie §. 539. n. II. Z. E.

```
1lb.-18thl. (6 36lb.16L? 1lb.-18thl.-36lb. (3 16L?
  108      (6  6  ½ oder   3    108      (16 ½
  648thl.  (6  6           6    648th.
    9 -                           9 -
  657 thl.                      657 thl.
```

Anm. In dieſem Ex. iſt 1. die höchſte Sorte der erſten gleich (1 lb. - 36 lb.) alſo iſt der andere Satz 18 thl. mit 36

36 multiplicirt. und weil beydes geſchickte Zahlen ſind; ſo iſt es gleich viel geweſen mit 18 oder 36 zu operiren 2. die andere Sorte (16 L.) iſt kleiner als die erſte Sorte (1 lb.) und ihre Verhältniß iſt $\frac{1}{2}$. Daher iſt der andere Satz (18 thl.) mit 2 dividirt / und das facit (9 thl.) unter die vorige Summe geſetzt / (auch da ſie unter dem dritten Satz ſtehet) und beydes endlich zuſammen addirt.

it. 1 L. - 2 thl. - 2 lb. 8 L. 1 L - 2 thl. - 2 lb. 8 L.

128 - 64 L.	oder	64 L.	(2
16 -		128 thl.	
144 thl.		16	
		144 thl.	

Anm. In dieſem Ex. iſt 1. die höchſte Sorte (2 lb.) gröſſer als im erſten (1 L). Daher wird 2 lb. reſolvirt / ſind 64 L. und damit wird der andere Satz 2 thl. multiplicirt / und weil 2 bequeemer iſt als 64 / ſo kann man damit am beſten operiren die Summe aber unter den andern oder dritten Satz ſetzen. 2. Die andere Sorte 8 L. iſt dem erſten gleich 1 L. und daher multiplicirſtu damit den andern Satz 2 thl. ſind 16 thl. und addirſt ſie zur vorigen Summe.

it. 1 gl. - 4 lb. - 3 thl. 8 gl. 8 pf.

288 lb.	72 gl.	6 $\frac{1}{2}$
32 -		2 $\frac{1}{3}$
2 -		
ſ - 21 $\frac{1}{3}$ L.		
322 lb. 21 $\frac{1}{3}$ L.		

Anm. In dieſem Ex. iſt die höchſte Sorte des dritten Satzes gröſſer als die im erſten: die andere iſt dieſer gleich / und die dritte iſt kleiner. es geht alſo mit jeder wie vorhin / ausgenommen / daß / weil die letzte kein grader Theil iſt / man ſie auf 1 gantzes zerfällt nach §. 514. und mit jeder Zerfällungs-Zahl a part operirt.

An-

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** und **Grund** iſt in allen offenbar. Der **Vortheil** aber iſt am **gröſſeſten**/ wenn die **höchſte Sorte** des **dritten** Satzes der **Sorte** des **erſten** Satzes **gleich** iſt.

2. Man hat oftmahls darinn einen Vortheil/ wenn man eine Sorte des **dritten** Satzes nicht **unmittelbar** gegen den **erſten** Satz hält/ ſondern gegen eine unter den **übrigen Sorten des dritten Satzes**/ gegen welche ihre **Verhältniß** offenbarer iſt/ und deren facit uns ſchon bekannt oder doch leichter zu finden iſt. Und davon mercke man folgendes.

a. Die Sorte des **dritten** Satzes/ welche der Sorte des **erſten** Satzes **gleich** iſt/ wird am füglichſten gegen den **erſten** Satz gehalten. denn im **erſten** iſt 1/ und alſo iſt die Anzahl im **dritten** ſelbſt der Nahme der Verhältniß (§.226.n.II.).

b. Die Sorte des **dritten** Satzes/ welche auf die Sorte des **erſten** Satzes **unmittelbar** folget (Z. E. im erſten wären thl. im dritten aber gl) wird auch am beſten gegen den **erſten** Satz gehalten. Denn im **erſten** Satz iſt nur 1 gantzes vor der **gröſſern** Sorte/ im **dritten** aber meiſtens mehr

c. Die Sorte des **dritten** Satzes/ welche **gröſſer** als die im **erſten** iſt/ hält man am füglichſten gegen eine **folgende kleinere Sorte** des **dritten** Satzes/ deren vniteten ein grader Theil von ihr ſeyn können. Z. E.

1 ℒ. - 2 thl. - 3 lb. - 16 ℒ. ? fac. 7 thl. da läßt ſich 3 lb beſſer gegen 16 ℒ. als gegen 1 ℒ. im erſten halten. Daher wäre die operation am beſten alſo: 1. ſuche was 16 ℒ. machen. fac. 1 thl. 2. ſuche wie ſich 3 lb. gegen 16 ℒ. verhalten alſo: 1 lb. hält 16 ℒ. 2 mahl in ſich/ folglich 3 lb. 6 mahl. und alſo 3. multiplicire das facit von 16 ℒ. mit 6. fac. 6 thl. alſo iſt die Summe zuſammen 7 thl

1 Pf - 1 ℒ. - 2 thl. 6 gl. 6 pf. ? fac. 20 lb. 14 ℒ. da läßt ſich 6 gl. beſſer gegen 6 pf. als gegen 1 pf./ und 2 thl beſſer gegen 6 gl als gegen 6 pf. oder 1 pf halten. Folglich operire alſo: 1. ſuche das facit von 6 pf. fac. 6 ℒ. 2. aus dieſem ſuche das facit von 6 gl. fac 72 ℒ. 3. aus dieſem ſuche noch

das facit von 2 thl. fac. 576 L. Nun aber macht 6 L. 72 L. u. 576 L. zuſammen 654 L. u. dieſe 20 lb. 14 L. aus.

d. Die Sorten des **dritten** Satzes/ welche zwar **kleiner**/ als die im **erſten** ſind/ aber doch nicht **unmittelbar** darauf folgen/hält man auch am füglichſten gegen die **unmittelbar vorhergehende** im **dritten** Satz/ wenn ihr facit ſchon bekannt oder doch leichter zu finden iſt. Z. E.

1 thl. - 3 lb. - 4 thl. 12 gl. 6 pf.? fac. 13 thl. 13 gl. 6 pf. da iſt es beſſer/ daß man 6 pf. gegen 12 gl. als gegen 1 thl halte.

1 thl. - 3 lb - 4 thl. 8 gl. 9 pf. da iſt es beſſer daß man 9 pf. auf 8 gl. zerfällt/ als auf 1 thl u. ſ. f.

3. Wenn die gegebenen uniteten derjenigen Sorte des **dritten** Satzes/ die der Sorte des **erſten** gleich iſt/kein **grader Theil** von 1 **gantzen** ſind/ ſo kann man die gröſſere Sorte nicht dagegen halten/wie a. 2. c. denn ſie in grade Theile zu zerfällen geht hier nicht an/ es brächte mehr als es ſoll. Doch aber/ wenn es ſolche **ungrade Theile** von einem gantzen ſind/ die von der **gegebenen Anzahl** der **gröſſern Sorte** einem **graden Theil** ausmachen(wie §. 532. a. 3. gezeiget): ſo gehet es an/ daß man mit ihrer Verhältniß das facit der kleinern Sorte multiplicirt. Z. E.

1 gl. - 2 lb. - 2 thl. 16 gl. da iſt 16 gl. ein grader Theil von 2 thl. nemlich $\frac{1}{3}$. Folglich bringt 2 thl. 3 mahl ſo viel/als 16 thl.

1 L - 6 thl. - 2 lb. 9 L.? da iſt 9 Loth $\frac{1}{8}$ von 2 lb. und alſo bringt 2 lb 8 mahl ſo viel/ als 2 lb.

4. Ex. zur Ubung ſind §. 297 Man nehme aber noch folgende dazu.

1. 1 lb.-3 thl.-62 lb. 29 L? fac. 188 thl. 17 gl. 3 pf.
2. 1 lb.-7 thl.-45 lb. 23 L? f. 320 thl. 9 pf.
3. 1 lb.-9 thl.-21 lb. 20 L? f. 194 thl. 15 gl.

Fünfte Aufgabe. §. 298.

§. 542. **Wenn im andern und dritten Satz zugleich ſolche Sorten ſtehen/ die ein Ex. von U. Sorten verurſachen können etc. §. 298.**

I. **Erſte Quelle.** Verrichte alles/ was nach ge-

gemeiner Art §. 298. n. 1. 2. 3. 4. erfodert wird/ (nemlich die reſolution, multiplication und reduction) practiſch/ wie du von jedem an ſeinem Ort gelernet haſt.

Anm. Nim̃ hiernach alle Ex. §. 298. u. 299. zur Ub. durch.

II. Andere Quelle. Hiebey werden die Vortheile combiniret/ die in den bisherigen Aufgaben beſonders betrachtet worden.

a. Erſter Fall. Wenn im andern Satz eine kleine Sorte gegeben wird/ und im dritten eine gröſſere, als im erſten iſt. Z. E.

1 L. - 6 gl. - 2 lb.
$\frac{1}{4}$ 64 L.
4) 16 thl.

oder

1 L. 18 gl. - 2 lb?
$12\frac{1}{2}$ 64 L?
$6\frac{1}{2}$ 2) 32 thl.
2) 16 -
48 thl.

Anm. Hierinn kömmt die erſte und dritte Aufgabe (537. u. §. 539) zuſammen. Wenn im dritten Satz eine kleinere Sorte/ als im erſten iſt: ſo gehört es hieher nicht. denn die kleine Sorte im andern bringt alsdenn keine gantze. Wenn man mit dem dritten Satz nach der reſolution operiren will/ ſo gehöret es zu n. I.

b. Anderer Fall. Wenn im andern Satz U. Sorten ſtehen/ und im dritten eine andere/ als im erſten iſt. Z. E.

1 lb. - 2 lb. 8 gl. - 16 L.
2) 1 thl. 4 gl. $\frac{1}{2}$

it. 1 lb. - 2 thl 8 gl. - 24 L.
2) 2 - 4 gl. $16\frac{1}{2}$
2) 1 - 14 gl. $8\frac{1}{2}$
1 thl. 18 gl.

it. 1 L.

it. 1 L. - 12 gl. 6 pf. - 2 lb.
½ ½ 64
32 thl.
1 thl. 8 gl.
33 thl. 8 gl.

Anm. Hiebey komt die **andere** und **dritte** Aufgabe (§. 538. §. 539.) zuſammen. Wenn im **dritten** eine **kleinere** / als im **erſten** iſt / ſo kann man mit dem andern Satz nicht in den **dritten** operiren. Iſt ſie aber **gröſſer** / ſo kann man wohl / aber denn gehört es zur erſten Quelle.

c. **Dritter Fall.** Wenn im **andern** eine **kleine Sorte** im **dritten** aber **U. Sorten** ſtehen. Z. E.

1 lb. - 6 gl. (3 - 12 lb. 16 gl.
18 gl. (4 3 ½
3 thl. ⸗ gl. 4
⸗ - 3 gl.
3 thl. 3 gl.

oder

1 lb. - 6 gl. - 12 lb. (6 16 L.
¼ 3 th. ⸗ gl. ½
⸗ - 3 -
3 th. 3 gl.

Anm. Hierinn komt die **erſte** und **vierte** Aufgabe (§. 537. u. §. 540.) zuſammen.

d. **Vierter Fall.** Wenn im **andern** und **dritten U. Sorten** ſtehen. Z. E.

1 lb - 4 th. 12 gl (4 - 24 lb 16 L?
18 thl. ⸗ - (6 4 ½
108 - ⸗ - 6
2 - 6 -
110 thl. 6 gl.

oder

1 lb - 4 th 12 gl - 24 lb (4 - 16 L?
½ 96 th. ½
12 thl.
2 - 6 gl.
110 thl. 6 gl.

1 L.

1 L. - 8 gl. 9 pf. (5 - 1 lb. 8 L?   1 L. - 8 gl. 9 pf. - 1 lb. 8 L?
1 thl. 19 gl. 9 pf. (8 f. 80 L. $\frac{1}{3}$ $6\frac{1}{2}$ f. 40 L.
14 thl. 14 gl. • pf.   5   oder $3\frac{1}{2}$ 3) 13 t. 8 g.
8   • - 20 -
• - 10 -
14 t. 14 g.

Anm. Hierin kommt die andere und vierte Aufgabe §. 538. u. §. 540. zuſammen.

Anmerckungen.

1. Es wird hoffendlich einem jeden leicht werden die operation heraus zu finden, wenn die angeführten Aufgabeu bey jedem Fall genau zu Rathe gezogen werden.

2. Ex. zur Ub. findet mau §. 299. Man nehme aber nach folgende dazu.

1. 1 St. - 2 thl. 3 gl. 4 pf. - 7 St. 19 lb? fac. 16 thl. 19 gl. 8 pf.
2. 1 St. - 4 thl. 3 gl. - 31 St. 9 lb? f. 129 thl. 13 gl. 6 pf.
3. 1 C. 21 thl. 9 gl. 4 pf. - 7 C. 86 lb? fac. 166 thl. 10 gl. 8 pf.
4. 1 C. 20 thl. 15 gl. - 17 C. 25 lb? f. 355 thl. 7 gl. 6 pf.
5. 1 C. - 29 thl. 8 pf. - 15 C. 65 lb? f. 452 thl. 13 gl. 8 pf.
6. 1 Zimmer. 8 thl. 18 gl - 9 Zim̃. 37 Stück? f. 86 thl. 20 gl. 3 pf.
7. 1 Zim̃. 12 thl. 8 gl. 8 pf. - 16 Zim̃. 34 St? fac. 208 thl. 6 gl. 10 pf.
8. 1 Decher - 8 thl. 16 gl. 9 pf. - 5 Decher 8 St? f. 50 thl. 10 gl. 9 pf.
9. 1 Decher - 18 thl. 10 gl. 6 pf. - 32 Dech. 7 St? f. 602 thl. 21 gl. 9 pf.

10.

10. 1 Schock 6thl. 16gl.-9 Sch. 48 St. f. 65th. 8gl.
11. 1 Sch.-9 thl. 4 gl.-46 Sch. 9 St? f. 423 thl. 1 gl.

II. Diviſions-Exempel.

Erſte Aufgabe. §. 300.

§. 543. Wenn im andern Satz U. Sorten ſtehen. Hiebey finden alle Vortheile der dritten Aufgabe der diviſion in U. Sorten § 510. ſtatt.

Anm. 1. Man nehme hiernach alle §. 519. nach **allen Vortheilen** befindliche Ex. durch/ und mache daraus lauter diviſions Ex. der regul de tri, alſo/ daß der diviſor der erſt/ und der dividendus der **andere** Satz werde/ und im **dritten** eine 1 von eben der Sorte/ als im **erſten** iſt/ zu ſtehen komme. die Ex. wo im **andern** Satz 1 iſt/ gehören zu der **dritten** Aufgabe §. 545.

Anm. 2. Mehr Ex. zur Ub. findet man §. 301.

Andere Aufgabe §. 302.

§. 544. Wenn im erſten Satz U. Sorten ſtehen. Hiebey iſt kein **weiterer** Vortheil/ als

1. Bringe die Sorten des erſten Satzes **vortheilhaftig** unter einen Nahmen nach §. 502. ſo bekommſtu ein diviſions-Ex. der regul de tri mit einer Sorte. Daher 2. bringe noch alle Vortheile der regul de tri mit einer Sorte an/ welche angehen wollen. nach §. 526. u. 527. Z. E.

3 C. 30 lb.-	6)	80 thl.-1 lb?	2 lb.-8 L.-	8)	8thl.-1 L?
360 lb.		1 thl. 8gl.	72 L.		1 thl.
6	6)	, - 5gl. 4pf.	8	9)	, - 2 gl.-
6			9		

Anm. Man kann im **erſten** Satz nicht eine **jede** Sorte a part vornehmen/ die **Verhältniß** des **dritten** Satzes leidets nicht. Siehe §. 533. n. II.

Drit

Dritte Aufgabe. §. 304.

§. 545. Wenn im andern Satz 1 iſt/ und im dritten Satz U. Sorten ſtehen.

I. Erſte Quelle. 1. Bringe den erſten und dritten Satz practiſch unter einerley Benennung nach §. 533. ſo haſtu ein diviſions-Ex. von einer Sorte. daher bringe alle Vortheile an, die aus §. 526. und 527. angehen wollen. Z.E.

20 lb. - 1 thl. - 1 C. 20 lb? 24 lb. 1 thl. - 4 C. 48 lb.

130 lb. — 4 — 6
6 thl. 12 gl.

4) 488 lb.
122 thl.
6) 20 thl 8 gl.

II. Andere Quelle. Nimm eine jede Sorte des dritten Satzes a part vor/ und zwar

1. Suche einer jeden ihre Verhältniß gegen den erſten Satz nach §. 533. n. I. a. und mit jeder operire in den andern Satz. Z. E.

2 lb. - 1 thl. - 4 lb. - 16 L. it. 3 lb. - 1 thl. - 8 lb. 20 L.

2 thl. 2 — $\frac{1}{4}$
ſ - 6 gl.
2 thl. 6 gl.

2 thl. 6(2 16($\frac{1}{2}$
ſ - 16 gl. 2($\frac{1}{3}$ 4$\frac{1}{4}$
ſ - 12 -
ſ - 3 -
3 thl. 7 gl.

2. Suche nur einer oder etlicher ihre Verhältniß gegen den erſten Satz/ und die andern halt gegen ſolche: jener ihr facit ſuche aus dem andern Satz / wie n. I. dieſer aber aus jener ihrem. Z. E.

4 thl. - 1 C. - 2 thl. 16 gl.

55 lb. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$
18 lb. 10$\frac{2}{3}$ L.

73 lb. 10$\frac{2}{3}$ L.

Anm. Ex zur Ubung ſind §. 305.

Vierte Aufgabe. §. 306.

§. 546. Wenn im erſten und andern oder im erſten und dritten Satz zugleich U. Sorten ſtehen.

I. Erſte Quelle. 1. Bringe den erſten und dritten Satz practiſch unter einerley Benennung / und den andern unter einen Nahmen (§. 502.): ſo haſtu ein diviſions - Ex. in einer Sorte. Daher finden alle Vortheile aus §. 526. u. 527. ſtatt.

Anm. Man nehme hiernach alle Ex. §. 306. u. 307. zur Ubung durch.

II. Andere Quelle. Hiebey mercke.

1. Die Sorten des erſten Satzes müſſen nothwendig allemahl unter einen Nahmen gebracht werden (§. 533. n. II.).

2. Wenn das geſchehen iſt: und es ſind hernach noch

a. Im andern Satz U. Sorten: ſo iſt es ein Ex. wie in der erſten Aufgabe §. 543.

b. Im dritten Satz U. Sorten: ſo iſt es ein Ex. wie in der dritten Aufgabe. Daher

3. Verfahre wie du an beyden Orten gelernet haſt.

Anm. Man nehme hiernach auch alle §. 306. u. 307. befindliche Ex. zur Ubung durch. III.

III. Proportions-Exempel.
Erſte Aufgabe. §. 308.

§. 547. Wenn im andern Satz U. Sorten ſtehen.

Erſte Quelle.

I. Erſter Vortheil. 1. Bringe den andern Satz vortheilhaftig unter einen Nahmen (nach §. 533.), ſo haſtu ein proportions-Ex. mit einer Sorte. Daher bringe alle Vortheile derſelben an, nach §. 528. ſeqq.

II. Anderer Vortheil. 1. multiplicire den andern Satz durch den dritten practiſch nach §. 516. 2. Die Summe dividire practiſch durch den erſten. Z. E.

```
4 lb. - 2 thl. 16 gl. - 36
       ──────────────(6    6
        16 thl. ⸗ gl.
       ──────────────(6    6
        96 thl. ⸗ gl.
     4)──────────────
        24 thl. ⸗ gl.
```

Anm. Man gehe nach dieſen beyden Vortheilen die Ex. §. 309. zur Ubung durch.

Andere Quelle.

III. Dritter Vortheil. 1. Hebe den erſten und dritten Satz gegen einander auf nach §. 523. n. I. oder den erſten und andern nach §. 536. oder den erſten, andern und dritten zugleich, wie §. 529. n. III. ſo bekömmſtu entweder ein multiplications- oder diviſions oder proportions-Ex.

Daher 2. verfahre weiter, wie du von jeden gelernet haſt. Z. E.

4) 4lb-2th 18gl-36lb. oder 4) 4lb- 4) 2th 18gl-36lb?
1 24th 18gl. 9 1 ſ-16gl.6pf.6
4- 3 - ſ - 6
24-18-ſ-

8) 16lb- 2) 32th 16gl-8lb? 8) 16lb-32th 16gl-8lb?
2 16th- 8gl 1 2) 2 4 - 2 -
1 2 - 1 -
16 th.8gl. (8

4) 144 lb.- 6) 7 thl. 12 gl.- 4) 220 lb?
6) 36 6) 1 - 6 - 55
6) 6 ſ - 5 - 9 thl. 4 gl.
1 4 $\frac{1}{6}$ 2 - 7 gl.
1 $\frac{1}{4}$ 11 thl. 11 gl.

Anm. Hiernach gehe man die Ex. §. 309. auch durch.

IV. Vierter Vortheil. Zerfälle den dritten oder andern Satz auf den erſten / und ſuche das facit einer jeden Zerfällungs-Zahl vermöge ihrer Verhältniß aus dem bekannten facit derjenigen Zahl / gegen welche ſie gehalten wird. Z. E.

12 lb. - 17 thl. 12 gl. - 29 lb?
35 - ſ - 24(2
5 - 20- 4($\frac{1}{3}$
1 - 11- 1$\frac{1}{4}$
42 - 7 -

12 lb.

12 lb. - 17 thl. 12 gl - 29 lb?

12	29 thl. - gl	
$4\frac{1}{3}$	9 - 16 -	
$1\frac{1}{4}$	2 - 10 -	
	1 - 5 -	
	42 thl. 7 gl.	

Anm. Das letzte fac. 1 thl. 5 gl. komt von 12 gl. den 12 lb koſten 12 gl. folglich 29 lb 29 gl. d.i. 1 thl. 5 gl.

Anm. Hiernach gehe man die Ex. §. 309. auch durch.

Andere Aufgabe. §. 310.

§. 548. **Wenn in allen Sätzen nur eine, aber im erſten und dritten nicht einerley Sorte iſt.**

I. **Erſte Quelle** Bringe den erſten und dritten Satz vortheihaftig unter einerley Benennung. alsdenn haben alle Vortheile der proportions - Ex. mit einer Sorte ſtatt / nach §. 528. ſeqq.

Anm. Hiernach gehe man die Ex. §. 311. zur Ub. nach allen Vortheilen durch.

II. **Andere Quelle.** Suche die Verhältniß zwiſchen dem erſten und dritten Satz nach §. 532. und damit operire in den andern Satz.

4 lb. - 8 thl. - 16 ℒ?
1 thl. $\frac{1}{8}$
2 lb. - 12 thl. - 24 ℒ.
3 thl. - $16\frac{1}{4}$
1 - 12 gl. $8\frac{1}{2}$
4 thl. 12 gl.

8 ℒ. - 4 thl. - 2 lb?
16 thl 4
24 ℒ. - 12 thl. - 3 lb.
48 thl. 4

Anmerckungen:

1. Wenn die kleinſte Sorte im erſten Satz ſteht/ und ihre vniteten ein ungrader Theil von 1 Ganzen ſind: ſo

kann man aus der Verhältniß des erſten und dritten Sa-tzes nicht ſchlieſſen/ (denn den erſten Satz darf man nicht zerfällen §. 532. n. II. a. 2.) es wäre denn/ daß die vniteten juſt einen graden Theil von den vniteten der gröſſern Sorte im dritten ausmachten/ als in dem Ex. 24 ℔. - 12 thl. - 3 lb. da iſt 24 ℔. juſt $\frac{1}{4}$ aus 3 lb. (§. 532. n. II. a. 3.).

2. Den erſten und andern Satz kann man nicht gegen einander aufheben oder zerfällen / wo man nicht den erſten und dritten vorher unter einerley Benennung bringt: aber denn gehört es zur erſten Quelle. Und eben ſo iſts/ wenn man den erſten und dritten Satz gegen einander aufheben wollte.

3. Zur Ub. nehme man die Ex. §. 311. durch.

Dritte Aufgabe §. 312.

§. 349. Wenn im erſten oder dritten Satz U. Sorten ſtehen. etc.

Erſte Quelle.

1. Bringe den erſten und dritten Satz practiſch unter einerley Benennung §. 533. alsdenn haben alle Vortheile der Proportions-Ex. in einer Sorte ſtatt / nach §. 528. ſeqq.

Anm. Man gehe hiernach alle §. 313. befindliche Ex. zur Ub. nach allen Vortheilen durch.

Andere Quelle.

a. Erſter Fall. Wenn im erſten Satz U. Sorten ſtehen. Dabey iſt kein weiterer Vortheil/als der Vortheil der erſten Quelle. Denn der erſte Satz muß ungetreñt bleiben. §. 533. n. II.

b. Anderer Fall. Wenn im dritten Satz U. Sorten ſtehen.

Erſter Vortheil.

Nimm eine jede Sorte des. dritten Satzes a part vor.

1. Halt eine jede oder nur eine gegen den erſten Satz / und bemercke ihre Verhältniß nach §. 533. n. I. a. b.

2. Suche einer jeden ihr facit aus dem bekannten facit derjenigen Zahl / gegen welche ſie gehalten worden. Z. E.

4 lb. - 8 thl. - 16 lb. 8 L?
32 thl. 4 $\frac{1}{16}$
ſ - 12 gl.
32 thl. 12 gl.

4 lb. - 8 thl. - 16 lb. 24 L?
32 thl. - 4 16 $\frac{1}{8}$
1 - ſ - 8 $\frac{1}{2}$
ſ - 12 gl.
33 thl. 12 gl.

Anm. Hierin iſt eine jede Sorte gegen den erſten Satz gehalten / und ihr facit aus dem andern Satz / als dem ſchon bekannten facit des erſten Satzes / geſucht.

8 lb. - 16 thl. - 2 lb. 16 L?
4 thl. - $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$
1 thl.
5 thl.

8 lb. - 16 thl. - 2 lb. 24 L?
4 thl. - $\frac{1}{4}$ 16 $\frac{1}{4}$
1 - ſ - 8 $\frac{1}{2}$
ſ - 12 -
5 thl. 12 gl.

Anm. Hierin iſt die gröſte Sorte des dritten gegen den erſten Satz / und die kleinſte Sorte wieder gegen die gröſte im dritten Satz gehalten / und der kleinern ihr facit aus der gröſſern ihrem geſucht.

8 L. - 2 thl. - 12 lb. 24 L?
6 thl. 16 3
96 -
102 thl.

8 L. - 2 thl. - 7 lb. 24 L?
6 thl. 6(8 3
48 - 1(4
8 -
62 thl.

Anm. Hierinn iſt die Kleinſte Sorte gegen den erſten Satz gehalten/ und die gröſte wieder gegen die Kleinſte/ und alſo wird jener ihr facit aus dieſer ihrem geſucht. Sonderlich ſind die vniteren der gröſten Sorte 7 lb. in 6 u. 1. zerfällt/ 6 lb. iſt 8 mahl ſo viel als 24 L. daher nimm 6 thl. 8 mahl iſt 48 thl. das 1 lb. aber wird wieder gegen den erſten Satz 8 L. gehalten/ iſt 4 mahl ſo viel. Folglich nimm 2 thl. 4 mahl iſt 8 thl. Man könnte die 1 auch gegen 6 thl. halten und das facit aus dieſer ihrem ſuchen 6 in 48 thl. f. 8 thl.

Anderer Vortheil.

Hebe den erſten und andern Satz gegen einander auf (§. 523 n. I.): ſo bekommſtu ein multiplications- oder diviſions Exempel oder doch im erſten Satz kleinere Zahlen / und alſo wird die Verhältniß des erſten und dritten Satzes auch oft offenbarer. Daher operire ferner / wie du bisher nach jedem Fall gelernt.

4) 4 lb. - 16 thl. - 35 lb. 20 L?
1   4 · 140 th. $16\frac{1}{2}$
2 - $4\frac{1}{4}$
, - 12 gl.
142 th. 12 gl.

oder 4 lb. - 16 thl. - 35 lb. 20?
1   4 $16\frac{1}{2}$
140 thl. $4\frac{1}{4}$
2 - , -
, - 12 gl.
142 thl. 12 gl.

Anm. Hier iſt durch das aufheben ein multiplications-Ex. entſtanden: 1 lb. - 4 thl. - 35 lb. 20 L? und alſo geht es ferner nach §. 540. und ſo auch in andern Fällen.

Anmerckungen.

1. Wenn die Sorte des erſten Satzes der höchſten Sorte des dritten Satzes gleich iſt: ſo läßt man die übrigen kleinern Sorten des dritten Satzes ſo lange fahren und ſieht den erſten und andern Satz mit der höch-

ſten

ſten Sorte des dritten als ein beſonderes proportions-Ex. mit einer Sorte an / und macht das Ex. nach §. 528. ſeq. ſo vortheilhaftig fertig / als man kann. Hernach nimmt man noch die kleinern Sorten vor / hält ſie gegen eine Zahl im erſten oder dritten Satz / gegen welche es am leichteſten iſt / und ſucht vermöge der Verhältniß aus dem bekannten facit das unbekannte heraus. Z. E.

```
4) 4 lb. - 28 thl. - 4) 36 lb. - 16 L?
   1     252 thl.       9        1/2
           3 - 12 gl.
         255 thl. 12 gl.

oder 4) 4 lb. - 28 thl. - 36 lb. 16 L.
        1       7      252 thl.  1/2
                         3 - 12 gl.
                     255 thl. 12 gl.
```

Im erſten Ex. iſt der erſte und dritte Satz gegen einander aufgehoben / und die 16 L. gegen 4 lb gehalten. Im andern iſt der erſte und andere Satz aufgehoben / und die 16 L. gegen 1 lb gehalten. So kann man auch den andern oder dritten auf den erſten zerfällen u. ſ. f.

2. Wenn in dieſem Fall auch im andern Satz U. Sorten ſtehen: 6 lb. - 8 thl. 16 gl. - 24 lb. 20 L? ſo machte der erſte und andere Satz und die höchſte Sorte des dritten ein Proportions-Ex. in U. Sorten nach der erſten Aufgabe §. 547. aus. Daher verfahre damit / wie du daſelbſt gelernt / und hernach nimm noch die kleinern Sorten vor / wie vorhin etc. etc.

3. Man nehme hiernach die Ex. §. 313. zur Ubung vor.

Vierte Aufgabe. §. 314.

§. 550. Wenn in allen Sätzen U. Sorten ſtehen.

I. Erſte Quelle. 1. Bringe den erſten und dritten Satz vortheilhaftig unter einerley Benennung (§. 533.) / und den andern Satz unter einen Nahmen nach (§. 502.). 2. Nun iſt es ein proportions-Ex. mit einer Sorte. Daher verfahre wie §. 528. ſeqq.

Anm. Hiernach nehme man alle Ex. §. 314. u. 315. zur Ub. durch.

II. Andere Quelle.

1. Der erſte Satz muß allemahl unter einen Nahmen gebracht werden. §. 533. n. II. wenn das geſchehen iſt:

2. So ſehe man zu / ob ſich eine jede Sorte des dritten Satzes a part füglich dagegen halten laſſe. geht es an: ſo tractire es als ein Ex. nach der dritten Aufgabe §. 549. Wo aber nicht

3. ſo bringe den erſten und dritten Satz unter einerley Benennung / ſo bleibt es noch ein Ex. nach der erſten Aufgabe §. 547. daher verfahre / wie du daſelbſt gelernt.

Anm. 1. Es iſt hiebey ſelten ein groſſer **Vortheil** zu finden. Man muß ſich meiſt an den **Vortheilen** der erſten Quelle begnügen laſſen. die ſind aber auch **allgemein**.

Anm. 2. Man gehe hiernach die Ex. §. 514. u. 515. durch.

Ende der vierten Section und des erſten Abſchnitts.

Des

Des andern Theils
Anderer Abſchnitt.
Von den Vortheilen in gebrochenen Zahlen.
Erſte Section,
Von den Vortheilen der Specien mit einer Sorte.
Erſtes Capittel.
Vortheile der NUMERATION.
1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.
§. 551.

DIe Vortheile in Brüchen ſind guten Theils in praxi bey weiten von ſolchem Nutzen nicht/ als die bisherigen Vortheile in gantzen Zahlen. Daher wir uns dabey nicht ſo weitläufftig aufhalten werden.

§. 552. Es wird aber nunmehro vorausgeſetzt/ daß man die Vortheile in gantzen Zahlen fertig inne habe. daher wo man in der gemeinen Art findet / oder auch künftig bey Beſchreibung der Vortheile erfodert wird/ daß man etwas addiren/ ſubtrahiren/ multipliciren/ dividiren ſolle u. ſ. f. Da iſt es allemahl von der vortheil-

haften Art zu verſtehen / wenn es gleich nicht ausdrücklich erinnert wird.

Anm. Das würde alſo künftig allemahl als ein Vortheil der erſten Quelle können angerechnet werden / daß man die gemeine operation ſo fern ſie mit gantzen Zahlen umgehet / ſolle practiſch verrichten. Allein Kürtze wegen wird man es nicht berühren / und iſt daher hier einmahl für allemahl erinnert worden. Z. E. Wenn man einen Bruch reſolviren ſoll nach §. 338. ſo muß man die volle Anzahl mit dem Zähler multipliciren / und die Summe mit dem Nenner dividiren. Da verrichtet man alſo künftig die multiplication und diviſion practiſch.

Vor-Aufgaben.

I. Der Numeration. §. 325. u. 326.

§. 553. Einen jeden Bruch zu ſchreiben und auszuſprechen. Hiebey iſt nichts zu erinnern.

II. Aufgabe der Abbreviation. §. 327.

§. 554. Einen Bruch zu abbreviiren.

I. Hebe des gegebenen Bruchs Zähler und Nenner nach und nach durch die Stam̃-Zahlen / (welche du nach den §. 465. gegebenen Regeln oder dem 1 mahl 1 dazu geſchickt erkenneſt) ſo lange gegen einander auf / bis du ſolche Zahlen bekommſt / die ſich nicht weiter wollen aufheben laſſen. Z. E.

	3		4		8		2	
192		64		16		2		1
768		256		64		8		4

	8		6	
48		6		1
192		24		4

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid / Vortheil und Grund iſt eben ſo / als §. 523. n. I. a. 1.

2. Wenn

2. Wenn in beyden Zahlen hinten nullen ſtehen: ſo kann man gleich viel abſchneiden/ eben ſo und aus dem Grunde/ als §. 523. n. I. a. 3. Z. E.

8	3		6	3	
24ØØ	3	1	18ØØØ	3	1
144ØØ	18	6	36ØØØ	6	2

3. Wenn man gewahr wird/ daß der Zähler den Nenner ſelbſt aufhebt: ſo darf man nur gleich 1 zum Zähler annehmen und den quotienten zum Nenner. Z. E. Ein geübter wird gleich abſehen/ daß 48 in 192 4 mahl ſtecke/ und 24 in 144 6 mahl/und 18 in 36 2 mahl. Folglich komt im erſten $\frac{1}{4}$ im andern $\frac{1}{6}$ im dritten $\frac{1}{2}$. Die Rede aber iſt von ächten Brüchen. Bey unächten kommt 1 zum Nenner.

4. Wenn 1 kommt: ſo kann der Bruch nicht kleiner werden. §. 323. n. 13.

5. Ex zur Ubung ſind §. 328.

II. Wenn der Bruch durch keine Stamm-Zahl kann verkleinert werden; oder dir keine einfällt / wodurch er ſich verkleinern ließe: ſo bleibe bey der gemeinen Art §. 327. und ſuche ihr gemeinſchaftliches gröſſeſtes Maaß. Z. E.

53		23	
106	2	92	4
159	3	115	5

Anmerckungen.

1. Wenn das gemeinſchaftliche Maaß der Zahlen eine zuſammengeſetzte ungeſchickte Zahl iſt (Z. E. 53. 23 etc.): ſo laſſen ſie ſich durch keine Stamm-Zahl aufheben. und alſo kann man die gemeine Art nicht gantz entbehren.

2. Eben

2. Eben das iſt auch noch zu thun / wenn die gegebene Zahl ſchon einige mahl aufgehoben iſt / und es mit den Stam̃-Zahlen nicht weiter fort will.

III Aufgaben der Einrichtung. §. 329.

§. 555. In allen Aufgaben der Einrichtung hat man keine beſondere Vortheile / auſſer 1. daß man alles / was nach gemeiner Art erfodert wird / practiſch verrichte / nach §. 552. und 2. was oben bey der gemeinen Art hie und da bereits angemercket worden.

Anm. Man gehe hiernach eine jede Aufgabe und einige Ex. zur Ub. beſonders durch.

IV. Aufgabe der Reſolution §. 338.

§. 556. Einen Bruch zu reſolviren etc.

Erſte Quelle.

I Erſter Vortheil. Verrichte alles / was nach gemeiner Art erfodert wird / practiſch.

Anm 1. Dis iſt ſonderlich nöthig / wenn der Zähler und Nenner groſſe Zahlen ſind / und die folgende Vortheile nicht ſtatt finden.

Anm 2. Wer nach §. 499. groſſe Sorten fertig im Kopf reſolviren kann / dem wird es hiebey oft leicht werden / die volle Anzahl mit dem Zähler im Kopf zu multipliciren / wenn er ſich vorſtellt / als wenn er lauter gantze von der Sorte des Bruchs andeutete. Z. E. $\frac{3}{8}$ Thl. da wird er wiſſen / 3 thl. mache 72 gl. aus etc.

Anm. 3. Man nehme hiernach die Ex. §. 339. durch.

Andere Quelle.

II. Anderer Vortheil. Der beſteht faſt überhaupt darinn / daß man

1. Sucht /

1. Sucht/ was 1 ſolcher Theil der gröſſern Sorte/ als der Nenner andeutet/ von der gewöhnlichen kleinern Sorte ausmache.

2. Aus ſolchem facit das facit aller Theile/ ſo viel laut des Zählers in dem Bruch enthalten ſind/ ſuche. Und dazu ſind folgende Fälle zu bemercken.

a. **Erſter Fall.** Wenn der Nenner der vollen Anzahl der gewöhnlichen Theile/ die zu 1 gantzen von der gegebenen Sorte gehören/ gleich iſt. V. a. Setze den Zähler a part hin/ und die Benennung der Theile dabey. Z. E. $\frac{18}{24}$ thl. iſt 18 gl. $\frac{6}{12}$ gl. iſt 6 pf. $\frac{21}{32}$ lb. iſt 21 L.

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid und Vortheil iſt augenſcheinlich Der Grund iſt dieſer. Der Nenner zeiget Theile von eben der gröſſe an/ von welcher die gewöhnlichen Theile ſind. (Z. E. $\frac{1}{24}$ thlr. iſt ſo viel als 1 gl.). Folglich kann man den Zähler behalten und an ſtatt des Nenners die gewöhnliche Benennung der Theile dabey ſetzen. (Vorb. §. 32. n. 2.).

2. Ex. zur Ubung.

1. $\frac{5}{24}$ thl. fac. 5 gl.		4. $\frac{11}{16}$ Schl. fac. 11 M.	
2. $\frac{9}{12}$ gl.	- 9 pf.	5. $\frac{3}{4}$ L.	- 3 Qu.
3. $\frac{8}{32}$ lb.	- 8 L.	6. $\frac{9}{22}$ St.	- 9 lb.

b. **Anderer Fall.** Wenn der Nenner ein grader Theil von der vollen Anzahl eines gantzen iſt. Z. E. $\frac{4}{8}$ thl. V. a.

1. Dividire (geſchwinde im Kopf) mit dem Nenner in die volle Anzahl/ ſo haſtu das facit von einem Theil. (8 in 24 habe ich 3 mahl fac. 3 gl.

2. Mit

2. Mit dem quotienten multiplicire (geſchwinde im Kopf) den Zähler/ ſo zeigt die Summe den Inhalt des gantzen Bruchs an. (3 mahl 4 iſt 12. und alſo iſt $\frac{4}{8}$ thl. 12 gl.

Anmerckungen.

1. **Der Unterſcheid** iſt klar. Nach **gemeiner Art** multiplicirte man erſt den **Zähler** mit der **vollen Anzahl**/ und dividirte hernach die Summe mit dem Nenner: hier aber dividirt man die **volle Anzahl** vorher und multiplicirt hernach den quotienten. Der **Vortheil** iſt dabey an ſich und üm des folgenden willen groß. Man kann es gleich im Kopf ausmachen.

2. Was den **Grund** betrift/ ſo kommt es dabey auf **zweyerley** an/ 1. daß man n. 1. das facit von 1 Theil finde und 2. daß man n. 2. daraus das facit des gantzen Bruchs finde. Das erſte erhellet/ wenn man ſich einen Bruch concipirt/ deſſen **Nenner** der gegebene **Nenner** und deſſen Zähler 1 iſt. (Z. E. $\frac{1}{8}$). Denn es iſt ſo viel/ als wenn man nach der **gemeinen Regul** die **volle Anzahl** vorher mit dem **Zähler** (1) multiplicirte/ und die Summe (welche allemahl die **volle Anzahl** ſelbſt bleibt) mit dem **Nenner** dividirte §. 338. Das **andere** erhellet aus der **Natur** der Brüche und der proportion. Denn der **Nenner** zeiget den wie **vielten Theil eines gantzen** ein jede **unitet** des **Zählers** andeute. §. 316. u. a. Wenn nun n. 1. das facit nur **eines ſolchen Theils** bekannt iſt: ſo muß der **gantze Bruch** noch ſo vielmahl ſo viel geben/ als der Zähler uniteten in ſich hält. Und das findet man/ wenn man das facit eines Theils mit dem Zähler multiplicirt. (Z. E. der Schluß im obigen Ex. geht alſo. 1 Acht Theil gibt 3 gl. was denn 4 Acht Theil? Antw. 4 mahl 3 gl. d. i. 12 gl.)

3. Was für **Zahlen** (oder **Nenner**) **grade Theile** einer jeden Sorte ſind / und was ein jeder ausmache: das **kann** und **ſoll** man nun ſchon aus §. 514. n. II. n. 1. 3. und der daſelbſt a. 7. angeführten Tabelle wiſſen.

4. Wenn

4. Wenn der Zähler dem Nenner bey nahe gleich iſt (Z. E. $\frac{5}{6}$ thl.): ſo ſetzt man lieber die differentz mit dem Nenner (nur in Gedancken) in einen Bruch ($\frac{1}{6}$ thl.)/ ſucht ſein facit nach n. 1. (4 gl) und ſubtrahirt es von der vollen Anzahl (4 gl von 24 gl) bleibt 20 gl.

5. Es iſt meiſtentheils auch ein Vortheil/ wenn man auch bey ſolchen Nennern/ die ein ungrader Theil von 1 gantzen ſind/ 1. ſucht/ was ein ſolcher Theil mache/ und 2. ſein facit mit dem Zähler multiplicirt: jedoch iſt er ſo groß nicht/ als bey graden Theilen/ und bisweilen macht es noch mehr Mühe/ als nach n. I. Z. E.

$\frac{3}{5}$ thl. $\frac{1}{5}$ iſt 4 gl. 9 pf. $1\frac{1}{5}$ Hlr. Folglich $\frac{3}{5}$ iſt 14 gl. 4 pf. $1\frac{3}{5}$ Hlr.

6. Es iſt ſowohl hier/ als im folgenden Fall (litt. c.) und Vortheil (n. III.) ein general-Vortheil / wenn man groſſe Brüche vorher abbreviirt.

7. Ex. zur Ubung ſind §. 339.

c. **Dritter Fall.** Wenn der **Nenner** eine Zahl iſt/ welche die **volle Anzahl** der gewöhnlichen Theile der gegebenen Sorte juſt etliche mahl in ſich hält. Z. E. $\frac{20}{48}$ thl. $\frac{13}{36}$ gl. V. a.

1. Suche nach litt. a. was der Bruch machen würde/ wenn er die volle Anzahl (24 oder 12) zum Nenner hätte. (Z. E. 1. $\frac{20}{24}$ thl. wäre 20 gl. 2. $\frac{13}{12}$ gl. wäre 13 pf.

2. Das facit dividire mit dem quotienten / welcher anzeiget/ wie oft die volle Anzahl in dem gegebenen Nenner ſtecke. (Z. E. 1. 24 in 48 2 mahl. 2 in 20 gl. fac. 10 gl. 2. 12 in 36 3 mahl 3 in 13 pf. fac. $4\frac{1}{3}$ pf.).

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid iſt klar. Der **Vortheil** recht handgreifflich. Man kann alles im Kopf ausmachen, der Grund be-

beſteht darinn. n. 1. concipirt man ſich einen Bruch deſſen Nenner die volle Anzahl iſt/ und n. 2. iſt ein Bruch deſſen Nenner der gegebene iſt. Beyde aber haben einerley Zähler (nemlich den gegebenen). Folglich verhalten ſie ſich gegen einander wie ihre Nenner (§. 323. n. 6.)/ und zwar der gilt weniger/ wo der gröſte Nenner iſt und der mehr/ wo der kleinſte iſt/ (ibid. a.). Nun aber erhellet die Verhältniß ihrer Nenner aus dem quotienten/ welcher anzeiget/ wie oft die volle Anzahl in dem gegebenen Nenner ſteckt (§. 225.). Folglich findet man auch das facit des gegebenen Bruchs/ der den gröſten Nenner hat/ wenn man das bekannte facit des n. 1. concipirten Bruchs/ deſſen Nenner kleiner iſt/ mit dem quotienten der vollen Anzahl in den gegebenen Nenner (als dem Nahmen der Verhältniß) dividirt: Es gründet ſich auf die proportions-Regul.

2. Man könnte die Regul auch alſo faßen 1. dividire mit der vollen Anzahl in den gegebenen Nenner und 2. mit dem quotienten dividire den gegebenen Zähler. Den Zähler aber müſte man für vniteten ſolche Sorte anſehen/ davon die volle Anzahl ein ganzes der gegebenen Sorte ausmacht.

3. Was für Nenner die volle Anzahl juſt in ſich halten und wie oft? das kann man aus der §. 499. angeführten Tabelle wiſſen.

4. Ex. zur Ubung.

1. $\frac{26}{48}$ thl. fac. 13 gl.	4. $\frac{8}{64}$ lb. fac. 4 L.
2. $\frac{45}{72}$ thl. - 15 gl.	5. $\frac{64}{96}$ Wl. - 16 Schl.
3. $\frac{9}{36}$ gl. - 3 pf.	6. $\frac{20}{32}$ L. - $2\frac{1}{2}$ Qu.

d. **Vierter Fall.** Wenn der gegebene Nenner eine Zahl iſt/ die einen graden Theil juſt etliche mahl in ſich hält. Z. E. $\frac{5}{18}$ thl. da hält 18 die 6 als einen graden Theil von 24 3 mahl in ſich. V. a.

I. Su-

1. Suche nach litt. b. was der Bruch gelten würde / wenn er einen ſolchen graden Theil / (als du im Gemüthe haſt) zum Nenner hätte. (Z. E. $\frac{5}{6}$ wäre 20 gl.).

2. Das facit dividire mit dem quotienten / welcher anzeiget / wie oft der grade Theil in dem gegebenen Nenner ſtecke. (3 in 20 gl. fac. 6 gl. 8 pf.).

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid iſt klar. Der Vortheil nicht geringe. Der Grund iſt wie litt. c. Denn n. 1. concipirt man einen Bruch/deſſen Nenner der angenommene grade Theil iſt/und n. 2. einen Bruch/ deſſen Nenner der gegebene iſt. Beyde aber haben einerley Zähler / nemlich den gegebenen. Folglich verhalten ſie ſich/ als ihre Nenner u. ſ. f. wie litt. c.

2. Was für Nenner juſt einen graden Theil in ſich halten und wie oft? wird einem geübten leicht in die Augen fallen/ der das 1 mahl 1 und die §. 514. a. 7. angeführte Tabelle wohl inne hat.

3. Ex. zur Ubung.

1. $\frac{7}{9}$ thl. fac. - 18 gl. 8 pf.	4. $\frac{8}{24}$ lb. fac. 10 Ł. $2\frac{2}{3}$ qv.
2. $\frac{15}{16}$ gl. - 11 pf. $\frac{1}{2}$ hlr.	5. $\frac{10}{20}$ lb. - 16 Ł.
3. $\frac{9}{16}$ thl. - 13 gl. 6 pf.	6. $\frac{4}{16}$ Wl. - 6 Schl.

III. Dritter Vortheil. Dieſer flieſſet aus der Verhältniß des Zählers und Nenners.

a. Erſter Fall. Wenn der Zähler und Nenner ſolche geſchickte Zahlen ſind/ daß dieſer in jenen grade aufgeht. Z. E. $\frac{6}{12}$ thl. oder $\frac{3}{18}$ gl. V. a.

1. Dividire mit dem Zähler in den Nenner. Z. E. 1. 6 in 12 habe ich 2 mahl. oder 2. 3 in 18 habe ich 6 mahl.

2. Mit dem quotienten dividire in die volle Anzahl der gewöhnlichen Theile / welche 1 gantzes von der gegebenen Sorte ausmachen. Z. E. 1. 2 in 24 gl fac. 12 gl. 2. 6 in 12 pf. f. 2 pf.

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid leuchtet einem jeden in die Augen. Der Vortheil iſt bey nahe unter allen der beſte. der Grund beſteht im folgenden. Wie ſich der Zähler gegen den Nenner verhält / ſo verhält ſich der gantze Bruch gegen 1 gantzes (§. 323. n. 2.). Nun findet man die Verhältniß des Zählers und Nenners / wenn man n. 1. dieſen durch jenen dividirt (§. 225). An ſtatt des gantzen aber nimmt man n. 2. alle ſeine Theile an (Vorb. §. n. 6. u. 2.). Da nun der Zähler in ächten Brüchen (dergleichen man hier ſupponirt) allemahl kleiner iſt / als der Nenner: ſo hat n. 2. das facit eben die Verhältniß gegen 1 gantzes / als der Zähler gegen den Nenner / wenn man die volle Anzahl der Theile mit dem Nahmen der Verhältniß dividirt. Folglich wird der Bruch richtig reſolvirt.

2. Ex. zur Ubung.

1. $\frac{3}{9}$ thl. fac. 8 gl.	5. $\frac{6}{18}$ Wl. - 8 Schl.
2. $\frac{5}{10}$ gl. - 6 pf.	6. $\frac{9}{27}$ thl. - 8 gl.
3. $\frac{8}{16}$ C. - 55 lb.	7. $\frac{7}{14}$ lb. - 16 L.
4. $\frac{3}{12}$ lb. - 8 L.	8. $\frac{2}{4}$ C. - 55 lb.

b. Anderer Fall. Wenn der Nenner in den Zähler nicht grade aufgeht.

1. Zerfälle den Zähler auf den Nenner in lauter ſolche Zahlen / darein dieſer grade aufgeht / nach §. 468.

2. Verfahre mit einer jeden ins beſondere / als litt. a.

3. Ihr facit ſchreibe unter einander hin / und addire es endlich zuſammen. Z. E.

9 thl.

$\frac{9}{12}$ thl.	$\frac{5}{6}$ gl.
6 fac. 12 gl.	3 fac. 6 pf.
3 - 6 -	2 - 4 -
18 gl.	10 pf.

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** iſt klar. Der **Vortheil** iſt nicht ſo groß/ als litt. a. doch nicht zu verachten. Der **Grund** iſt: man macht aus dem gegebenen Bruch ſo viel beſondere Brüche/ welche alle zuſammen den gegebenen Nenner gemein haben/als man Zerfällungs Zahlen bey dem Zähler annimmt. Da nun die Zerfällungs-Zahlen zuſammen genommen dem Zähler gleich ſind: ſo ſind auch alle Brüche dem gegebenen gleich (§. 347.). Folglich iſt auch ihr facit zuſammen genom̃en dem facit des gegebenen Bruchs gleich.

2. Dieſer Vortheil geht am beſten an/ wenn der Nenner eine grade Zahl iſt (Vorb §. 17. a. 2). und die Zerfällungs-Zahlen ſind die beſten/ deren Nahme der Verhältniß gegen den Nenner ein grader Theil von der vollen Anzahl iſt.

3. Man kann auch ſolche Zerfällungs-Zahlen annehmen/ da die folgenden gegen die vorhergehenden gehalten werden. Und deren ihr facit ſucht man denn auch aus dem ſchon bekannten facit der vorhergehenden. Z. E. Im obigen erſten Ex. hält man die 3 gegen 6. 3 iſt die hälfte aus 6. Folglich nimm 12 gl. halb/ ſind 6 gl.

4. Ex. zum Ubung.

1. $\frac{3}{8}$ thl. fac 9 gl.	5. $\frac{5}{6}$ C. f. 91 lb. $1\frac{1}{3}$ Qu.
2. $\frac{5}{6}$ thl. - 20 gl.	6. $\frac{1}{12}$ lb. - $29\frac{1}{3}$ L.
3. $\frac{5}{8}$ C. - 68 lb. 24 L.	7. $\frac{3}{4}$ L. - 3 Qv.
4. $\frac{9}{10}$ C. - 99 lb.	8. $\frac{8}{9}$ thl. - 21 gl. 4 pf.

V. Aufgabe der Reduction. §. 340.

§. 557. Bey der Reduction iſt kein weiterer Vortheil/ als daß man die §. 340. n. 2. erfoderte abbreviation practiſch verrichte/ nach §. 554.

Anm. Man gehe hiernach die Ex. §. 341. zur Ubung durch.

VI. Aufgabe der Vergleichung. §. 242.

§. 558. Brüche unter einerley Nenner zu bringen.

I. Erſter Fall. Wenn der gröſſeſte Nenner in einen jeden kleinern Nenner grade aufgeht. Z. E. $\frac{2}{4}$/ $\frac{2}{3}$/ $\frac{5}{6}$/ $\frac{9}{12}$. V. a.

1. Nimm den gröſſeſten Nenner zum General-Nenner an.

2. Dividire nach einander mit eines jeden Bruchs Nenner in denſelben/ und mit dem quotienten multiplicire ſo gleich eines jeden ſeinen Zähler.

3. Die Summen nimm zu neuen Zählern zu dem gemeinſchaftlichen Nenner an. ſt. a.

6	8	10	9
$\frac{2}{4}$.	$\frac{2}{3}$.	$\frac{5}{6}$.	$\frac{9}{12}$

12

Anmerckungen.

1. Damit man die Regul deſto beſſer faſſe/ will ichs an dem gegebenen Ex. erläutern. In dem Ex. geht 12 in 4/ in 3/ u. auch in 6 auf. Folglich nimmt man 12 zum General-Nenner an.

Nun

Nun ſprich bey dem erſten Bruch ($\frac{2}{4}$): 4 in 12 habe ich 3 mahl/ 3 mahl 2 iſt 6. bey dem andern ($\frac{2}{3}$): 3 in 12 h. i. 4 mahl. 4 mahl 2 iſt 8. bey dem dritten ($\frac{5}{6}$): 6 in 12 h. i. 2 mahl. 2 mahl 5 iſt 10. bey dem letzten: 12 in 12 h. i. 1 mahl. 1 mahl 9 iſt 9. Folglich heiſſen die neuen Brüche $\frac{6}{12}$. $\frac{8}{12}$. $\frac{10}{12}$. $\frac{9}{12}$.

2. Der Unterſcheid und Vortheil von der gemeinen Art iſt/ man bekomt auf ſolche Weiſe einen kleinern Haupt-Nenner und folglich auch kleinere Zähler/ als wenn man alle Nenner zuſammen multiplicirt. Denn nach gemeiner Art hieſſen die neuen Brüche. $\frac{432}{864}$. $\frac{576}{864}$. $\frac{720}{864}$. $\frac{648}{864}$.

3. Der Grund beſteht darinn. Es iſt in der That ſo viel/ als ob man eines jeden Bruchs Zähler und Nenner mit einerley Zahl multiplicirte. Denn weil der gröſſeſte Nenner in eines jeden Bruchs Nenner grade aufgeht/ ſo iſt er eine Zahl / welche entſtünde / wenn man eines jeden Bruchs Nenner mit dem quotienten (welcher anzeiget/ wie oft die er in jenem ſtecke) multiplicirte (§. 102 n. 9.). Und eben damit wird auch (laut der Regul) der Zähler multiplicirt. Folglich gelten die neuen Brüche eben ſo viel/ als die gegebenen §. 323. n. 7.

4. Eben daher iſt offenbar 1. daß der gröſſeſte Nenner der General Nenner ſeyn könne. denn er gehet in alle und auch in ſich ſelbſt auf (§. 228.). 2. Daß er der kleinſte mögliche General-Nenner zu den gegebenen Brüchen ſey. Denn in keinen andern gegebenen Nenner auch in keine andere kleinere Zahl ginge der gröſſeſte Nenner auf/ als in ſich ſelbſt (§. 85.).

5. Derjenige Bruch/ der den gröſſeſten Nenner hat/ bleibt in dieſem Fall allemahl ungeändert. denn der Nenner hebt ſich ſelber auf. und alſo iſt der quotient 1. 1 aber multiplicirt den Zähler nicht.

6. Es wird hierinn kein Unterſcheid gemacht/ wenn nur 2 oder wenn mehrere Brüche gegeben werden/ wie oben §. 242. n. I. II.

n. I. II. denn es iſt in beyden einerley. Je weniger Brüche aber gegeben werden / je eher trifft es zu / daß der gröſſeſte in die kleine aufgeht.

7. Ex. zur Ubung.

1. $\frac{2}{3}. \frac{5}{6}. \frac{7}{9}. \frac{12}{18} = \frac{12}{18}. \frac{15}{18}. \frac{14}{18}. \frac{12}{18}.$

2. $\frac{1}{3}. \frac{2}{3}. \frac{5}{6}. \frac{8}{12} = \frac{4}{12}. \frac{8}{12}. \frac{10}{12}. \frac{8}{12}.$

3. $\frac{1}{2}. \frac{5}{8}. \frac{11}{16}. \frac{1}{4} = \frac{8}{16}. \frac{10}{16}. \frac{11}{16}. \frac{4}{16}.$

4. $\frac{16}{30}. \frac{2}{3}. \frac{3}{5}. \frac{5}{6} = \frac{16}{30}. \frac{20}{30}. \frac{18}{30}. \frac{25}{30}.$

5. $\frac{2}{4}. \frac{5}{8}. \frac{3}{4}. = \frac{4}{8}. \frac{5}{8}. \frac{6}{8}.$

II Anderer Fall. Wenn der gröſſeſte Nenner nicht in alle kleinere Nenner grade aufgeht.

a. Erſter Vortheil. 1. Siehe zu ob du gleich im Gemüthe eine Zahl finden könneſt / welche durch alle Nenner (auch den gröſſeſten) kann aufgehoben werden.

2. Solche nimm zum General-Nenner an / und verfahre ferner / wie n. I. n. 2. 3. Z. E. $\frac{3}{8}. \frac{5}{6}. \frac{3}{4}. \frac{9}{12}.$ da ſiehet ein jeder / daß 24 eine Zahl ſey / die durch alle Nenner könne aufgehoben werden. Und alſo entſtehen folgende Brüche. $\frac{9}{24}. \frac{20}{24}. \frac{18}{24}. \frac{18}{24}.$

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid / Vortheil und Grund iſt eben ſo / wie n. I. a. 2.

2. Man nimmt die kleinſte Zahl zum Haupt-Nenner an / die von allen kann aufgehoben werden. Z. E. Im obigen Ex. würden alle Nenner auch 36. 48 und 60 etc. aufheben. aber 24 iſt beſſer. es gibt kleinere Brüche.

3. Ex.

3. Ex. zur Ubung.

1. $\frac{1}{2}. \frac{3}{4}. \frac{2}{5}. \frac{1}{4} = \frac{10}{20}. \frac{15}{20}. \frac{8}{20}. \frac{5}{20}$

2. $\frac{2}{3}. \frac{1}{6}. \frac{3}{4} = \frac{8}{12}. \frac{2}{12}. \frac{9}{12}$

3. $\frac{3}{9}. \frac{1}{2}. \frac{2}{3} = \frac{6}{18}. \frac{9}{18}. \frac{12}{18}$

4. $\frac{3}{8}. \frac{4}{10}. \frac{3}{4}. \frac{2}{5} = \frac{15}{40}. \frac{16}{40}. \frac{30}{40}. \frac{16}{40}$

5. $\frac{1}{6}. \frac{2}{3}. \frac{7}{9} = \frac{6}{36}. \frac{24}{36}. \frac{28}{36}$

b. Anderer Vortheil. Wenn dir etwa keine ſolche Zahl nach litt a. einfallen will: ſo V. a.

1. Multiplicire den gröſſeſten Nenner mit einem von denen / in welche er nicht aufgehen wollen / und ſiehe zu / ob die Summe nun in die übrigen aufgehe.

2. Wo nicht / ſo multiplicire die Sum̃e noch mit einem von den übrigen Nennern / in welche weder ſie noch der gröſſeſte grade aufgehen wollen. und das continuire ſo lange / bis du entweder eine Summe findeſt / welche in alle übrige Nenner / darein der gröſſeſte nicht aufgehen wollen / aufgehe / oder bis gar keiner davon mehr übrig iſt.

3. Alsdenn nimm die letzte Summe zum gemeinſchaftlichen Nenner an / und verfahre ferner wie n I. n. 2. 3. Z. E. Du hätteſt. $\frac{3}{4}. \frac{1}{5}. \frac{2}{3}. \frac{5}{7}. \frac{8}{12}.$ Da gehet 12 in die beyden Nenner 5 u. 7 nicht grade auf. Folglich 1. multiplicire 12 mit 5 iſt 60. und weil auch 60 in 7 noch nicht aufgeht / ſo 2. multiplicire 60 noch mit 7 / iſt 420. und das iſt der gemeinſchaftli-

che Nenner aller Brüche. und alſo entſtehen nach n. 3. folgende neue Brüche.

$$\frac{215.}{420} \quad \frac{84.}{420} \quad \frac{280.}{420} \quad \frac{300.}{420} \quad \frac{280.}{420}$$

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** und **Vortheil** von und vor der **gemeinen Art** iſt/ wie n. I. a 2. Denn der **gemeinſchaftliche Nenner** würde noch weit **gröſſer** werden/ wenn die Summe auch noch mit denjenigen Nennern / darein der gegebene **gröſſeſte Nenner** aufgeht/ ſollte **multiplicirt** werden.

2. Was den **Grund** betrift/ ſo müſte erwieſen werden 1. daß die n. 1. 2. **gefundene Summe** in alle **gegebene Nenner** aufgehen müſſe (oder/ welches einerley/ daß **alle Nenner** die Summe aufheben müſſen) und ſie alſo der general-Nenner ſeyn könne. 2. Daß die **neuen Brüche** den **gegebenen** gleich. Das **legtere** aber erhellet eben ſo/ als n. I. a. 2. Das **erſtere** hingegen wird folgender geſtallt offenbar.

a. **Diejenigen Nenner**/ in welche der **gröſſeſte Nenner** ſelbſt aufgeht/ müſſen auch die gefundene Summe aufheben. Denn die Summe entſteht/ wenn der NB. **gröſſeſte Nenner** mit andern Zahlen multiplicirt wird. (§. 236. a. 1. n. I. b. c.).

b. **Diejenigen Nenner** / womit der **gröſſeſte Nenner** nach und nach multiplicirt wird und der **gröſſeſte Nenner** ſelbſt müſſen die gefundene Summe nothwendig aufheben. denn ſie ſind lauter multiplicantes und multiplicandi, daraus die Summe entſtanden (§. 102. n. 9.).

c. Die **übrigen Nenner**/in welche der **gröſſeſte Nenner** nicht aufgeht/ und damit **dieſer** nicht mit multiplicirt wird / müſſen die Summe aufheben. denn hüben ſie ſelbige nicht auf: ſo wären ſie nicht übrig geblieben / ſondern es hätte vermöge der Regul damit auch noch müſſen multiplicirt werden. Folglich geht die **Summe in alle Nenner** auf. W. Z. E.

3. Man

3. Man multiplicirt den gröſſeſten Nenner zu erſt gerne mit ſolchen kleinen Nennern / dabey man mercket / es werde eine Summe kommen / welche wo nicht in alle / doch viele andere Nenner aufgehe. Z. E. Man hätte dieſe 3 Brüche $\frac{1}{2}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. Da gehet 5 weder in 2 noch 4 auf. wollte man nun 5 zu erſt mit 2 multipliciren / ſo käme 10. und das geht auch noch nicht in 4 auf / daher müſte 10 wieder mit 4 multiplicirt werden / wäre 40. hingegen multiplicirte man 5 zu erſt mit 4 / iſt 20. ſo geht 20 auch in 2 auf / und kann ſchon der general-Nenner bleiben.

4. Exempel zur Ubung.

1. $\frac{1}{2}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{3}{8}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{2}{3}$ = $\frac{12}{24}$. $\frac{18}{24}$. $\frac{9}{24}$. $\frac{8}{24}$. $\frac{16}{24}$
2. $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{7}{8}$. $\frac{1}{2}$ = $\frac{16}{24}$. $\frac{12}{24}$. $\frac{18}{24}$. $\frac{21}{24}$. $\frac{12}{24}$
3. $\frac{3}{4}$. $\frac{5}{6}$. $\frac{7}{9}$. $\frac{2}{3}$ = $\frac{27}{36}$. $\frac{30}{36}$. $\frac{28}{36}$. $\frac{24}{36}$
4. $\frac{3}{4}$. $\frac{3}{8}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{5}{6}$ = $\frac{18}{24}$. $\frac{9}{24}$. $\frac{16}{24}$. $\frac{20}{24}$
5. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{5}$. $\frac{8}{9}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{4}{6}$ = $\frac{180}{270}$. $\frac{162}{270}$. $\frac{240}{270}$. $\frac{90}{270}$. $\frac{180}{270}$

c. **Dritter Vortheil.** Wenn ſich je zwey und zwey Nenner gegen einander aufheben laſſen.

α. **Erſter Fall.** Wenn nur zweene Brüche gegeben werden. Z. E. $\frac{5}{6}$ u. $\frac{7}{9}$. V. a.

1. Suche das gemeinſchaftliche gröſſeſte Maaß beyder Nenner nach §. 238. (iſt hier 3.)

2. Dividire damit einen von beyden Nennern / welchen du wilt. (3 in 6 fac. 2. oder 3 in 9 fac. 3.)

4. Mit dem quotienten multiplicire den andern übrigen Nenner. (2 mahl 9 iſt 18. oder 3 mahl 6 iſt 18.)

5. Die Summe 18 nim̃ zum gemeinſchaftlichen Nenner an / und verfahre ferner / wie n. I. n. 2. 3. ſo entſtehen folgende Brüche. $\frac{15}{18}$. $\frac{14}{18}$.

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** iſt klar. Der **Vortheil** iſt/ wie n. I. a. 2. und zwar findet man auf dieſe Weiſe auch den **kleinſten gemeinſchaftlichen Nenner**/ welcher möglich iſt.

2. Was den **Grund** betrift/ ſo iſt zuſoderſt offenbar/ daß die neuen Brüche den gegebenen **gleich** ſind/ eben wie n. I. a. 2. Uberdem aber iſt hier noch zu erweiſen/ daß die n. 4. gefundene Summe 1 der **gemeinſchaftliche Nenner** ſeyn könne/ und 2. der NB **kleinſte** gemeinſchaftliche Nenner ſey/ der nur **möglich** iſt. und das erhellet kürtzlich alſo.

Die **gefundene Sum̃e** (18) iſt die **vierte** proportional-Zahl zu dem **gemeinſchaftlichen Maaß** (3) und **beyden Nennern** (6 u 9.). Denn indem man (nach n. 2.) einen von **beyden Nennern** (6 oder 9) durch das **gemeinſchaftliche Maaß** (3) dividirt: ſo findet man in dem quotienten (2 oder 3) die Verhältniß des **erſten** und **andern** oder **dritten** Satzes/ und damit wird/ (weil die **gröſſere Zahl** hinten ſteht) der übrige Satz multiplicirt. Siehe §. 251 a. 2. Weil nun das **gemeinſchaftliche Maaß** (3) als der **erſte Satz** NB. **beyde übrige Sätze** aufhebt §. 23. ſo müſſen auch NB. **beyde übrige Sätze** die **vierte** proportional-Zahl aufheben / oder **dieſe** in **jene beyde** aufgehen/ (denn ſonſt könnte ſie nicht die **vierte** proportional-Zahl ſeyn §. 245. n. 4.). ſt. a.

$$\underbrace{3:6}_{2} = \underbrace{9:18}_{2} \text{ oder } \underbrace{3:9}_{3} = \underbrace{6:18}_{3}$$

Folglich NB. **kann** die **gefundene Summe** auch der **gemeinſchaftliche Nenner** ſeyn. n. I. a. 3. und das iſt das erſte.

Weil aber hier das **gröſſeſte gemeinſchaftliche Maaß** geſuchet und zum **erſten Satz** angenommen wird: ſo kann unter dem **erſten** und **andern** oder **dritten** Satz auch keine **kleinere Verhältniß** und folglich auch keine **kleinere vierte** proportional-**Zahl** gefunden werden. Folglich iſt die gefundene Summe der **kleinſte möglich**e **gemeinſchafftliche Nenner**/ welches das **andere** iſt.

3. Wenn

3. Wenn man n. 1. nicht das gröſſeſte Maaß ſuchet und annimmt/ ſondern ein anderes/ welches uns am erſten beyfällt: ſo bekommt man zwar vermöge des a. 2. angeführten Grundes n. 4. einen gemeinſchaftlichen Nenner/ aber es iſt nicht der kleinſte/ den man haben kann. Z. E. du hätteſt $\frac{3}{6}$ u. $\frac{9}{18}$. und nähmeſt zum Maaß 2 an: ſo bekämeſtu zum gemeinſchaftlichen Nenner 54. Nimmſtu aber 3 zum Maaß an/ ſo bekömſtu 36 zum G. Nenner. nimſtu aber die 6 ſelbſt zum Maaß an/ ſo iſt 18 ſelbſt der G. Nenner.

4. Daraus erhellet nun auch/ daß n. I. da der gröſte Nenner in alle kleinen aufgeht/ die kleinen alle das gröſſeſte Maaß ſelber ſind: und alſo kein kleinerer general-Nenner zu finden ſey/ als der gröſſeſte Nenner iſt. Siehe auch n. I a 4.

5. Exempel zur Ubung.

1. $\frac{3}{6}$. $\frac{5}{8}$. $=$ $\frac{12}{24}$. $\frac{15}{24}$ 3. $\frac{5}{8}$. $\frac{9}{12}$ $=$ $\frac{15}{24}$. $\frac{18}{24}$

2. $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{6}$ $=$ $\frac{9}{12}$. $\frac{8}{12}$ 4. $\frac{6}{15}$. $\frac{3}{4}$ $=$ $\frac{12}{20}$. $\frac{15}{20}$

β. Anderer Fall. Wenn mehr als 2 Brüche gegeben werden. Z. E. $\frac{3}{4}$. $\frac{5}{6}$. $\frac{6}{9}$. $\frac{5}{8}$. V. a.

1. Siehe zu/ welcher Brüche Nenner ſich wohl am füglichſten gegen einander aufheben lieſſen/ und ſchreibe ſie in ſolcher Ordnung a part hinter einander her/ daß der folgende ſich gegen den nächſt vorhergehenden am beſten aufheben laſſe. Z. E. In dem Ex. lieſſen ſich am beſten aufheben 1. 4 u. 8. 2. 4 u. 6. 3. 6 u 9.

2. Nimm das erſte Paar (4 u 8) vor/ ſuche ihr gröſſeſtes Maaß (4) und hebe damit den erſten (4) auf/ und den quotienten (1) bemercke.

Anm. Man kann zwar unter beyden aufheben/ welchen man will/ man nimmt aber den am liebſten/ der ſich gegen den

den folgenden im andern Paar nicht füglich aufheben läſſet.

3. Nimm das andere Paar vor und verfahre eben ſo/ wie n. I. nemlich das G. Maaß unter 8 u. 6 iſt 2. 2 in 8 facit 4.

4. Das continuire ſo lange/ bis kein Paar mehr übrig iſt. Z E. Das G. Maaß unter 6 u. 9 iſt 3. 3 in 6 facit 2.

5. Multiplicire alle angemerckte quotienten (1. 4. 2.) und den letzten unaufgehobenen Nenner (9) in einander. Z. E. ſprich: 1 mahl 4 iſt 4. 2 mahl 4 iſt 8. 8 mahl 9 iſt 72.

6. Die Summe (72) nimm zum general-Nenner an/ und denn verfahre ferner wie n. I. n. 2. 3.

Hiernach ſtünde das gantze Ex. alſo:

72					
$\frac{3}{4}$ 48	4.	8.	6.	9.	die Nenner
$\frac{5}{6}$ 60	1.	4.	2.		die quotienten
$\frac{6}{9}$ 48					
$\frac{5}{8}$ 45					

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid iſt offenbar. Der Vortheil beſteht darinn / daß man den kleinſten general-Nenner findet / der dabey möglich iſt.

2. Was den Grund betrifft/ ſo iſt zuforderſt offenbar/ daß die gefundenen Brüche den gegebenen gleich ſind / wie n. I. a 2. Es iſt alſo noch zu erweiſen/ 1. daß die n. 5 gefundene Summe in alle Nenner aufgehen müſſe / und daher der general-Nenner ſeyn könne/ und 2. daß ſie der kleinſte mögliche general-Nenner ſey. Solches nun deſto leichter zu begreiffen hat man bey ſich vorher feſte zu ſetzen / daß diejenige Zahl / wodurch ſich eine gegebene Zahl aufheben läſſet/

läſſet / auch alle die Zahlen aufheben müſſe / welche von der gegebenen Zahl ſelbſt können aufgehoben werden (Z. E. 2 hebt 6 auf / folglich hebt 2 auch 12 / 18 / 24 / 30 etc. auf / weil ſie ſich durch 6 aufheben laſſen) welches übereinkommt mit §. 238 a. 1. n. I. b, c. Wenn dis voraus geſetzt iſt / ſo wird man den ſonſt ſehr verborgenen Grund dieſer operation einſehen lernen. Nemlich a. wenn man den letzten unaufgehobenen Nenner (9) mit dem letzten quotienten (2) multiplicirt: ſo geht die Summe (18) in die beyden letzten Nenner (6 u 9) grade auf / und iſt der kleinſte mögliche general-Nenner zu den beyden Brüchen ($\frac{5}{8}$ u. $\frac{6}{9}$) (vermöge des Erweiſes litt. a. a. 2.). b. das gemeine Maaß des vorhergehenden Paars (8 u. 6.) nemlich 2. hebt die 6 auf / und folglich auch die vorige Summe 18 (vermöge des jetzo vorausgeſetzten Satzes. Denn 18 läßt ſich durch 6 aufheben). Wenn man nun an ſtatt der Nenner 8 u. 6. nimt 8 u. 18. die 8 mit 2 aufhebt und mit dem quotienten 4 die 18 multiplicirt: ſo geht die Summe (72) nothwendig auch in 8 auf. (vermöge des Erweiſes litt. α. a. 2.). c. Eben ſo hebt das gemeine Maaß des erſten Paars (4 u. 8) nemlich 4 / die 8 auf / und folglich auch die vorige Summe 72 (vermöge des jetzo vorausgeſetzten Satzes.). Wenn man alſo an ſtatt der Nenner 4 u. 8. nimmt 4 u. 72. die 4 mit 4 aufhebt und mit dem quotienten 1 die 72 multiplicirt / ſo geht die Summe (72) nothwendig auch in den Nenner 8 auf (vermöge des Erweiſes litt. α. a. 2.). d. Und ſo würde es immer weiter gehen / wenn man noch mehr Paar Nenner hätte und noch weiter zurück gehen müſſe. e. Da man nun vermöge der Regel n. 2, 3. 4. ein Paar Nenner nach dem andern vornimmt / ihr gemeines Maaß ſucht und damit den erſten Nenner aufhebt / den andern aber wieder zum erſten Nenner des folgenden Paars macht etc. und endlich die quotienten mit dem letzten unaufgehobenen Nenner in einander multiplicirt: ſo iſt offenbar / daß es eben ſo viel ſey / als wenn man die Summe des letzten Nenners und quotienten mit den vorhergehenden quotienten nach und nach multiplicirte / und alſo die gantze Summe eine Zahl werde

werde/ welche in alle **Nenner** grade aufgehe und folglich der general-**Nenner** zu allen Brüchen ſeyn könne. f. Weil man aber das **gröſſeſte Maaß** annimmt: ſo iſt offenbar/ daß ſie der **kleinſte mögliche** general-**Nenner** ſey W z. e.

3. Weil/ wenn in einem Paar der eine Nenner ſelbſt das **gröſſeſte Maaß** iſt/ der quotient alle mahl 1 iſt; und 1 nicht multiplicirt: ſo kann man ſolche Nenner/ dadurch andere ſelbſt können aufgehoben werden/ gantz übergehen. Z. E. im obigen Ex. die 4 gegen 8 bringt 1.

4. Ex zur Ubung.

1. $\frac{1}{4}.\ \frac{1}{6}.\ \frac{2}{3}.\ \frac{7}{9} = \frac{9}{36}.\ \frac{6}{36}.\ \frac{24}{30}.\ \frac{28}{36}.$

2. $\frac{3}{4}.\ \frac{1}{2}.\ \frac{7}{8}.\ \frac{5}{6}.\ \frac{13}{20} = \frac{90}{120}\ \frac{60}{120}.\ \frac{105}{120}.\ \frac{100}{120}.\ \frac{78}{120}.$

3. $\frac{1}{6}.\ \frac{19}{24}.\ \frac{11}{16}.\ \frac{5}{8} = \frac{8}{48}.\ \frac{38}{48}.\ \frac{33}{48}.\ \frac{30}{48}.$

d. **Vierter Vortheil.** Wenn ſich nur einige **Nenner** gegen einander aufheben laſſen/ einige aber nicht. Z. E. $\frac{1}{4}.\ \frac{2}{5}.\ \frac{3}{6}.\ \frac{6}{8}.$ da läſſet ſich 5 gegen keinen **Nenner** aufheben. V. a.

1. Suche die Nenner zuſammen/ die ſich gegen einander aufheben laſſen/ und verfahre damit gantz wie vorhin litt. c. n. 1. 2. 3. 4. 5. d. i. ſuche was die Brüche/ deren Nenner ſich gegen einander aufheben laſſen/ für einen general-Nenner haben könnten. wäre im obigen Ex. 24

2. Nun ſiehe zu/ ob etwa dieſe Summe (als der general-Nenner) in etliche oder alle übrigen **Nenner** aufgehen wolle.

a. Geht ſie in alle auf/ ſo kann ſie der general-Nenner aller Brüche werden.

b. Geht ſie in etliche Nenner nicht auf/ oder in gar keinen: ſo multiplicire damit die Summe n. 1, noch nach einander eben ſo/ als litt. b. Z. E. in

dem

dem gegebenen Ex. geht 24 nicht in 5 auf. daher multiplicire die Summe 24 noch mit 5/iſt 120.

3. Die endliche Summe (120) nimm zum general-Nenner aller Brüche an/ u. verfahre ferner, wie n. I n. 2. 3. So entſtehen folgende Brüche/

$$\frac{30.}{120} \quad \frac{48.}{120} \quad \frac{60.}{120} \quad \frac{90.}{120}$$

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid von der gemeinen Art und den vorigen Vortheilen iſt klar. es wird darinn der andere und dritte Vortheil (litt. b. c.) combinirt. Der Vortheil iſt: es iſt doch beſſer/ daß man ſo viel Brüche aufhebt/ als man kann/als daß man alle in einander multiplicirt. Der Grund iſt aus litt. b. u. c. klar. Denn die Summe n. I. muß in alle Nenner/ die ſich gegen einander aufheben laſſen/aufgehen/ vermöge der Erweiſe litt. b. α. u. β. Die endliche Summe n. 2. aber muß in die übrigen Nenner aufgehen/ die ſich nicht aufheben laſſen/ vermöge des Erweiſes litt. c. und auch in die vorigen/ weil ſie durch die multiplication aus der erſten Summe n. 1. entſteht. (§. 238. n. I. n. I. b. c.).

2. Ex. zur Ubung.

$$1.\ \frac{2.}{6}\ \frac{3.}{5}\ \frac{2.}{3}\ \frac{7.}{9}\ \frac{5.}{7}\ \frac{1.}{4} = \frac{420.}{1260}\ \frac{762.}{1260}$$

$$\frac{840.}{1260}\ \frac{980.}{1260}\ \frac{900.}{1260}\ \frac{315.}{1260}$$

$$2.\ \frac{2.}{3}\ \frac{5.}{6}\ \frac{1.}{4}\ \frac{3.}{8}\ \frac{1.}{5} = \frac{80.}{120}\ \frac{100.}{120}\ \frac{30}{120}$$

$$\frac{45.}{120}\ \frac{24.}{120}$$

Der

Der erſten Section
Anderes Capittel.
Von den Vortheilen der ADDITION in Brůchen mit 1 Sorte.

Erſte Aufgabe. §. 347.

§. 559. Brůche von einerley Nennern zu addiren. Hiebey iſt weiter kein Vortheil / als daß man alles / was in der operation nach gemeiner Art erfodert wird / practiſch verrichte. nemlich die addition nach §. 458. die abbreviation nach §. 554. die reſolution nach §. 556.

Anm. Man gehe hiernach die Ex. §. 347. u. 348. durch.

Andere Aufgabe. §.349.

§. 560. Brůche von unterſchiedenen Nennern zu addiren.

I. Erſte Quelle. 1. Bringe die Brůche vortheilhaftig unter einerley Nenner nach §. 558. 2. Operire ferner nach §. 559.

II. Andere Quelle. An ſtatt daß man alle Brůche unter einerley Nenner bringt/wird es geůbten mehrentheils leichter ſeyn / alle Brůche nach §. 556. vorher zu reſolviren und hernach ihr facit in gantzen Zahlen zu addiren. Und das kann man thun/weñ es Brůche von ſolchen Sorten ſind/ die ſich reſolviren laſſen (§.338.a.5.): und wenn es uns gleich viel iſt/ das facit Bruchweiſe oder in gantzen Zahlen zu haben.

Anm. Man gehe hiernach die Ex. §. 349. u. 350. durch.

Der erſten Section Drittes Capittel.
Von den Vortheilen der Subtraction in Brüchen mit einer Sorte.

Erſte Aufgabe. §. 353.

§. 561. Brüche von einerley Nennern zu ſubtrahiren.

Hiebey iſt weiter kein Vortheil/ als daß man die bey dem Reſt nöthige abbreviation oder reſolution practiſch verrichte nach §. 554. oder §. 556.

Anm. Man gehe hiernach die Ex. §. 353. u. 354. durch.

Andere Aufgabe. §. 355.

§. 562. Brüche von ungleichen Nennern zu ſubtrahiren.

I. Erſte Quelle. 1. Bringe die Brüche vortheilhaftig unter einerley Nenner nach §. 558. 2. Operire ferner nach §. 561.

II. Andere Quelle. 1. Reſolvire die Brüche nach §. 556. 2. Subtrahire ſo dann die gantzen Zahlen.

Anm. 1. Es iſt hier bey der andern Quelle ſonſt eben das zu mercken/ was bey der addition erinnert iſt. §. 560. n. II.

Anm. 2. Man gehe hiernach die Ex. §. 355. u. 356. durch.

Der erſten Section Drittes Capittel.
Von den Vortheilen der Multiplication mit einer Sorte.

1. Deutlicher Begriff von der Sache ſelbſt.

§. 563. Damit man die folgenden Vortheile

der Multiplication und auch der Diviſion ſo wohl in einer Sorte/ als in U. Sorten deſto beſſer faſſen und deſto leichter behalten / ja auch noch immer mehr darzu erfinden möge : ſo ſetze man folgende Puncte einmahl für allemahl bey ſich recht feſte.

I. Brüche multipliciren heißt/ ein product ſuchen/welches ſich ſo gegen dem multiplicando verhalte/als der multiplicans gegen 1 (gantzes)/und zwar ſo / daß die 1 als das NB. vörderſte und der multiplicans als das hinterſte Glied (§.219.) angeſehen werde.

II. Brüche dividiren heißt/ ein facit ſuchen/ welches ſich ſo gegen dem dividendo verhalte/ als der diviſor gegen 1 (gantzes) / und zwar ſo / daß die 1 als das NB. hinterſte und der diviſor als das vörderſte Glied (§.219.) angeſehen werde.

Anmerckungen.

1. Dis alles iſt aus dem / was oben von der multiplication in Brüchen §. 359. und 395. und von der diviſion in Brüchen §. 363. u §. 400. geſagt iſt. Denn a. wenn man Brüche mit Brüchen multiplicirt : ſo hält das product ſo viel Theile von dem multiplicando in ſich oder das product ſteckt ſo oft in dem multiplicando als der multiplicans von oder in 1 gantzen (§ 359. a.2.). Hingegen wenn man Brüche durch gantze multiplicirt : ſo hält das product den gantzen multiplicandum ſo oft in ſich/ als der multiplicans 1 in ſich hält (§.395 a.2.) u.ſ.w. b. Wenn man Brüche mit Brüchen dividirt : ſo hält das facit den dividendum ſo oft in ſich/als 1 gantzes den diviſorem in ſich hält (§. 363. a. 4.). Hingegen wenn man Brüche durch gantze dividirt/ſo ſteckt das facit ſo oft in dem dividendo, als 1 im diviſore ſteckt (§. 400.). u. ſ. w.

2. Es

2. Es hat auch in der That eben die Bewandniß mit der multiplication und diviſion in gantzen Zahlen/ wie aus der Vergleichung mit den oben gegebenen definitionen (§. 58. u. 77.) erhellet.

3. Und alſo iſt das in der That der **vollkommenſte** und **allgemeine** Begriff oder definition, die ſich auf die multiplication und diviſion ſo wohl in **gantzen** als **gebrochenen** Zahlen ſchicket/ daß multipliciren heiſſe ein product ſuchen/ welches ſich etc. wie n. I. und dividiren ein facit ſuchen/ welches ſich etc. wie n. II. welches aber mancher oben ſchwerlich würde begriffen/ ſondern als eine unnütze ſubtilität verworfen haben. Dieſer allgemeine Begriff aber gibt in vielen wichtigen und ſchweeren Puncten der arithmetic vortreffliche Aufſchlüſſe. Sapienti ſat!

4. Es liegt alſo in der multiplication und diviſion wircklich ſchon die **ordentliche** proportion zum Grunde / wie ſie in den ſo genannten multiplications- und diviſions-Ex. der regul de tri iſt/ da bey jenem im **erſten** und bey **dieſen** im **dritten** Satz 1 iſt (§. 262.). Nemlich der **erſte** Satz iſt der diviſor, der **dritte** der multiplicans, der **andere** aber der multiplicandus oder dividendus, der **vierte** das product oder facit.

5. Weil ſich aber der **vierte** Satz in der regul de tri auch ſo gegen dem **dritten** verhält/ als der **andere** gegen dem **erſten** (§ 260.): ſo kan man auch alſo ſagen:

a. In der multiplication verhält ſich das product auch ſo gegen den multiplicantem, als der multiplicandus gegen 1 gantzes. und

b. In der diviſion verhält ſich das facit auch alſo gegen 1 gantzes/ als der dividendus gegen den diviſorem. Z. E. 4 in 12 facit 3. ſtehet in der proportion alſo: 4 : 12 = 1 : 3.

III. Der multiplicandus und multiplicans können in der operation verwechſelt werden / wenn nur das product, die Benennung des multiplicandi bekomt (§. 64. u. 70. verglichen mit §. 359.

a. 7. u. ſ. 395. a. 2.). Aber in der diviſion kann der diviſor und dividendus nicht verwechſelt werden (§. 86.).

Anm. Der eigentliche Grund flieſſet auch aus der angezeigten proportion. denn man kann wohl den andern mit dem dritten Satz verwechſeln/ aber nicht den andern oder dritten mit dem erſten (ſ. 245. n. 4. verglichen mit ſ. 260.).

II. Aufgaben.

Allgemeine Aufgabe. §. 359.

§. 564. Brüche von gleichen und ungleichen Nennern zu multipliciren.

Erſte Quelle.

I. **Erſter Vortheil.** Multiplicire/abbreviire und reſolvire practiſch / wo ſolches nach gemeiner Art §. 359. n. 1. 3. erfodert wird.

Anm. Man gehe hiernach die Ex. ſ 360. durch.

Andere Quelle.

II. **Anderer Vortheil.** Dieſer flieſſet aus der Verhältniß des Zählers gegen ſeinen Nenner/ es ſey im multiplicando oder im multiplicante.

a. **Erſter Fall.** Wenn ein Zähler ſeinen Nenner aufhebt. Z. E. $\frac{4}{8}$ thl. durch $\frac{2}{3}$ oder $\frac{2}{3}$ thl. durch $\frac{4}{8}$. V. a.

1. Dividire mit demſelben Zähler in ſeinen Nenner (4 in 8 h. i. 2 mahl.).

2. Mit dem quotienten (2) dividire den Zähler des andern Bruchs (2) (wofern er ſich dadurch ohne Reſt dividiren läſſet) und den neuen quotienten ſetze mit dem gegebenen Nenner des andern Bruchs in einen Bruch fac. $\frac{1}{3}$ thl. oder

3. Wo-

3. Wofern ſich der Zähler des andern Bruchs durch den quotienten nicht ohne Reſt dividiren läſſet (oder du ihn nicht dividiren wilt): ſo multiplicire damit (nemlich mit dem quotienten) den Nenner des andern Bruchs (3) / und die Summe 6 ſetze mit dem gegebenen Zähler in einen Bruch. fac. $\frac{2}{6}$ thl.

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** iſt klar. Der **Vortheil** iſt / man bekommt das product in kleinern Zahlen (terminis) / als nach gemeiner Art.

2. Der **Grund** ſteckt §. 563. n. I. denn die Verhältniß des multiplicantis gegen 1 gantzes erhellet aus der Verhältniß ſeines **Zählers** gegen ſeinen **Nenner** (§. 323. n. 2.) / und dieſe (bey **ächten Brüchen**) wieder aus dem quotienten des **Zählers** in den **Nenner** (§. 225.). Folglich verhält ſich das product alſo gegen den multiplicandum, als der multiplicans gegen 1 gantzes / wenn man mit dem quotienten des **Zählers** des multiplicantis in ſeinen **Nenner** entweder den **Zähler** des multiplicandi dividirt (§. 323. n. 9.) oder den **Nenner** deſſelben multiplicirt (§. 323. n. 8.). Es gilt aber gleich viel / ob man die Verhältniß des **Zählers** und **Nenners** im multiplicante oder im multiplicando ſuche. (§. 563. n. III.).

3. Wenn man nach n. 2. den Zähler des andern Bruchs mit dem quotienten dividiren kann / ſo bekommt man das product noch in kleinern Zahlen / als wenn man damit nach n. 3. den **Nenner** multiplicirt ($\frac{1}{3}$ iſt den Zahlen nach kleiner / als $\frac{2}{6}$): doch dem **Inhalt** nach iſt es einerley / ($\frac{1}{3}$ iſt ſo viel / als $\frac{2}{6}$ / und $\frac{2}{6}$ ſo viel / als $\frac{1}{3}$).

b. **Anderer Fall.** Wenn keines Bruchs Zähler ſeinen Nenner aufhebt. Z. E. $\frac{3}{4}$ durch $\frac{5}{6}$. V. a.

1. Zerfälle einen Zähler auf ſeinen Nenner (nach §. 468.) welchen du wilt. Z. E. 3 auf 4 in 2 u. 1. oder 5 auf 6 in 3 u. 2.

2. Dividire mit einer jeden Zerfällungs-Zahl in den Nenner (darauf der Zähler zerfällt iſt) / und mit dem quotienten dividire entweder den Zähler oder multiplicire den Nenner des andern Bruchs / wie litt. a. n. 2. 3.

3. Ihr facit ſchreibe unter einander hin / und addire es endlich zuſammen. ſt. a.

$\frac{3}{4}$ thl. durch $\frac{5}{8}$.			oder $\frac{3}{4}$ thl. durch $\frac{5}{8}$.			
2 - 2	$\frac{5}{12}$	(24 / 10		$\frac{3}{8}$	(8 / 3	3 - 2
1 - 4						2 - 3
	$\frac{5}{24}$	5		$\frac{1}{4}$	2	
		(3				
	fac. $\frac{15}{24}$	$\frac{5}{8}$ thl.		fac. $\frac{5}{8}$ thl.		

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** iſt offenbar / der **Vortheil** aber wohl ſehr geringe. ja es iſt weitläuftiger / als die gemeine Art. Man hat ihn aber berühren wollen / weil ihn andere auch (und zwar wohl als einen einigen) Vortheil anführen.

2. Der **Grund** iſt. Es werden aus dem einen Bruch ſo viel **beſondere Brüche** / welche **kleinere Zähler** aber alle den **gegebenen Nenner** gemein haben und dem gegebenen Bruch gleich ſind / (Z. E. aus $\frac{3}{4}$ entſtehet $\frac{2}{4}$ u. $\frac{1}{4}$.) und da die **Zähler** den **gemeinſchaftlichen Nenner** aufheben. Und ſo dann ſucht man das product eines jeden Bruchs beſonders nach litt. a. Ihr product zuſammen genommen aber iſt dem product des gegebenen Bruchs gleich.

3. Man kann auch die folgenden Zerfällungs-Zahlen gegen eine

eine vorhergehende halten/ und ihr facit aus dem bekannten facit der vorhergehenden ſuchen. und zwar iſt ſie gröſſer / ſo multiplicire man den Zähler oder dividire den Nenner des vorigen products iſt ſie kleiner / ſo dividire man den Zähler oder multiplicire den Nenner. Z. E. 3 iſt in 2 u. 1 zerfällt. dir iſt bekannt / 2 bringt $\frac{5}{12}$ / folglich 1 fac. $\frac{5}{24}$. Dann 1 ſteckt in 2 2 mahl. Hingegen wüſteſtu vorher / 1 brächte $\frac{5}{24}$ ſo ſchlöſſeſtu 2 gäbe $\frac{5}{12}$. denn 2 hält 1 2 mahl in ſich. Der Grund iſt aus §. 323. n. 8 u. 9. zu erkennen.

4. Zur Ubung nehme man die Ex. §. 360. nach beyden Fällen litt. a. u. b. durch.

Der erſten Section
Viertes Capittel.
Von den Vortheilen der DIVISION mit einer Sorte.

Erſte Aufgabe. §. 363.

§. 565. Brüche von einerley Nennern zu dividiren.

Hiebey iſt kein weiterer Vortheil. Die gantze Aufgabe / wie ſie in der gemeinen Art angeführet iſt (§. 363.) / gehört eigentlich hieher unter die Vortheile. Siehe §. 365. a. 4. Man wiederhohle daher zur Ub. die Ex. p. 363. u. 364.

Andere Aufgabe. §. 365.

§. 566. Brüche von ungleichen Nennern zu dividiren.

Erſte Quelle.

I. Erſter Vortheil. Multiplicire/ abbreviire und reſolvire practiſch/ wo ſolches nach gemeiner Art §. 365. n. 2. 3. erfodert wird.

Anm. Man gehe hiernach die Ex. §. 366. durch.

II. Anderer Vortheil.

1. Bringe beyde Brűche vortheilhaftig unter einerley Nenner / nach §. 558.

2. Verfahre ferner nach §. 565. oder 363. Z. E.

1. $\frac{3}{4}$ in $\frac{7}{8}$ = $\frac{6}{8}$ in $\frac{7}{8}$ u. folglich das fac. $1\frac{1}{6}$.
2. $\frac{5}{8}$ in $\frac{3}{4}$ = $\frac{5}{8}$ in $\frac{6}{8}$ u. folglich das fac. $1\frac{1}{5}$.

Anm Dieſe beyde Ex. ſind nach §. 558. n. I. unter einerley Nenner gebracht.

3. $\frac{3}{8}$ in $\frac{5}{6}$ = $\frac{9}{24}$ in $\frac{20}{24}$ u. folgl. das fac. $2\frac{2}{9}$.
4. $\frac{3}{6}$ in $\frac{6}{8}$ = $\frac{12}{24}$ in $\frac{18}{24}$ u. folgl. das fac. $1\frac{6}{12}$.

Anm. Die beyde Ex. ſind nach §. 558. n. II. unter einerley Nenner gebracht.

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid / Vortheil und Grund iſt / es werden die Brűche practiſch unter einerley Nenner gebracht / welches in der gemeinen Diviſion nach gemeiner Art geſchahe (§. 365. a. 1.). und man bekomt das fac. in kleinern Zahlen.

2. Aus dieſem allgemeinen Vortheil entſpringet noch der fünfte Vortheil n. V. als ein beſonderer Vortheil. wie man daſelbſt ſehen wird.

3. Man gehe hiernach die Ex. §. 365. u 366. durch.

Andere Quelle.

III. Dritter Vortheil. Wenn beyde Brűche einerley NB. Zähler haben V. a.

Dividire den Nenner des NB. diviſoris durch den Nenner des NB. dividendi: ſo zeigt der quotient das verlangte facit an. Z. E.

$\frac{3}{8}$ in $\frac{3}{4}$ thl. fac. 2 thl. $\frac{3}{4}$ in $\frac{3}{8}$ thl. fac. $\overset{4}{\frac{4}{8}} | \frac{1}{2}$ thl.

$\frac{5}{8}$ in $\frac{5}{6}$ thl. fac. $1\frac{2}{6}$ thl. $\frac{5}{6}$ in $\frac{5}{8}$ thl. fac. $\overset{2}{\frac{6}{8}} | \frac{3}{4}$ thl.

An=

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** iſt hiebey gar mercklich. Man dividirt gar mit dem Nenner des NB. dividendi in den NB. diviſorem. Der **Vortheil** iſt ſo groß/ als wenn Brüche **einerley** NB. **Nenner** haben §. 363. u. 565. Man bekomt das facit in kleinern Zahlen/ als nach gemeiner Art.

2. Der **Grund** iſt. Wenn Brüche **einerley Zähler** haben: ſo verhalten ſie ſich wie ihre **Nenner** (§. 323. n. 6.) und zwar der iſt der **gröſte** / wo der **kleinſte Nenner** iſt/ und das der **kleinſte**/ wo der **gröſte Nenner** iſt (ibid. a.). Und daher muß man umgekehrt mit dem NB. dividendo in den diviſorem dividiren: ſo verhält ſich das facit gegen dem dividendo, als 1 gantzes gegen den diviſorem §. 563. n II.

3. Daß es richtig ſey/ kann man auch (a poſteriori) ſehen/ wenn man eben die Ex. nach **gemeiner Art** macht. Z. E.

$\frac{3}{8}|\frac{8}{3}$ in $\frac{3}{4}$ fac. $\frac{24}{12}$ thl. d. i. 2 thl.

$\frac{3}{4}|\frac{4}{3}$ in $\frac{3}{8}$ fac. $\frac{12}{24}|\frac{1}{2}$ thl.

4. Ex. zur Ubung.

1. $\frac{6}{7}$ in $\frac{6}{7}$ fac. $1\frac{2}{7}$	4. $\frac{9}{20}$ in $\frac{9}{10}$ fac. 2.
2. $\frac{4}{8}$ in $\frac{4}{7}$ - $1\frac{3}{7}$	5. $\frac{9}{10}$ in $\frac{9}{20}$ - $\frac{10}{20}|\frac{1}{2}$
3. $\frac{9}{16}$ in $\frac{9}{12}$ - $1\frac{4}{12}$	6. $\frac{8}{9}$ in $\frac{8}{12}$ - $\frac{9}{12}|\frac{3}{4}$

IV. **Vierter Vortheil.** Wenn der Nenner des NB. diviſoris in ſeinen **Zähler** grade aufgeht. Z. E. $\frac{4}{8}$ in $\frac{3}{4}$ thl. V. a.

1. Dividire mit dem **Zähler** des diviſoris in ſeinen **Nenner** (4 in 8 habe ich 2 mahl).

2. Mit dem quotienten multiplicire entweder den NB. **Zähler** des dividendi (2 mahl 3 iſt 6) und die Summe (6) ſetze mit dem gegebenen **Nenner** des dividendi in einen Bruch ($\frac{6}{4}$)/oder dividire damit in den **Nenner** des dividendi

(wo dieſer darein ohne Reſt aufgeht) 2 in 4 habe ich 2 mahl/ und ſetze den neuen quotienten mit dem gegebenen Zähler in einen Bruch ($\frac{3}{2}$)/ſo haſtu das facit 4. das facit reducire/ abbreviire und reſolvire nach befinden und belieben. ($\frac{6}{4}$ thl. d. i. 1$\frac{2}{4}$ oder 1$\frac{1}{2}$ thl. oder 1 thl. 12 gl. it. $\frac{3}{2}$ thl. d. i. 1$\frac{1}{2}$ thl.).

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** / **Vortheil** und **Grund** iſt aus §. 363. a. 5. zu erkennen. Es iſt grade das Gegentheil von dem **andern Vortheil** der multiplication. §. 563. n. II. litt. a. Man halte es gegen einander/ſo wird man den **Grund** erkennen. In dem dividendo kann man dieſen Vortheil nicht ſuchen (§. 563. n. III.).

2. Exempel zur Ubung.

1. $\frac{3}{8}$ in $\frac{7}{8}$ thl. f. thl. 18 gl. 3. $\frac{2}{12}$ in $\frac{8}{9}$ fac. 5$\frac{3}{9}$.
2. $\frac{1}{2}$ in $\frac{2}{3}$ thl. f. 1 thl. 8 gl. 4. $\frac{2}{4}$ in $\frac{5}{8}$ - 1$\frac{1}{4}$.

V. **Fünfter Vortheil.** Wenn beyde **Nenner** gegen einander geſchickte Zahlen ſind / ſo daß **einer** den **andern** aufhebt. Z. E. $\frac{3}{4}$ in $\frac{7}{8}$ thl. oder $\frac{2}{8}$ in $\frac{3}{4}$ thl. V. a.

1. Dividire mit dem kleinſten Nenner in den gröſſern / (4 in 8 habe ich 2 mahl.).

2. Mit dem quotienten multiplicire den Zähler NB. desjenigen Bruchs / wo der kleinſte Nenner iſt. (2 mahl 3 iſt 6.).

3. Iſt der kleinſte Nenner im diviſore / ſo dividire mit der Summe (6) in den Zähler des dividendi (7) fac. 1$\frac{1}{6}$ thl. Iſt er aber in dem dividendo ſo dividire mit dem Zähler des diviſoris (2) in die Summe (6) fac. 3 thl.

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid iſt klar. Der Vortheil iſt handgreiflich/ man bekommt das facit in kleinern Zahlen/ als ſonſt. Der Grund iſt; es werden n. 1. 2. die Brüche in der That unter einerley Nenner gebracht/nemlich unter den gegebenen gröſſeſten Nenner bloß daß man ihn nicht unter die Summe (6) wircklich hinſchreibet §. 558. n. I. und hernach werden die Brüche n. 3. ordentlich dividirt/ als Brüche von einerley Nennern (§. 565.).

2. Es iſt alſo in dieſem Vortheil der andere Vortheil n. II. nur noch kürtzer zuſammen gezogen.

3. Ex. zur Ubung.

1. $\frac{2}{3}$ in $\frac{5}{6}$ fac. $1\frac{1}{4}$.	4. $\frac{2}{4}$ in $\frac{6}{8}$ fac. $1\frac{2}{4}$.
2. $\frac{5}{6}$ in $\frac{2}{3}$ fac. $\frac{4}{5}$.	5. $\frac{6}{8}$ in $\frac{2}{4}$ fac. $\frac{4}{6}$.
3. $\frac{3}{4}$ in $\frac{6}{8}$ fac. 1.	6. $\frac{2}{3}$ in $\frac{5}{9}$ fac. $\frac{5}{6}$.

Ende der erſten Section.

Des andern Abſchnitts Andere Section.

Von den Vortheilen der Specien in Brüchen mit U. Sorten.

Das erſte Capittel.

Von den Vortheilen der NUMERATION.

§. 467. Bey den beyden Aufgaben der Numeration §. 372. u. §. 373. hat und bedarf man keine Vortheile/ ausgenommen daß man bey der Aufgabe §. 373. n. I. die gröſſern Sorten practiſch reſolvire nach §. 500.

Der

Der andern Section Anderes Capittel.

Von den Vortheilen der ADDITION mit U. Sorten.

Erſter Unterſcheid. §. 375.

§. 568. Gantze und Brüche von einer Art zu addiren.

Weil man nach gemeiner Art §. 375. n. 2. 3. die Gantze und auch die Brüche a'part addirt: ſo bringe man bey gantzen Zahlen die Vortheile der addition in gantzen Zahlen (§. 458.)/ und bey den Brüchen die Vortheile der addition in Brüchen mit einer Sorte (§. 559. u. 560.) an.

Anm. Man gehe hiernach die Ex. §. 375. u. 376. durch.

Anderer Unterſcheid. §. 577.

§. 569. Gantze und Brüche von U. Sorten zu addiren.

Weil man nach gemeiner Art (§. 377. n 2.) eine jede Sorte beſonders vornimmt: ſo bringe man bey jeder Sorte die Vortheile der vorigen Aufgabe (§. 567.) ſo oft an/ als die vorhandenen Sorten es erfordern oder zulaſſen.

Anm. Man gehe hiernach die Ex. §. 377. u. 378. durch.

Der andern Section Drittes Capittel.

Von den Vortheilen der SUBTRACTION in U. Sorten.

§. 570. Die Operation iſt in allen Aufgaben

der

der Subtraction, ſo wohl im erſten Unterſcheid (§. 381. ſeqq.) als im andern (§. 389. ſeqq.) nach der gemeinen Art ſo leicht und natürlich / daß man faſt keine weitere Vortheile nöthig hat. Das einige mögte noch verdienen überhaupt angemercket zu werden / daß man allemahl / ſo oft die Brüche 1. unter einerley Nenner zu bringen / oder auch 2. zu reſolviren ſind, ſolches practiſch verrichte / nach §. 558. u. §. 556.

Anm. Man nehme hiernach alle Aufgaben nochmahls durch / und ſetze ſich darinn immer weiter feſte.

Der andern Section Viertes Capittel.

Von den Vortheilen der MULTIPLICATION mit U. Sorten.

Erſter Unterſcheid. §. 395.

Erſte Aufgabe.

§. 571. Brüche durch gantze Zahlen oder gantze Zahlen durch Brüche zu multipliciren.

I. Erſter Vortheil. Dabey operirt man allemahl mit der gantzen Zahl.

a. Erſter Fall. Wenn die gantze Zahl eine eintzele Stamm-Zahl oder eine an ſich zur operation bequeeme Zahl iſt. Z. E. $\frac{2}{3}$ thl. durch 6. oder 6 thl. durch $\frac{2}{18}$. V. a.

1. Multiplicire den Zähler des Bruchs mit der gantzen Zahl / (ſo vortheilhaftig als du kanſt). (2 mahl 6 iſt 12.).

2. Die

2. Die Summe (12) ſetze (in Gedancken) mit den Nenner (3 oder 16) in einen Bruch ($\frac{12}{3}$ oder $\frac{12}{16}$.). ſo haſtu das product. Iſt er unächt ſo reducire ihn ($\frac{12}{3}$. 3 in 12 fac. 4 thl.). Iſt er ächt/ ſo abbreviire und reſolvire ihn nach befinden und belieben. ($\frac{12}{16}|\frac{3}{4}$ thl. d. i. 18 gl.).

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** und **Vortheil** iſt/ daß man die gantze Zahl nicht erſt einrichten und damit den Nenner multipliciren darf. Der **Grund** iſt 1 multiplicirt nicht.

2. Man kann ſich den **Grund** auch alſo vorſtellen. Wenn man den **Zähler** (2) mit der **gantzen Zahl** (6) multiplicirt/ und den **Nenner** (3 oder 16) behält/ ſo verhält ſich das product ($\frac{12}{3}$ oder $\frac{12}{16}$) ſo gegen den Bruch ($\frac{2}{3}$ oder $\frac{2}{16}$)/ als die gantze Zahl (6) gegen 1. §. 323. n. 8. Folglich iſt der Bruch richtig multiplicirt (§. 563. n. I.). Der Bruch mag nun der multiplicandus oder multiplicans ſeyn. (ibid. n. III.).

3. Man gibt ſonſt dieſe Regel: 1. Multiplicire den **Zähler** mit der **gantzen** Zahl/ und 2. die **Summe** dividire mit dem **Nenner**. Das ſchickt ſich aber eigentlich nur auf den Fall/ wenn das product ein **unächter Bruch** iſt.

b. Anderer Fall. Wenn die gantze Zahl eine zuſammen geſetzte Zahl iſt/ die ſich nach der multiplication ohne plus und minus zerfällen läſſet. Z. E. $\frac{3}{4}$ thl. durch 18. V. a.

1. Zerfälle die gantze Zahl nach der multiplication (18 in 3 mahl 6).

2. Multiplicire den Bruch mit der erſten Zerfällungs-Zahl (3) wie litt. a. (fac. $2\frac{1}{4}$ thl. d. i. 2 thl. 6 gl.).

3. Die

3. Dieſes facit multiplicire noch mit der andern Zerfällungs-Zahl (6). (6 mahl 2 thl. 6 gl. fac. 13 thl. 12 gl.).

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid iſt klar. Der Vortheil nicht ſonderlich. Der Grund iſt gleiches mit gleichem (nemlich mit 18 oder mit 3 mahl 6) multiplicirt bringt gleiches (§. 473.). Im andern Unterſcheid iſt der Vortheil gröſſer.

2. Wenn man n. 2. den Reſt Bruchweiſe ſetzt/ ſo muß man n. 3. nach §. 373. operiren.

3. Man gehe nach dieſem erſten Vortheil die Ex. 396. n. 1. 2. 3. 11. durch.

II. Anderer Vortheil. Dieſer flieſſet aus der Verhältniß des Zählers und Nenners/ und alſo operirt man hiebey allemahl mit dem Bruch/ er mag multiplicans oder multiplicandus ſeyn.

a. Erſter Fall. Wenn der Zähler den Nenner aufhebt. Z. E. $\frac{4}{8}$ thl. durch 6. oder 5 thl. durch $\frac{4}{8}$. V. a.

1. Dividire mit dem Zähler in den Nenner. (4 in 8 habe ich 2 mahl.).

2. Mit dem quotienten dividire in die gantze Zahl. ſo haſtu das facit. (2 in 6 fac. 3 thlr. 2 in 5 fac. $2\frac{1}{2}$ thl. d. i. 2 thl. 12 gl.).

Anm. Der Unterſcheid und Vortheil iſt handgreifflich: Der Grund iſt hier eben ſo/ als §. 564. n. II. a. 2. Kurtz: Man findet ein product, welches ſich gegen die gantze Zahl ſo verhält/ als der Bruch gegen 1 gantzes; und alſo iſt richtig multiplicirt (563. n. I).

b. Anderer Fall. Wenn die differenz des Zählers gegen den Nenner den Nenner ſelbſt

auf-

aufhebt. (Z. E. $\frac{5}{6}$ thl. durch 8. da hebt die differenz 1 die 6 auf. oder 8 thl. durch $\frac{4}{6}$. da hebt die differenz 2 die 6 auf.). V. a.

1. Dividire mit der differenz in den Nenner (1 in 6 fac. 6. oder 2 in 6 ſac. 3.).

2. Mit dem quotienten dividire die gantze Zahl. (6 in 8 fac. 1 thl. 8 gl. und 3 in 8 fac. 2 thl. 16 gl.).

3. Das facit ſubtrahire von der gantzen Zahl: ſo haſtu das product (1 thl. 8 gl. von 8 thl. bleibt 6 thl. 16 gl. und 2 thl. 16 gl. von 8 thl. bleibt 5 thl. 8 gl.).

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** und **Vortheil** iſt klar. Der **Grund** iſt: Das product verhält ſich alſo gegen die **gantze Zahl**/ als der **Bruch** gegen 1 gantzes. Denn der **Nenner** iſt 1 **gantzen** gleich (§. 323. n. 1.). So viel nun an dem Bruch fehlt/ ehe er 1 gantzes iſt/ (welches die differenz des Zählers gegen den Nenner andeutet §. 323. n. 2.)/ ſo viel nimmt man auch von dem **gantzen** weg.

2. Wenn die differenz 1 iſt: ſo kann man auch das facit n. 2 mit dem **Zähler** multipliciren. Z. E. im 1ſten Ex. macht 5 mahl 1 thl. 8 gl. auch zuſammen 6 thl. 16 gl.

c. **Dritter Fall.** Wenn weder der Zähler noch die differenz den Nenner aufhebt. Z. E. $\frac{5}{8}$ thl. durch 6. V. a.

1. Zerfälle den Zähler auf den Nenner (5 gegen 8 in 4 und 1.).

2. Dividire mit jeder Zerfällungs-Zahl in den gegebenen Nenner/ und mit dem quotienten dividire die gegebene gantze Zahl.

3. Ihr

3. Ihr facit ſetze unter einander hin/und addire es endlich zuſammen. ſt. a.

5 thl. durch 6	oder	6 thl. durch	5
8	3 thl. - -	3 thl. - -	8
⌒	- - 18 gl.	- - 18 gl.	⌒
4			4
1	3 thl. 18 gl.	3 thl. 18 gl.	1

Anm. 1. Der Unterſcheid/ Vortheil und Grund iſt wie §. 564. n. II. litt. b. a. 1. 2.

Anm. 2. Man nehme nach dieſem Vortheil die Ex. §. 396. n. 1. 2. 3. u. 11. auch durch.

III. Dritter Vortheil. Dieſer flieſſet aus der reſolution des Bruchs / wenn er im multiplicando ſteht.

Man mercke dis einmahl für allemahl als einen allgemeinen Vortheil der multiplication ſo wohl bey dieſer als den folgenden Aufgaben des erſten und andern Unterſcheids:

Wenn im NB. multiplicando ein Bruch ſteht/ (es ſey ein bloſſer Bruch oder in einer vermiſchten Zahl) der ſich nach §. 556. füglich reſolviren läſſet: ſo reſolvire man ihn vorher / und operire denn ferner nach befinden ſo vortheilhaftig als man kann. Z. E. Wenn man nach dieſer Aufgabe das Ex. hätte $\frac{2}{3}$ thl. durch 8 C. V. a.

1. Reſolvire den Bruch. ($\frac{2}{3}$ iſt 16 gl.).

2. Nun multiplicire 16 gl. mit 8. fac. 5 thl. 8 gl. nach §. 515.

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid iſt klar. Der Vortheil iſt groß / man bekommt an ſtatt eines Bruchs gantze Zahlen / da-

mit ſichs ordinair leichter operiren läſſet. Der Grund iſt gleiches (d. i. $\frac{2}{3}$ thl. oder 16 gl.) mit gleichem (8 E.) multiplicirt/ bringt gleiches §. 473.

2. Ich ſage/ wenn ein Bruch im NB. multiplicando iſt. Denn wenn er im multiplicante iſt/ ſo darf er nicht reſolvirt werden. (§. 395. a. 3.).

3. Man mercke dis einmahl für allemahl/ es wird nun nicht weiter erinnert/ ſondern alles ſo eingerichtet werden/ wie es zu halten ſey/ wenn man einen Bruch nicht reſolviren könnte (§. 338. a. 5.) oder wollte.

Andere Aufgabe.

§. 572. Brüche durch vermiſchte Zahlen oder vermiſchte Zahlen durch Brüche zu multipliciren. Z. E. $\frac{2}{4}$ thl. durch $3\frac{2}{3}$ oder $3\frac{2}{3}$ thl. durch $\frac{2}{4}$. V. a.

1. Multiplicire den Bruch ($\frac{2}{4}$) durch die in der vermiſchten Zahl befindliche gantze Zahl (3) nach §. 571. ſo vortheilhaftig als du kanſt. fac. 1 thl. 12 gl.

2. Multiplicire den Bruch ($\frac{2}{4}$) auch beſonders durch den in der vermiſchten Zahl befindlichen Bruch ($\frac{2}{3}$) nach §. 564. ſo vortheilhaftig als du kanſt. (fac. 8 gl.).

3. Das facit ſchreibe unter einander hin/ und addire es zuſammen. (1 thl. 12 gl. u. 8 gl. macht zuſammen 1 thl. 20 gl.).

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid und Vortheil iſt handgreifflich. Man darf die vermiſchte Zahl nicht erſt einrichten etc. Der Grund iſt von ſelbſt klar. Es wird der bloſſe Bruch nach und nach doch durch die gantze vermiſchte Zahl multiplicirt.

2. Es

2. Es iſt gleich viel/ ob man den **Bruch** erſt mit der in der vermiſchten Zahl befindlichen **gantzen Zahl** und hernach mit dem **Bruch** derſelben multiplicirt / oder erſt mit dem **Bruch** und hernach mit der **gantzen Zahl**.

3. Man mache dieſes Ex. $\frac{2}{4}$ thl. durch $3\frac{2}{3}$ nach allen Vortheilen durch / die bey der multiplication mit **bloſſen Brüchen** §. 564 und bey der multiplication **bloſſer Brüche** durch **gantze** §. 571. vorkommen/ und ſich dabey wollen anbringen laſſen. Und eben ſo nehme man auch zur Ub. die Ex. §. 396. n. 4. 5. 6. u. 12. durch.

Dritte Aufgabe.

§. 573. **Gantze durch eine vermiſchte Zahl/ oder eine vermiſchte Zahl durch gantze zu multipliciren.** Z. E. 6 thl. durch $2\frac{2}{3}$ oder $2\frac{2}{3}$ thl. 6. V. a.

1. Multiplicire die gantze Zahl (6) mit der in der vermiſchten Zahl befindlichen gantzen Zahl (2) nach der multiplication in gantzen Zahlen mit einer Sorte/ ſo vortheilhaftig du immer kanſt/ (6 mahl 2 iſt 12 thl.).

2. Multiplicire die gantze Zahl (6) auch beſonders mit dem in der vermiſchten Zahl befindlichen Bruch ($\frac{2}{3}$) nach § 571. ſo vortheilhaftig als du kanſt. (fac 4 thl.)

3. Das facit ſetze unter einander hin/ und addire es zuſammen (12 thl. u. 4 thl. ſind 16 thl.).

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid**/ **Vortheil** und **Grund** iſt wie §. 572. a. 1.

2. Es iſt hier auch gleich viel ob/ man bey der **vermiſchten Zahl** die gantze **Zahl** oder den **Bruch** zu erſt vornimmt/ wie §. 572. a. 2.

3. Man nehme dis Ex. (6 thl. durch $2\frac{2}{3}$) nach allen Vortheilen durch / die ſich dabey aus §. 477. ſeqq. und §. 571 wollen anbringen laſſen und das thue man auch bey den Ex. §. 396. n. 7. 8. u. 13.

Vierte Aufgabe.

§. 574. Eine vermiſchte Zahl durch eine vermiſchte zu multipliciren. Z. E. $4\frac{2}{3}$ thl. durch $3\frac{3}{4}$. V. a. Multiplicire eine von beyden vermiſchten Zahlen / es ſey welche es wolle (Z. E. $4\frac{2}{3}$ thl.).

1. Durch die in der andern befindliche gantze Zahl (3) nach §. 573. ſo vortheilhaftig als du immer kanſt / doch darfſtu das facit noch nicht zuſammen addiren. (fac. 14 thl.). und hernach

2. Auch durch den in der andern befindlichen Bruch ($\frac{3}{4}$) nach §. 572. ſo vortheilhaftig du kanſt (fac. 3 thl. 12 gl.).

3. Nun addire das facit aus n. 1. u. 2. zuſammen. (fac. 17 thl. 12 gl.).

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid / Vortheil** und **Grund** iſt von ſelbſt offenbar.

2. Es iſt gleich viel ob man die **eine vermiſchte** Zahl zu erſt mit der andern ihrer **gantzen** oder **gebrochenen Zahl** multiplicirt.

3. Man gehe dis Ex. $4\frac{2}{3}$ durch $3\frac{3}{4}$ nach allen Vortheilen / die ſich dabey aus §. 572. u. 573. wollen anbringen laſſen. Dergleichen thue man auch mit den Ex. §. 396. n. 9. 10. u. 14.

Anderer Unterſcheid. §. 397.

Erſte Aufgabe.

§. 575. Ein Ex. zu multipliciren / wenn im

multiplicando eine ſolche kleine Sorte gegeben wird/ die noch in eine gröſſere kann reducirt werden. Hiebey iſt wohl der leichteſte und kürtzeſte Weg/ daß man die Zahlen.

1. Ordentlich (ohne Abſicht auf die Sorte des multiplicandi) multiplicirt/ wie bisher gezeiget worden/ und

2. Das facit ſo gleich reducirt/ wo es gantze ausmachen kann. Z. E.

1. 9 gl. durch $4\frac{2}{3}$. ginge nach §. 572. alſo multiplicire 1. beyde gantze Zahlen ſo gut du kanſt/ 4 mahl 9 iſt 36 gl d. i. 1 thl. 12 gl. 2. Den Bruch $\frac{2}{3}$ mahl 9 gl. fac. 6 gl. 3. Summa 1 thl. 18 gl.

Anmerckungen.

1. Manche zerfällen die kleinern Sorten auf die gröſſern/ (auch wohl wenn im multiplicante ein bloſſer Bruch iſt/ und das facit kein gantzes erreichet) ſuchen jeder Zerfällungs-Zahl ihre Verhältniß gegen 1 gantzes oder gegen eine vorhergehende/ und damit multipliciren ſie des Bruchs Nenner (§ 323. n. 9.). Das iſt und macht aber hier eine ohne Noth und Nutzen geſuchte Weitläuftigkeit. Z. E.

5 gl. durch $\frac{7}{8}$

4($\frac{1}{6}$ 7 (192

1($\frac{1}{4}$ 48   28

7

192   7

add. $\frac{35}{192}$ thl.

d. i. $4\frac{3}{8}$ gl.

2. Dis Ex. aber geht nach §. 571. n. 1. a. weit kürtzer alſo. ſprich: 5 mahl 7 iſt 35. 8 in 35 fac. $4\frac{3}{8}$ gl.

3. Und ſo hat man es in der folgenden andern Aufgabe bey kleinern Sorten durchgehends zu halten.

Andere Aufgabe.

§. 576. Ein Ex. vortheilhaftig zu multipliciren / wenn im multiplicando U. Sorten gegeben werden etc. wie §. 397.

I. Erſter Fall. Wenn im multiplicante eine NB. gantze Zahl iſt.

Nimm eine Sorte des multiplicandi nach der andern (von der kleinſten bis zur gröſten) vor/ und multiplicire ſie beſonders mit dem multiplicante, ſo vortheilhaftig/ als du kanſt/ nemlich

1. Eine gantze Zahl/ wie in gantzen Zahlen (§ 516).

2. Einen bloſſen Bruch / nach § 571.

3. Eine vermiſchte Zahl / nach §. 573 Z. E.

3 thl. 18 gl. $\frac{1}{2}$ pf. durch 4. it. 16 thl. 2$\frac{3}{4}$ gl. durch 24
15 thl. -. gl. 2 pf.   64 thl. 11 gl. (4 $\frac{4}{6}$
386 thl. 18 gl. (6

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid/ Vortheil und Grund iſt / wie in gantzen Zahlen §. 516. n. II.

2. Man könnte auch mit dem multiplicando operiren wie §. 516. n. II. es würde aber weitläuftiger werden.

3. Was von der reſolution der Brüche des multiplicandi §. 571. n. III. geſagt worden/ iſt auch inſonderheit in dieſer gantzen Aufgabe nützlich.

4. Ex. zur Ubung.

1. 2 thl. 2$\frac{1}{2}$ gl. durch 4 fac. 8 thl. 10 gl.
2. 2 Wl. 4$\frac{1}{2}$ Schl. durch 3 fac. 6 Wl. 13$\frac{1}{2}$ Schl.
3. 3 thl. 18 gl. 4$\frac{6}{8}$ durch 25 fac. 91 thl. 15 gl. 10$\frac{3}{4}$ pf.

4. 13 thl. 20 gl. $8\frac{2}{3}$ pf. durch 15 fac. 207 thl. 22 gl. 10 pf.

II. Anderer Fall. Wenn im multiplicante ein NB. bloſſer Bruch iſt.

a. **Erſter Vortheil.** Nimm eine Sorte nach der andern (u. zwar NB von der höchſten bis zur niedrigſten) vor/ und multiplicire ſie beſonders mit dem Bruch/ nemlich

1. Eine gantze Zahl/ nach §. 571.
2. Einen bloſſen Bruch/ nach §. 564.
3. Eine vermiſchte Zahl/ nach §. 572. Z. E.

1. 6 thl. 9 gl $\frac{1}{3}$ pf. durch $\frac{2}{4}$.
3 thl. 4 gl. $6\frac{1}{6}$ pf.

2. 6 thl. 8 gl. $4\frac{1}{3}$ pf durch $\frac{3}{4}$ (2, 1)

3 -	8 -	$2\frac{1}{6}$ ($\frac{1}{2}$ 2	2
1 -	16 -	$1\frac{1}{12}$ 1	1
5 thl	, gl.	3 $\frac{3}{12}$ pf.	

Anmerckungen.

1. In dem erſten Ex. hebt der **Zähler** (2) ſeinen **Nenner** (4) auf und der quotient iſt 2. folglich dividirt man jede Sorte a part mit 2. nach §. 564. n. II. a u §. 571. n. II. a. In dem **andern** aber iſt der **Zähler** (3) auf ſeinen **Nenner** (4) zerfällt (in 2 u. 1.). 2 ſteckt in 4 2 mahl. daher dividire den multiplicandum mit 2. 1 ſteckt in 2 wieder 2 mahl. daher dividire das facit der 2 wieder mit 2. Endlich addire beyder facit zuſammen.

2. Man könnte in beyden Ex. alſo verfahren daß man 1. die **gantzen Zahlen** mit dem **Zähler** multiplicirte/ und die Summe wieder mit dem **Nenner** dividirte nach §. 571. n. I. und 2. bey den Brüchen **Zähler** und **Nenner** mit einander multiplicirte nach §. 359. allein es macht hier bey gantzen Zahlen meiſt groſſe Weitläuftigkeit/ wenn die Summe des Zählers in den **Nenner** nicht grade aufgeht und der Reſt zur folgenden Sorte zu ſchlagen iſt. daher man hier lieber zerfällt.

 3. Man

3. Man ſoll von der kleinſten Sorte anfangen/ weil das facit kleiner wird/als der multiplicans, §. 359. a 1. und der Reſt zum folgenden zuſchlagen iſt.

b. **Anderer Vortheil.** Wenn im multiplicando **lauter gantze Zahlen** ſtehen. V. a.

1. Multiplicire eine Sorte nach der andern **allein** mit dem NB. **Zähler**/ wie in **gantzen Zahlen** (§. 516.).

2. Das facit dividire wieder mit dem **Nenner**/ wie in **gantzen Zahlen** (§. 519.). Z. E.

1. 8th. 16gl. 4pf. (3 mit $\frac{3}{4}$
4) 25 - 1 - = -
6th. 6gl. 6gl.

2. 8th. 16gl. (8 durch $\frac{8}{12}$
12) 69 - 8 -
$\frac{3}{4}$ 23 - 2 - 8pf.
5th. 18gl. 8pf.

Anmerckungen.

1. In dem andern Ex. iſt der **Zähler** 12 zerfällt/ und damit dividirt/ wie §. 519. n. II. b. Man kann auch den **Zähler** zerfällen/ wo es nöthig iſt. Am beſten iſt es aber/ daß man den Bruch vorher abbreviirt/ wo es ſeyn kann. Z. E. $\frac{8}{12}$ gäbe $\frac{2}{3}$. ſo bekommt man kleinere Zahlen.

2. Man kann dieſen Vortheil auch anbringen/ wenn im multiplicando **Brüche** oder **vermiſchte Zahlen** ſind. Man muß aber mercken. a. Wenn ein **Bruch** da iſt/ ſo laß ihn ſo lange fahren/ bis du mit den **gantzen Zahlen** fertig biſt und multiplicire ihn nachher gantz a part, wie ſonſt nach §. 563. Z. E. Wenn in dem andern Ex. noch ſtünde $\frac{1}{2}$ pf. ſo brächte er noch $\frac{1}{6}$ pf. und das ſetzte man im facit zu den 8 pf hieſſe $8\frac{1}{6}$ pf. b. Wenn eine **vermiſchte Zahl** da iſt/ ſo nimm die darinn befindliche **gantze Zahl** mit zu den übrigen **gantzen Zahlen**/ den **Bruch** aber verſparſtu auch bis zuletzt. Will und kann man den Bruch vorher reſolviren /nach §. 571. n. III. ſo iſt es noch beſſer.

3. Der **Grund** von der gantzen Sache iſt nach allen Stücken offenbar. Der **Unterſcheid** zwiſchen dem **erſten** und **andern Vortheil** iſt/ daß man im **erſten** nicht eher von

einer

einer Sorte weggeht/ bis man ihr facit völlig hat im andern aber n. 1. von allen gleichſam das facit erſt halb ſuchet/ und n. 2. die andere Hälfte dazu.

4. Ex. zur Ubung.

1. 6 thl. 4 gl. $\frac{2}{3}$ pf. durch $\frac{3}{6}$ fac. 3 thl. 2 gl. $\frac{1}{3}$ pf.
2. 8 thl. 3 gl. durch $\frac{2}{3}$ fac. 5 thl. 10 gl.
3. 12 lb. 16$\frac{3}{4}$ L. durch $\frac{3}{4}$ fac. 9 lb. 12$\frac{9}{16}$ L.
4. 9thl 8gl. 4pf. durch $\frac{5}{8}$ fac. 5 thl 20 gl. 2pf. 1 hl.

III. **Dritter Fall.** Wenn im multiplicante eine vermiſchte Zahl iſt. V. a.

a. Multiplicire den multiplicandum.

1. Mit der in der vermiſchten Zahl befindlichen gantzen Zahl/ wie n. I. und

2. Auch mit dem darinn befindlichen Bruch / wie n. II.

b. Addire beyder facit zuſammen. Z. E.

8 thl. 16 gl. durch 4$\frac{1}{2}$. it.	8 thl. 16 gl. $\frac{2}{3}$ pf. durch 4$\frac{2}{3}$.	
34 - 16 gl.	34 - 16 - 4 pf.	2
4 - 8 -	4 - 8 - $\frac{2}{6}$(12	1
39 thl. , gl.	2 - 8 - $\frac{2}{12}$ $\frac{4}{2}$	
	41 thl. 4 gl. 4$\frac{6}{12}$ pf.	

Anm. Exempel zur Ubung.

1. 2 thl. 3 gl. durch 4$\frac{2}{4}$ fac. 9 thl. 9$\frac{1}{2}$ gl.
2. 1 thl. $\frac{2}{3}$ gl. durch 4$\frac{4}{8}$ fac. 4 thl. 15 gl.
3. 2 thl. 12 gl. 4 pf. 1$\frac{1}{2}$ hl. durch 36$\frac{7}{8}$ fac. 92 thl. 19 gl. 1 pf. $\frac{5}{16}$ hl.

Der andern Section Fünftes Capittel.
Von den Vortheilen der DIVISION mit U. Sorten.
Erſter Unterſcheid. §. 400.
Erſte Aufgabe.

§. 577. Brüche durch gantze Zahlen zu dividiren.

Erſte Quelle.

I. Erſter Vortheil. Z. E. 6 in $\frac{3}{4}$ thl.

1. Multiplicire den Nenner des Bruchs mit der gantzen Zahl ſo vortheilhaftig als du kanſt (nach § 477. ſeqq.). (6 mahl 4 iſt 24.)

2. Uber die Summe ſetze den gegebenen Zähler/ ſo haſtu das facit (fac $\frac{3}{24}$ thl.) du kanſt es aber noch abbreviiren und reſolviren nach befinden und belieben. (iſt 3 gl.).

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** und **Vortheil** iſt klar. Der **Grund** iſt. Der gefundene **Bruch** ($\frac{3}{24}$) ſteckt ſo oft in dem gegebenen ($\frac{3}{4}$), als 1 in der **gantzen Zahl** (6) (§. 323. n. 8.). Folglich iſt recht dividirt. (§. 563. n. II.).

2. Man kann ſichs auch alſo vorſtellen. Wenn man nach gemeiner Art die gantze Zahl einrichtet / ſo würde der Zähler 3 mit 1 multiplicirt/ und bliebe alſo ungeändert.

($\frac{6}{1}|\frac{1}{6}$ in $\frac{3}{4}$ fac. $\frac{3}{24}$).

3. Dieſer/ **Vortheil** iſt **allgemein.** Die folgenden gehen nur in gewiſſen Fällen an.

4. Er zur Ubung.

1. 6 in $\frac{2}{3}$ thl. fac. $\frac{2}{18}$ thl. 3. 3 in $\frac{2}{6}$ gl. fac. $\frac{1}{9}$ gl.
2. 8 in $\frac{3}{4}$ lb. fac. $\frac{3}{32}$ lb. 4. 4 in $\frac{3}{7}$ C. fac. $\frac{3}{28}$ C.

An=

Andere Quelle.

II. **Anderer Vortheil.** Wenn die gantze Zahl den Zähler des **Bruchs** aufhebt. Z. E. 4 in $\frac{8}{12}$ thl. V. a.

1. Dividire den Zähler des **Bruchs** mit der gantzen Zahl. (4 in 8 habe ich 2 mahl.).

2. Unter den quotienten ſetze den gegebenen Nenner hin/ ſo haſtu das facit (fac. $\frac{2}{12}$ thl.): du kanſt es aber noch abbreviiren und reſolviren (iſt 4 gl.).

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** von der gemeinen Art und dem vorigen Vortheil n. I. iſt klar. Der **Vortheil** iſt noch gröſſer als n. I. es bringt **kleinere Zahlen**. Der **Grund** iſt: das facit ($\frac{2}{12}$) ſteckt ſo oft in dem gegebenen Bruch/ als 1 in der gantzen **Zahl** (§. 323. n. 9.). Folglich iſt richtig dividirt (§. 563. n. II.).

2. Ex. zur Ubung.

1. 3 in $\frac{9}{12}$ thl fac. $\frac{3}{12}$ thl.	3. 5 in $\frac{10}{15}$ C. fac. $\frac{2}{15}$ C.
2. 2 in $\frac{6}{8}$ gl. - $\frac{3}{8}$ gl.	4. 6 in $\frac{18}{20}$ C. - $\frac{3}{20}$ C.

III. **Dritter Vortheil.** Wenn die gantze Zahl eine zuſammen geſetzte **geſchickte Zahl** iſt/ die ſich nach der multiplication (ohne plus oder minus) zerfällen läſſet. Z. E. 12 in $\frac{6}{14}$. V. a.

1. Zerfälle die gantze Zahl/ (12 in 3 mahl 6.).

2. Dividire den gegebenen Bruch durch die erſte gantze Zerfällungs-Zahl/ nach den bisherigen Vortheilen n. I. oder II. (Z. E. 3 in $\frac{6}{14}$ fac. $\frac{2}{14}$ nach n. II.).

3. Das

3. Das facit dividire noch eben ſo durch die andere gantze Zerfällungs-Zahl. (4 in $\frac{2}{12}$ fac. $\frac{2}{48}$ oder $\frac{1}{24}$ d. i. 1 gl.).

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** iſt klar. Der **Vortheil** meiſt gröſſer/ als nach n. I. wenn die erſte Zerfällungs-Zahl den **Zahler** aufhebt. Der **Grund** iſt / **gleiches** mit **gleichem** dividirt **bringt gleiches**/ wie §. 487. n. II.

2. Ex. zur Ubung.

1. 16 in $\frac{4}{6}$ thl. fac $\frac{1}{24}$ thl. 3. 36 in $\frac{8}{12}$ C. fac. $\frac{2}{108}$ C.
2. 24 in $\frac{3}{4}$ lb fac. $\frac{1}{32}$ lb. 4. 16 in $\frac{3}{4}$ gl. fac $\frac{3}{64}$ gl.

IV. **Vierter Vortheil.** Der beſteht darinn/ daß man den Bruch des dividendi vorher reſolvirt. Man mercke aber hiebey dis auch einmahl für allemahl als einen **allgemeinen Vortheil** der diviſion in U. Sorten/ im **erſten** und **andern** Unterſcheid/ an; Nemlich:

Wenn im NB. dividendo ein **Bruch** ſteht (es ſey ein **bloſſer Bruch** oder in einer **vermiſchten Zahl**)/ der ſich nach §. 556. leicht reſolviren läſſet: ſo reſolvire man ihn vorher/und dividire denn nach befinden.

Z. E. Man ſollte nach dieſer Aufgabe $\frac{2}{3}$ thl. durch 6 dividiren. V. a.

1. Reſolvire den Bruch ($\frac{2}{3}$ thl. iſt 16 gl)
2. Dividire 16 gl. durch 6 fac. $2\frac{4}{6}$ gl. d. i. 2 gl. 6 pf.

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** iſt klar. Der **Vortheil** iſt: **gantze Zahlen** laſſen ſich ordinair leichter dividiren/als Brüche.

che Z. E. Bey dieſem Ex. wäre das facit nach n. I. $\frac{2}{18}$ oder $\frac{1}{9}$ thl. dieſer Bruch aber iſt ſchwerer zu reſolviren. Der **Grund** iſt klar.

2. Ich ſage: Wenn der Bruch im NB. dividendo iſt. Denn im diviſore darf er nicht reſolvirt werden §. 400. a. 2.

3. Man mercke dis bey allen Aufgaben des **erſten** und **andern Unterſcheids** wo im dividendo ein Bruch iſt. Es wird nun nicht weiter erinnert ſondern alles darauf eingerichtet werden/ wie es zu halten ſey/ wenn man den Bruch nicht reſolviren könnte oder wollte.

4. Ex. zur Ubung findet man in allen Aufgaben / wo im dividendo ein Bruch iſt.

Andere Aufgabe.

§. 578. Gantze Zahlen durch Brüche zu dividiren.

Erſte Quelle.

I. **Erſter Vortheil.** Z. E. $\frac{2}{3}$ in 6 thl. V a.

1. Multiplicire die gantze Zahl mit des Bruchs Nenner / (3 mahl 6 iſt 18.).

2. Die Summe dividire mit des Bruchs Zähler/ ſo haſtu das facit. (2 in 18 fac. 9 thl.).

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** und **Vortheil** vor der gemeinen Art iſt/ man darf den Bruch nicht ümkehren/ und die **gantze Zahl** nicht einrichten und den Zähler mit 1 nicht multipliciren. etc. Der **Grund** iſt: 1 multiplicirt nicht.

2. Es wäre ſchon genug/ wenn es hieſſe. 1. multiplicire die **gantze Zahl** mit dem **Nenner**/ und 2. unter die Summe ſetze den gegebenen **Zähler** zum **Nenner** (ſt. a. $\frac{18}{2}$). Weil aber hier allemahl **unächte** Brüche entſtehen müſſen: ſo werden ſie n. 2. gleich reducirt (§. 332.). Sonſt aber hält man es alſo/ als jetzo geſagt iſt.

3. Wenn

3. Wenn der Zähler des Bruchs 1 iſt (Z. E. $\frac{1}{2}$ in 6.): ſo darf man nur die gantze Zahl mit dem Nenner multipliciren/ ſo iſt das facit da. 2 mahl 6 iſt 12 thl. denn 1 dividirt nicht.

4. Ex. zur Ubung.

1. $\frac{3}{6}$ in 12 gl. fac. 24 gl. 3. $\frac{6}{8}$ in 16 ſchl f. 21 $\frac{2}{3}$ ſchl.
2. $\frac{5}{6}$ in 5 lb. fac. 6 lb. 4. $\frac{5}{7}$ in 3 E. f. 1 $\frac{1}{5}$ E.

Andere Quelle.

II. **Anderer Vortheil.** Wenn der Zähler des Bruchs ſeinen Nenner aufhebt. Z. E. $\frac{2}{4}$ in 6 thl. V. a.

1. Dividire mit dem **Zähler** in ſeinen **Nenner** (2 in 4 fac 2.).

2. Mit dem quotienten multiplicire die gantze Zahl/ ſo haſtu das facit. (2 mahl 6 iſt 12 thl.).

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** und **Vortheil** iſt offenbar. Der **Grund** beſteht darinn. Das facit ſoll ſich alſo gegen die **gantze** Zahl verhalten/ als 1 gantzes gegen den Bruch (§ 567. n. II.). Nun aber findet man die Verhältniß des Bruchs gegen 1 gantzes/ wenn man mit dem **Zähler** in den **Nenner** dividirt. (§. 323. n. 2.). und das facit hat eben die Verhältniß gegen die **gantze Zahl** / wenn man **dieſe** mit dem quotienten des **Zählers** in den **Nenner** multiplicirt (§. 251. A. 2.). die Zahlen ſtünden in ihrer proportion alſo:

$$2 : 4 = 6 : 12.$$

2. Aus dieſem **Grunde** kann auch der **Grund** n. I. erkannt werden. denn wenn man die **gantze Zahl** (6) mit dem **Nenner** (3) multiplicirt/ und die Summe (18) mit dem **Zähler** dividirt: ſo hat das facit (9) eben die Verhältniß gegen die **gantze Zahl** (6)/ als der Nenner (3) gegen den Zähler (2) (oder welches einerley / als 1 gantzes gegen

den

den Bruch) nach der ordentlichen Proportions Regul. §. 251. ſt. a. 2 : 3 = 6 : 9.

3. Solcher geſtalt iſt hier der Zähler des Bruchs der erſte Satz. Der Nenner der andere. Die gantze Zahl der dritte/ und das facit der vierte. Es kann aber auch der Nenner der dritte und die gantze Zahl, der andere Satz werden (§. 215. a. 3.).

4. Exempel zur Ubung.

1. $\frac{4}{8}$ in 16 C. fac. 32 C.	4. $\frac{3}{9}$ in 8 Schl. f. 24 Schl.
2. $\frac{5}{10}$ in 30 lb f. 60 lb.	5. $\frac{1}{6}$ in 5 lb. fac. 30 lb.
3. $\frac{2}{8}$ in 4 Wl. f. 16 Wl.	6. $\frac{4}{12}$ in 16 L. f. 1 lb. 16 L.

III. **Dritter Vortheil.** Wenn der Zähler des Bruchs die gantze Zahl aufhebt. Z. E. $\frac{2}{3}$ in 6. da hebt 2 die 6 auf. V. a.

1. Dividire mit dem Zähler in die gantze Zahl (2 in 6 fac. 3.).

2. Mit dem quotienten multiplicire den Nenner des Bruchs: ſo haſtu das facit. (3 mahl 3 iſt 9 thl.).

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** und **Vortheil** iſt klar. Der **Grund** iſt. Wenn man die gantze Zahl mit dem Zähler dividirt/ ſo findet man die Verhältniß zwiſchen dem erſten und andern oder dritten Satz n. II. a. 3. und wenn man mit dem quotienten den Nenner multiplicirt: ſo hat das facit eben die Verhältniß gegen den Nenner (oder 1 gantzes) als die gantze Zahl gegen den Bruch (§. 215. a. 2.). Folglich iſt richtig dividirt (§. 563. a. 5. b).

2. Wenn alſo der Zähler der gantzen Zahl NB gleich iſt: ſo iſt der Nenner ſelbſt das facit. Z. E. $\frac{5}{8}$ in 5 thl. fac. 8 thl. $\frac{3}{5}$ in 3 thlr. fac. 5 thl.

3. Ex.

3. Ex. zur Ubung.

1. $\frac{3}{9}$ in 9 lb. fac. 27 lb. 4. $\frac{5}{7}$ in 10 lb. fac. 14 lb.
2. $\frac{3}{9}$ in 12 thl. fac. 36 thl. 5. $\frac{2}{5}$ in 8 L. fac. 20 L.
3. $\frac{6}{8}$ in 6 gl. fac. 8 gl. 6. $\frac{3}{5}$ in 9 C. fac. 15 C.

IV. **Vierter Vortheil.** Wenn die gantze Zahl den Zähler des Bruchs aufhebt. Z. E. $\frac{9}{12}$ in 3 thl. V. a.

1. Dividire mit der gantzen Zahl in den Zähler des Bruchs (3 in 9 fac. 3).

2. Mit dem quotienten dividire den Nenner des Bruchs. (3 in 12 fac. 4 thl.).

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** und **Vortheil** iſt an ſich klar. Der **Grund** iſt. das facit (4) verhält ſich ſo gegen den **Nenner** (12) (oder 1 gantzes)/ als die gantze Zahl (3) (der dividendus) gegen den **Zähler** (oder diviſorem). Folglich iſt richtig dividirt (§. 583. n. II. a. 5.). ſiehet in der proportion alſo. 9 : 3 = 12 : 4.

2. Ex. zur Ubung.

1. $\frac{8}{10}$ in 4 C. fac. 5 C. 3. $\frac{4}{5}$ in 2 thl. fac. $2\frac{1}{2}$ thl.
2. $\frac{12}{15}$ in 4 thl. fac. 5 thl. 4. $\frac{4}{7}$ in 1 thl. fac. $1\frac{3}{4}$ thl.

3. Aus der Verhältniß des **Nenners** und der **gantzen** Zahl kann man nichts ſchlieſſen. Denn der **Nenner** repræſentirt 1 gantzes im **dritten** Satz/ und die **gantze Zahl** als dividendus iſt der **andere** Satz. Den **andern** und **dritten** Satz aber kann man nicht gegen einander halten/ſondern nur den erſten und **dritten** oder **andern**. d. i. den **Zähler** und **Nenner** oder den **Zähler** und die **gantze Zahl** §. 260.

Dritte Aufgabe.

§. 579. **Vermiſchte Zahlen durch Brüche zu dividiren.**

Erſte

Erſte Quelle.

I. Erſter Vortheil. Z. E. $\frac{3}{4}$ in $2\frac{1}{4}$ thl. V. a.

1. Richte die vermiſchte Zahl ein (nach §. 334.) ($2\frac{1}{2}$ fac. $\frac{9}{4}$.)

2. Nun haſtu 2 bloſſe Brüche/daher operire nach §. 565. oder 566. ſo vortheilhaftig/ als du kanſt. (In dieſem Ex. geht es nach §. 565. $\frac{3}{4}$ in $\frac{9}{4}$ fac. 3 thl.).

Andere Quelle.

II. Anderer Vortheil. Z. E. $\frac{3}{4}$ in $2\frac{1}{4}$ thl. V. a.

a. Dividire mit dem Bruch ($\frac{3}{4}$).

1. Die in der vermiſchten Zahl befindliche gantze Zahl (2) nach §. 578. ſo vortheilhaftig als du kanſt. (fac. $2\frac{2}{3}$ thl. d. i. 2 thl. 16 gl.).

2. Den in der vermiſchten Zahl befindlichen Bruch ($\frac{1}{4}$) (nach § 565.)/ auch ſo vortheilhaftig als du kanſt. (fac. $\frac{1}{3}$ thl. d. i. 8 gl.).

b. Addire endlich beydes zuſamen. (fac. 3 thl.).

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid und Vortheil iſt klar. Man bekömt mit kleinern Zahlen zu thun. Der Grund iſt/ man kann den dividendum trennen/ eben ſo/ als in gantzen Zahlen bey U. Sorten (§. 519.).

2. Es iſt gleich viel/ ob man bey der vermiſchten Zahl die gantze Zahl oder den Bruch zu erſt vornimmt.

3. Ex. zur Ubung.

1. $\frac{2}{4}$ in $4\frac{2}{3}$ Wl. f. $9\frac{1}{3}$ Wl.	4. $\frac{2}{5}$ in $8\frac{2}{5}$ gl. fac. 21 gl.
2. $\frac{1}{2}$ in $6\frac{1}{4}$ thl. f. $12\frac{1}{2}$ thl.	5. $\frac{4}{5}$ in $2\frac{3}{4}$ lb. f. 3 lb. 6 L.
3. $\frac{3}{4}$ in $6\frac{1}{4}$ thl. f. $8\frac{1}{3}$ thl.	6. $\frac{8}{10}$ in $4\frac{1}{2}$ C. f. $5\frac{5}{8}$ C.

III. Dritter Vortheil. Wenn der Bruch des diviſoris und der Bruch der vermiſchten

Zahl einerley Nenner haben. Z. E. $\frac{3}{4}$ in $2\frac{1}{4}$ thl. V. a.

1. Multiplicire den Nenner mit der in der vermiſchten Zahl befindlichen gantzen Zahl / und addire den Zähler des in der vermiſchten Zahl befindlichen Bruchs dazu (2 mahl 4 iſt 8 / und 1 dazu iſt 9).

2. Die Summe dividire mit dem Zähler des bloſſen Bruchs. (3 in 9 fac. 3 thl.).

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** iſt klar. Der **Vortheil** noch gröſſer / als n. II. Der **Grund** iſt. Durch n. 1. wird die **vermiſchte Zahl** in der That eingerichtet / bloß daß man den **Nenner** nicht unter die Summe ſchreibt wie §. 334. Weil aber beyde Brüche **einerley Nenner** haben / ſo darf man nur mit dem **Zähler** in die Summe / als den neuen **Zähler** des diviſoris, dividiren nach §. 565.

2. Ex. zur Ubung.

1. $\frac{1}{4}$ in $2\frac{3}{4}$ thl fac. 11 thl. 3. $\frac{3}{5}$ in $3\frac{3}{5}$ lb fac. 6 lb.
2. $\frac{2}{3}$ in $5\frac{1}{3}$ lb. fac. 8 lb. 4. $\frac{2}{3}$ in $4\frac{1}{3}$ gl. fac. $6\frac{1}{2}$ gl.

Vierte Aufgabe.

§. 580. **Brüche durch vermiſchte Zahlen zu dividiren.**

Erſte Quelle.

I. **Erſter Vortheil.** Z. E. $2\frac{1}{4}$ in $\frac{3}{4}$ thl. V. a.

1. Richte die vermiſchte Zahl ein nach §. 334. ($2\frac{1}{4}$ iſt $\frac{9}{4}$.).

2. Nun haſtu bloſſe Brüche. Daher operire nach §. 565. oder 566 / ſo vortheilhaftig als du kanſt. (das gegebene Ex. ginge nach §. 565. und brächte $\frac{3}{9}$ thl. d. i. $\frac{1}{3}$ thl. oder 8 gl.).

An-

Anmerckungen.

1. Damit man dis recht verſtehe/ ſo will ichs noch an einem Ex. erläutern. Z. E. $8\frac{3}{4}$ thl. in $\frac{7}{8}$ thl. Da verfahre alſo: 1. richte die vermiſchte Zahl ein/ iſt $\frac{35}{4}$. ſo haſtu dieſe bloſſe Brüche $\frac{35}{4}$ in $\frac{7}{8}$. Und weil der eine Nenner (4) den andern (8) aufhebt/ ſo operire 2. nach §. 566. n. V. alſo: 4 in 8 fac. 2. 2 mahl 35 iſt 70. 70 in 7 kann ich nicht. Daher ſetze ſie in einen Bruch $\frac{7}{70}$ thl. d. i. $\frac{1}{10}$ thl. und ſo auch in andern.

2. Exempel zur Ubung.

1. $8\frac{1}{2}$ in $\frac{5}{8}$ fac. $\frac{5}{51}$.	3. $1\frac{2}{4}$ in $\frac{7}{8}$ thl. fac. $\frac{7}{12}$ thl.
2. $2\frac{3}{4}$ in $\frac{5}{6}$ fac. $\frac{10}{33}$.	4. $3\frac{4}{6}$ in $\frac{6}{8}$ fac. $\frac{9}{44}$.

Andere Quelle.

II. Anderer Vortheil. Wenn beyde Brüche einerley Nenner haben. Z. E. $2\frac{1}{4}$ in $\frac{3}{4}$ thl. V. a.

1. Multiplicire die in der vermiſchten Zahl befindliche gantze Zahl mit dem Nenner und addire den Zähler des in der vermiſchten Zahl befindlichen Bruchs dazu (ſprich: 2 mahl 4 iſt 8. 8 u. 1 iſt 9.):

2. Die Summe ſetze mit dem Zähler des bloſſen Bruchs in einen Bruch / ſo daß dieſe der Zähler und jene der Nenner werde. (ſt. a. $\frac{3}{9}$ thl.) den Bruch ſelbſt aber kannſtu noch abbreviiren und reſolviren ($\frac{3}{9}$ iſt $\frac{1}{3}$ thl. oder 8 gl.).

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid iſt klar. Der Vortheil iſt handgreifflich. Der Grund iſt eben ſo/ als §. 579. n. III. bloß weil hier nothwendig der Zähler des diviſoris muß gröſſer werden/ als der Zähler des dividendi: ſo iſt n. 2. auch die

diviſion gleich darauf gerichtet/ nemlich man ſoll die **Zähler** in einen Bruch ſetzen. Siehe §. 363. n. 3.

2. Wenn ein **Nenner** in den **andern** aufgeht: ſo iſt es auch vortheilhaftig/ wenn man 1. die beyden Brüche unter **einerley Nenner** bringt/ nach §. 558. n. I. und 2. ferner operirt/ wie jetzo gezeiget iſt. Z. E. $8\frac{3}{4}$ in $\frac{7}{8}$ thl. fac. 3 gl. oder $8\frac{2}{8}$ in $\frac{3}{4}$ thl. fac. $\frac{1}{11}$ thl.

3. Der **Vortheil** geht hier nicht an/ daß man mit der **gantzen Zahl** und dem **Bruch** der **vermiſchten Zahl** a part operiren wollte/ wie §. 579. n. II. Denn die **vermiſchte Zahl** iſt hier der diviſor und muß ungetrennt bleiben §. 487. a.

4. Ex. zur Ubung. nach n. II.

1. $2\frac{2}{3}$ in $\frac{2}{3}$ fac. $\frac{2}{8}$.
2. $6\frac{2}{8}$ in $\frac{5}{8}$ fac. $\frac{5}{50}$.
3. $5\frac{4}{6}$ in $\frac{2}{6}$ fac. $\frac{2}{34}$.
4. $3\frac{5}{8}$ in $\frac{3}{8}$ fac. $\frac{3}{29}$.

Fünfte Aufgabe.

§. 581. **Vermiſchte Zahlen durch gantze vortheilhaftig zu dividiren.** Z. E. 4 in $6\frac{2}{3}$ thl. V. a.

a. Dividire mit der gantzen Zahl (6)

1. Die in der **vermiſchten Zahl** befindliche gantze Zahl/ ſo vortheilhaftig als du kanſt. (4 in 6 thl. fac. $1\frac{2}{4}$ thl. d. i. 1 thl. 12 gl.).

2. Den in der vermiſchten Zahl befindlichen Bruch nach §. 577. ſo vortheilhaftig als du kanſt (fac. $\frac{2}{24}$ thl. d. i. 2 gl.).

b. Addire beydes zuſammen/ ſo haſtu das facit. (fac. 1 thl. 14 gl.).

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid**/ **Vortheil** und **Grund** iſt klar.

2. Dieſer Vortheil iſt ſo **groß** und **allgemein**/ daß man keinen weiter nöthig hat.

3. Exem-

3. Exempel zur Ubung.

1. 6 in $12\frac{1}{4}$ thl. f. 2 th. 1 gl.
2. 2 in $4\frac{3}{4}$ thl. f. 2 thl. 9 gl.
3. 5 in $10\frac{3}{8}$ fac. $2\frac{3}{40}$.
4. 9 in $12\frac{1}{2}$ thl. f. 1 thl. 9 gl. 4 pf.

Sechſte Aufgabe.

§. 582. Gantze durch eine vermiſchte Zahl vortheilhaftig zu dividiren. Z. E. $6\frac{3}{4}$ in 4 th. V. a.

1. Richte die vermichte Zahl ein nach §. 334. ($6\frac{3}{4}$ iſt $\frac{27}{4}$).

2. Nun haſtu gantze durch einen Bruch zu dividiren / daher operire ferner nach §. 578. ſo vortheilhaftig als du kanſt. (fac. $\frac{16}{27}$.).

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid / Vortheil und Grund iſt klar.
2. Hiebey läſſet ſich die vermiſchte Zahl nicht trennen aus eben der Urſach / als §. 580. a. 3.
3. Exempel zur Ubung.

1. $4\frac{2}{3}$ in 6 fac. $1\frac{2}{7}$.
2. $1\frac{2}{3}$ in 10 fac. 6.
3. $1\frac{2}{4}$ in 12 fac. 8.
4. $2\frac{1}{2}$ in 15 fac. 6.

Siebende Aufgabe.

§. 583. Eine vermiſchte Zahl durch eine vermiſchte vortheilhaftig zu dividiren. Z. E. $2\frac{1}{4}$ in $3\frac{2}{4}$ thl. V. a.

1. Richte die vermiſchte Zahl des diviſoris ein nach §. 334. ($2\frac{1}{4}$ iſt $\frac{9}{4}$.).

2. Nun haſtu noch eine vermiſchte Zahl durch einen bloſſen Bruch zu dividiren / daher verfahre ferner wie §. 579. ſo vortheilhaftig / als du kanſt. (fac. $1\frac{5}{9}$ thl.).

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid/ Vortheil und Grund iſt klar.

2. Exempel zur Ubung.

1. $5\frac{1}{4}$ in $3\frac{1}{2}$ fac. $\frac{2}{3}$. 3. $5\frac{2}{3}$ in $6\frac{1}{3}$ fac. $1\frac{2}{17}$.
2. $2\frac{1}{2}$ in $3\frac{2}{3}$ fac. $2\frac{2}{9}$. 4. $2\frac{1}{4}$ in $4\frac{2}{4}$ fac. 2.

Anderer Unterſcheid. §. 402.

§. 584. Alle Ex. vortheilhaftig zu dividiren/ wenn im dividendo U. Sorten gegeben werden. ꝛc. wie §. 402.

1. Erſter Fall. Wenn im diviſore eine gantze Zahl iſt. V. a. Nimm eine Sorte des dividendi nach der andern (von der höchſten bis zur niedrigſten) vor/ und dividire ſie/ nemlich

1. Eine gantze Zahl/ wie in gantzen Zahlen.
2. Einen bloſſen Bruch/ nach §. 577.
3. Eine vermiſchte Zahl/ nach §. 581. Z. E.

4 in 8 thl. 14 gl. $\frac{2}{3}$ pf.
2 thl. 3 gl. $6\frac{8}{12}|\frac{1}{6}$ pf.

it. 24 in 6 thl. $12\frac{2}{3}$ gl.
4) 1 - 16 gl. 2 pf.
6) ꝫ - $2\frac{4}{6}$ gl. - $\frac{2}{6}$ pf.

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid/ Vortheil und Grund iſt wie in gantzen Zahlen §. 519. n. II. Man kann auch die übrigen daſelbſt angeführten Vortheile hier bey den gantzen Zahlen n. 1. anbringen.

2. Was §. 577. n. IV. von der reſolution des Bruchs im dividendo geſagt/ das iſt auch hier inſonderheit nützlich.

3. Exempel zur Ubung.

1. 4 in 4 gl. $6\frac{1}{4}$ pf. fac. 1 gl. $1\frac{3}{4}$ pf.
2. 36 in 13 thl. 12 gl. $\frac{1}{3}$ pf. fac. 9 gl. $\frac{1}{108}$ pf.
3. 24 in 9 thl. $\frac{1}{2}$ gl. fac. 9 gl. $\frac{1}{6}$ pf. $\frac{1}{6}$ hl.

II. An-

II. Anderer Fall. Wenn im diviſore ein bloſſer Bruch iſt.

a. Erſter Vortheil. Nimm eine Sorte nach der andern (von der NB. kleinſten bis zur gröſſeſten) vor und dividire ſie beſonders mit dem Bruch/ nemlich

1. Eine gantze Zahl/ wie § 578.
2. Einen bloſſen Bruch/ wie §. 565. oder 566.
3. Eine vermiſchte Zahl/ wie §. 579 Z. E.

$\frac{2}{3}$ in 8 thl. 16 gl. $\frac{1}{3}$ pf.	it. $\frac{2}{4}$ in 8 thl. $6\frac{1}{4}$ gl.
13 thl. , gl. $\frac{1}{2}$ pf.	16 thl. $12\frac{1}{2}$ gl.

Anmerckungen.

1. Damit man den proceſſ deſto beſſer faſſe/ ſo will ichs an dem erſten Ex. zeigen 1. bey $\frac{1}{3}$ pf. ſprich: 1 mahl 3 iſt 3/ 2 mahl 3 iſt 6 fac. $\frac{3}{6}$ oder $\frac{1}{2}$ pf. 2. bey 16 gl. 3 mahl 16 iſt 48. 2 in 48 fac. 24 gl. d. i. 1 thl. 3. bey 8 thl. 3 mahl 8 iſt 24. 2 in 24 fac. 12 thl. u. 1 thl. dazu iſt 13 thl. und ſo auch im 2ten Ex.

2. Man kann aber noch kürtzer dazu kommen. nemlich im 1ſten Ex. 1. haben die Brüche einerley Nenner geht nach §. 565. und 2. der Zähler geht in alle gantze auf/ daher dividire ſie damit/ und das facit multiplicire mit dem Nenner nach §. 578. n. III. Im 2ten Ex hebt der Zähler ſeinen Nenner auf. daher dividire alle gantze Zahlen mit dem quotienten nach §. 578. n. III. und die Brüche $\frac{2}{4}$ u. $\frac{1}{4}$ haben auch einerley Nenner/ nach §. 565.

3. Man ſoll von der kleinſten Sorte anfangen/ denn das facit wird gröſſer/ als der dividendus §. 363. a. 2. und die gantze müſſen zur vorhergehenden Sorte kommen/ jedoch wenn man bey dem 2ten Ex. nach n. 2. mit dem quotienten des Zählers in den Nenner die Sorten dividirt/ ſo fängt man bey der gröſten an.

b. Anderer Vortheil. Wenn im dividendo lauter gantze Zahlen ſtehen. V a.

1. Multiplicire eine Sorte nach der andern mit dem Nenner des Bruchs wie in gantzen Zahlen §. 516. ſo gut du kanſt.

2. Das facit dividire wieder mit dem Zähler des Bruchs/ als in gantzen Zahlen §. 519. auch ſo gut du kannſt. Z. E.

1. $\frac{3}{4}$ in 8 thl. 10 gl. 9 pf. (4
33 thl 19 gl. - pf.
3) 11 thl. 6 gl. 4 pf.

2. $\frac{8}{12}$ in 5 thl. 6 gl. 3 pf.
$\frac{3}{4}$ 15 thl. 18 gl. 9 pf. (3
63 thl. 3 gl. - pf. (4
8) 7 thl. 22 gl. 4 $\frac{1}{4}$ pf.

3. $\frac{12}{15}$ in 3 thl. 8 gl. (15
10 - - - 3
50 - - - 5
12) 16 - 16 gl.
$\frac{3}{4}$ 4 thl. 4 gl.

Anmerckungen.

1. Die operation des erſten Ex. wird ein jeder nach der Regel leicht finden Im 2ten Ex. aber iſt der Nenner (12) zerfällt/ und im dritten ſo wohl der Zähler als der Nenner. Man hat aber das meiſtens nicht nöthig/ wenn man die Brüche des diviſoris nur vorher abbreviirt. Z. E. $\frac{8}{12}$ machte $\frac{2}{3}$ u. $\frac{12}{15}$ machte $\frac{4}{5}$.

2. Dieſer Vortheil gehet zwar auch an/ wenn Brüche im dividendo ſind / (es ſey allein oder in vermiſchten Zahlen): Man kann ſie aber entweder lieber vorher reſolviren (nach § 556.) oder zuletzt a part dividiren/ wenn man mit den gantzen Zahlen fertig iſt. Es iſt eben ſo/ als in der multiplication §. 576. n. II. b. a. 2.

3. Der

3. Der Grund iſt eben ſo / wie, bey der multiplication §. 576 n. II. b. a. 2.

4. Ex. zur Ubung.

1. $\frac{3}{4}$ in 2 thl. 6 gl. 9 pf. facit 4 thl. 9 gl.
2. $\frac{2}{3}$ in 6 Wl. 8 Schl. fac. 9 Wl. 12 Schl.
3. $\frac{5}{6}$ in 6 thl. 2 gl. 8 pf. fac. 3 thl. 16 gl.
4. $\frac{2}{5}$ in 2 thl. 7 gl. 1$\frac{4}{5}$ pf. fac. 5 thl. 17 gl. 10 pf. 1 hl.

III. **Dritter Fall.** Wenn im diviſore eine vermiſchte Zahl iſt. V. a.

1. Richte die vermiſchten Zahl ein (nach §. 334.) und ſetze den neuen Zähler unter den Nenner.

2. Nun haſtu im diviſore einen bloſſen Bruch. Daher verfahre ferner gantz wie n. II. ſonderlich litt. b. Z. E.

$2\frac{3}{4}$ in 8 thl. 16 gl. (4
11
11) 34 - 16 -
3 thl. $3\frac{7}{11}$ gl.

it. $3\frac{3}{5}$ in 9 thl. $12\frac{1}{2}$ gl. (5
18
3 3) 47 - 12 -
15 - 20 -
6 6) 2 - 15 - 4 pf.
dazu das facit des Bruchs $\frac{5}{18}$ gl. - -
fac. 2 thl. $15\frac{5}{18}$ gl. 4 pf.

Anmerckungen.

1. Der diviſor kann nicht zertrennt werden (§. 487. a.).

2. Man thut wohl / daß man den durch die Einrichtung entſtandenen Bruch / wo möglich / vorher abbreviirt / oder den Zähler zerfället wie im 2ten Ex. zu ſehen iſt.

3. Ex. zur Ubung.

1. $6\frac{3}{4}$ in 110 thl. 6 gl fac. 16 thl. 8 gl.
2. $4\frac{4}{5}$ in 68 thl. $3\frac{3}{5}$ gl. fac. 14 thl. 4 gl. 9 pf.
3. $32\frac{3}{5}$ in 83 thl. $21\frac{1}{20}$ gl. fac. 2 thl. 13 gl. 9 pf.

Ende der andern Section.

Des andern Abſchnitts
Dritte Section
Von den Vortheilen der Verhältniß und der regul de tri in Brüchen mit einer Sorte.
Das erſte Capittel.
Von den Vortheilen der Verhältniß.

§. 585. Bey der arithmet. ration iſt weiter nichts/ als die Brüche nach §. 558. vortheilhaftig unter einerley Nenner zu bringen/ und bey der arithmet. u. geometr. proportion iſt nichts zu erinnern. Alſo bleibt nur noch allein die geometr. ration übrig.

Anm. Was von der in praxi üblichen Bemerckung der geometr. Verhält. §. 521. Anm. n. I. II. erinnert worden/ gilt in ſeiner Maaß auch hier/ ſonderlich/ daß ſie uns in unſerer praxi nichts nütze/ wo man nicht eine gantze Zahl zum quotienten haben kann. Und darauf gehen die Vortheile.

Aufgabe. §. 407.

§. 586. Die geometr. Verhältniß unter bloſſen Brüchen vortheilhaftig zu finden.

I. Erſter Fall. Wenn ſie einerley Nenner haben.

a. Erſter Vortheil. Wenn ein Zähler den andern aufhebt/ ſo dividire mit dem kleinſten in den gröſſern/ ſo haſtu die Verhältniß. Z. E. Die Verhältniß unter $\frac{3}{8}$ u. $\frac{6}{8}$ iſt 2.

Anm. Wenn der gröſte Zähler hinten ſteht: ſo ſtehen die Brüche in ratione *maioris* inæqu: ſteht aber der kleinſte hinten/ in rat. *minoris* inæqualitatis. §. 323.

b. An-

b. Anderer Vortheil. Wenn kein Zähler den andern aufhebt. ſo zerfälle den NB. letzten auf den erſten/und ſuche einer jeden Zerfällungs-Zahl ihre Verhältniß gegen den erſten/ wie litt. a. Z. E. $\frac{4}{8}$ u. $\frac{6}{8}$ da zerfälle 6 in 4 u. 2.

Anm. Man kann die folgenden Zerfällungs-Zahlen auch gegen eine vorhergehende halten/ wie ſonſt §. 468.

II. Anderer Fall. Wenn die Brüche einerley Zähler haben.

1 Erſter Vortheil. Wenn ein Nenner den andern aufhebt; ſo dividire mit dem kleinſten in den gröſten/ ſo haſtu die Verhältniß. Z. E. die Verhält. unter $\frac{3}{12}$ u. $\frac{3}{6}$ iſt 2.

Anm. Jedoch mercke wohl. Steht der NB. kleinſte Nenner hinten: ſo ſtehen die Brüche in ratione *majoris* inæqual. ſteht der gröſte hinten/ in rat. *minoris* inæqualitatis.

b Anderer Vortheil. Wenn kein Nenner den andern aufhebt: ſo zerfälle den NB. vorderſten Nenner auf den letzten/ und ſuche einer jeden Zerfällungs-Zahl ihre Verhältniß/wie litt. a. Z. E. $\frac{3}{12}$ u. $\frac{3}{8}$ zerfälle 12 in 8 u. 4.

Anm. Vorhin n. I. zerfällte man den hinterſten Zähler auf den vörderſten/ hier aber den vörderſten Nenner auf den letzten. Beydes geſchicht um der regul de tri willen/ da es der Schluß nothwendig alſo erfodert/ wie künftig erhellen wird. ſonſt wäre es gleich viel/ welchen man zerfällte. Kurtz n. I. iſt und bleibt der erſte Bruch der diviſor, aber hier n. II. wird der letzte der diviſor, Siehe §. 566. n. III. a. 2.

III. Dritter Fall. Wenn Brüche weder einerley Nenner noch einerley Zähler haben: ſo

ſo bringe ſie practiſch unter einerley Nenner nach §. 558. und verfahre alsdenn ferner wie n. I.

Anm. Ex. zur Ub. werden ſich in der regul de tri finden.

Der dritten Section Anderes Capittel.

Von den Vortheilen der REGUL DE TRI mit einer Sorte.

I. Multiplications-Exempel. §. 422.

§. 587. Ein Multiplications-Ex. vortheilhaftig aufzulöſen. ꝛc.

Hiebey gelten alle Vortheile der multiplication in Brüchen mit 1. Sorte nach §. 564.

Anmerckungen.

1. Man nehme hiernach die §. 564. befindliche Ex. durch und mache ſie zu multiplicat. Ex. der regul de tri. wie §. 538. n. 1. desgleichen auch die Ex. §. 422. u. 423.

2. Hieraus wird man gantz deutlich ſehen, daß multipliciren heiſſe ein product ſuchen, welches ſich ſo gegen den multiplicandum oder multiplicantem verhalte, als einer von beyden gegen 1 (gantzes). wie §. 563. n. I. ſeqq. gezeiget iſt.

II. Diviſions-Exempel. §. 424.

§. 588. Ein diviſions-Ex. vortheilhaftig aufzulöſen. etc.

Hier gelten alle Vortheile der diviſion in Brüchen mit einer Sorte nach §. 565. u. 566.

Anmerckungen.

1. Man gehe hiernach alle §. 565. u. 566. befindliche Ex. durch

durch und mache ſie zu diviſions-Ex. der regul de tri, wie §. 543. a. 1. Desgleichen auch die Ex. §. 424. u. 425.

2. Hiebey wird man gantz deutlich ſehen/ daß dividiren heiſſe ein facit ſuchen/ welches ſich ſo gegen den dividendum oder 1 gantzes verhält/ als eines von beyden gegen den diviſorem, wie §. 563. n. II. erinnert iſt.

III. Proportions-Exempel. §. 426.

§. 589. Ein prop. Ex. vortheilhaftig aufzulöſen ꝛc.

I. Erſter Vortheil. Dieſer flieſſet aus der gleichheit der Nenner.

a. Erſter Fall. Wenn im erſten und dritten Satz einerley Nenner ſtehen. V. a.

1. Multiplicire nur allein den andern Satz/ nemlich ſeinen Zähler durch den Zähler des dritten/ und ſeinen Nenner durch den Zähler des erſten.

2. Die Summen ſetze in einen Bruch/ ſo daß die Summe des Zählers der Zähler und des Nenners der Nenner werde. Den Bruch ſelbſt aber abbreviire/ reſolvire etc. nach befinden. Z. E.

1. $\frac{2}{4}$ lb. - $\frac{3}{6}$ thl. - $\frac{3}{4}$ lb? fac. $\frac{9}{12}$ | $\frac{3}{4}$ thl. d. i. 18 gl.

2. $\frac{3}{4}$ lb. - $\frac{3}{6}$ thl. - $\frac{2}{4}$ lb? fac. $\frac{6}{18}$ | $\frac{1}{3}$ thl. d. i. 8 gl.

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid und Vortheil iſt/ man darf den Zähler des andern Satzes (3) nicht noch durch den Nenner des erſten (4)/ und ſeinen Nenner (6) nicht noch durch den Nenner des dritten (4) multipliciren/ und alſo bekommt man das facit mit leichterer Mühe und in kleinern Zahlen. Der Grund iſt. Es würde auf ſolche Weiſe der Zähler und Nenner des andern Satzes doch nur mit einers

nerley Zahl multiplicirt / und gölte alſo eben ſo viel / als vorhin (§. 323. n. 8.). daher kann es füglich wegbleiben.

2. Wenn man den **andern Satz** reſolviren **kann** und will: ſo kann man den **Nenner** des **erſten** und **dritten** Satzes (in Gedancken) fahren laſſen / und bekommt an **bey⸗den Zählern** und der reſolvirten Zahl ein proport. Ex. in **gantzen Zahlen**. Z. E.

$\frac{2}{4}$ lb. - $\frac{2}{3}$ thl. $\frac{3}{4}$ lb? wenn man $\frac{2}{3}$ reſolvirte. ſind 16 gl. ſo entſtünde dis Ex 2 lb. - 16 gl. - 3 lb?

Und alsdenn könnte man alle Vortheile der proport. Ex. nach §. 528. ſeqq. anbringen.

b. **Anderer Fall.** Wenn im **erſten** und **andern** Satz einerley Nenner ſtehen. V. a.

1. Multiplicire allein den **dritten** Satz / nemlich ſeinen **Zähler** durch den **Zähler** des **andern** / und ſeinen **Nenner** durch den **Nenner** des **erſten**.

2. Die Summen ſetze in einen Bruch etc. wie litt. a. n. 2. Z. E.

$\frac{2}{4}$ lb. - $\frac{3}{4}$ thl. - $\frac{2}{6}$ lb? fac. $\frac{6}{12}|\frac{1}{2}$ thl. d. i. 12 gl.
$\frac{3}{4}$ lb. - $\frac{2}{4}$ thl. - $\frac{2}{6}$ lb? fac. $\frac{4}{18}|\frac{2}{9}$ thl. d. i. 5 gl. 4 pf.

Anmerckungen.

1. **Der Unterſcheid / Vortheil** und **Grund** iſt wie litt. a. a. 1.

2. Den **andern** Satz kann man hiebey nicht reſolviren / denn ſonſt blieben nicht 2 **gleiche Nenner**. den **dritten** auch nicht / denn ſonſt käme darin eine **andere Sorte** / als im **erſten** iſt. Und eben daher auch den erſten nicht. Man müſte denn den **erſten** und **dritten** oder gar alle 3 zugleich reſolviren / welches in manchen Ex. nicht übel gethan iſt.

3. Ex. zur Ubung nach n. I. u. II.

1. $\frac{1}{3}$ - $\frac{3}{4}$ - $\frac{2}{3}$? fac. $\frac{6}{4}$.	4. $\frac{2}{5}$ - $\frac{4}{5}$ - $\frac{3}{4}$? fac $\frac{12}{8}$.
2. $\frac{3}{8}$ - $\frac{2}{3}$ - $\frac{6}{8}$? fac. $\frac{12}{24}$.	5. $\frac{6}{7}$ - $\frac{3}{7}$ - $\frac{2}{3}$? fac. $\frac{6}{18}$.
3. $\frac{8}{9}$ - $\frac{3}{5}$ - $\frac{4}{9}$? fac. $\frac{12}{40}$.	6. $\frac{5}{12}$ - $\frac{10}{12}$ - $\frac{3}{9}$ fac. $\frac{30}{45}$.

II. An⸗

II. Anderer Vortheil. Dieſer flieſſet aus der Gleichheit der Zähler.

a. Erſter Fall. Wenn der erſte und dritte Satz einerley Zähler haben. V. a.

1. Multiplicire nur den andern Satz/ nemlich ſeinen Zähler durch den Nenner des erſten / und ſeinen Nenner durch den Nenner des dritten.

2. Die Summen ſetze in einen Bruch/ etc. wie n. I. n. 2. Z. E.

$\frac{3}{4}$ lb. - $\frac{2}{3}$ thl. - $\frac{3}{8}$ lb ? fac. $\frac{8}{24}$ | $\frac{1}{3}$ thl. d. i. 8 gl.
$\frac{3}{8}$ lb. - $\frac{2}{3}$ thl. - $\frac{3}{4}$ lb ? fac. $\frac{16}{12}$ d. i. $1\frac{1}{3}$ thl. oder 1 th. 8 gl.

b. Anderer Fall. Wenn der erſte und andere Satz einerley Zähler haben. V. a.

1. Multiplicire nur den dritten Satz/ nemlich ſeinen Zähler mit dem Nenner des erſten/ und ſeinen Nenner mit dem Nenner des andern.

2. Die Summen ſetze in einen Bruch etc. wie n. I. n. 2. Z. E.

$\frac{3}{4}$ lb. - $\frac{3}{8}$ thl. - $\frac{2}{3}$ lb ? fac. $\frac{8}{24}$ | $\frac{1}{3}$ thl. d. i. 8 gl.
$\frac{3}{8}$ lb. - $\frac{3}{4}$ thl. - $\frac{2}{3}$ lb ? fac. $\frac{16}{12}$ d. i. $1\frac{1}{3}$ thl. oder 1 th. 8 gl.

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid/ Vortheil und Grund iſt aus n. I. a. 1. auch leicht abzunehmen. Des einen Satzes Zähler und Nenner würden nach gemeiner Art mit einerley Zahl/ nemlich mit den gleichen Zählern/ multiplicirt werden.

2. Wenn die gleichen Zähler im erſten und dritten Satz ſind (litt. a.) ſo kann man den andern Satz reſolviren/ und die NB. gleichen Zähler fahren laſſen etc. wie n. I. lit. a. n. 2. Sonſt aber nicht (ibid.).

3. Wenn

2. Wenn gleich im andern und dritten Satz einerley Nenner oder Zähler ſtehen: ſo geht doch dergleichen Vortheil nicht an. Denn nach gemeiner Art muß mit beyden nur allein der Zähler des erſten Satzes multiplicirt werden/und alſo käme ein ander facit.

4. Ex. zur Ubung nach lit. a. u. b.

1. $\frac{4}{6}$ - $\frac{2}{3}$ - $\frac{4}{12}$? fac. $\frac{12}{36}$. 3. $\frac{2}{3}$ - $\frac{2}{6}$ - $\frac{3}{4}$? fac. $\frac{9}{24}$.
2. $\frac{3}{8}$ - $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{4}$? fac. $\frac{16}{16}$. 4. $\frac{3}{8}$ - $\frac{3}{4}$ - $\frac{2}{3}$? fac. $\frac{16}{12}$.

III. **Dritter Vortheil.** Dieſer flieſſet aus der Verhältniß der Sätze/ die einerley Nenner oder Zähler haben.

a. **Erſter Fall.** Wenn in den beyden Sätzen/ die einerley NB. Nenner haben/ ein NB. Zähler den andern aufhebt. V. a.

1. Dividire mit dem kleinſten Zähler in den gröſſern und bemercke den quotienten,

2. Steht der gröſte Zähler hinten: ſo multiplicire mit dem quotienten nur des übrigen Satzes NB. Zähler und behalt den gegebenen Nenner; oder dividire damit deſſelben Nenner (wenn dieſer in den quot. aufgeht) und behalt den gegebenen Zähler.

3. Steht aber der kleinſte Zähler hinten: ſo multiplicire mit dem quotienten nur des übrigen Satzes NB. Nenner/ und behalt den gegebenen Zähler/ oder dividire mit dem quot. deſſelben NB. Zähler/ und behalt den gegebenen Nenner. Z. E.

1. $\frac{2}{6}$ lb. - $\frac{3}{8}$ thl. - $\frac{4}{6}$ lb? fac. $\frac{6}{8}$ thl. oder $\frac{3}{4}$ thl.

Anm.

Anm. Sprich: 2 in 4 h. i. 2. 2 mahl 3 iſt 6 fac. $\frac{6}{8}$ thl. oder 2 in 8 h. i. 4. fac. $\frac{3}{4}$ thl.

2. $\frac{4}{6}$ lb. - $\frac{2}{6}$ thl. - $\frac{6}{8}$ lb ? fac. $\frac{6}{16}$ thl. oder $\frac{3}{8}$ thl.

Anm. Sprich: 2 in 4 h. i. 2. 2 mahl 8 iſt 16. fac. $\frac{6}{16}$ thl. oder 2 in 6 h. i. 3. fac. $\frac{3}{8}$ thl.

Anmerckungen.

1. Der Unterſcheid iſt klar. Der Vortheil iſt noch groͤſſer als n. I. a. u. b. Man bekommt das facit noch in kleinern Zahlen/ am meiſten aber/ wenn man mit dem quot. dividiren kann.

2. Der Grund iſt. Durch die diviſion n. I. findet man die Verhaͤltniß des erſten und andern oder dritten Satzes (wo jedesmahl einerley Nenner ſind) §. 586. n. I. a. Stehet nun der groͤſte Zaͤhler hinten: ſo ſtehen die beyden Saͤtze in ratione *majoris* inæqualitatis (ibid. u. §. 323 n. 6 a.). Folglich muß der uͤbrige Satz auch nach proportion groͤſſer werden: und das geſchicht/ wenn man n. 2. mit dem quotienten (als dem Nahmen der Verhaͤltniß) entweder ſeinen Zaͤhler multiplicirt oder ſeinen Nenner dividirt (§. 323. n. 8. u. 9.). Hingegen wenn der kleinſte Zaͤhler hinten ſteht: ſo ſtehen die beyden Saͤtze in ratione *minoris* inæqualitatis (§. 323. n. 6 a.) Folglich muß der uͤbrige Satz nach proportion kleiner werden. und das geſchicht / wenn man n. 3. mit dem quotienten ſeinen Nenner multiplicirt oder ſeinen Zaͤhler dividirt (§. 323. n. 8. u. 9.).

b. Anderer Fall. Wenn in den beyden Saͤtzen / die einerley NB. Zaͤhler haben/ ein NB. Nenner den andern aufhebt. V. a.

1. Dividire mit dem kleinſten Nenner in den groͤſſern und bemercke den quotienten.

2. Stehet der groͤſte Nenner hinten/ ſo verfahre wie lit. a. n. 3. (wenn der kleinſte Zaͤhler hinten ſtand). Hingegen

3. Steht der kleinſte Nenner hinten: ſo verfahre/wie lit. a. n. 2. (wenn der gröſte Zähler hinten ſtand). Z. E.

1. $\frac{2}{3}$ lb. - $\frac{4}{12}$ thl. - $\frac{2}{6}$ lb? fac. $\frac{4}{24}$ thl. oder $\frac{2}{12}$ thl.
Anm. Sprich: 3 in 6 h. i. 2, 2 mahl 12 iſt 24. fac. $\frac{4}{24}$ thl. oder 2 in 4 h. i. 2. fac. $\frac{2}{12}$ thl.

2. $\frac{2}{6}$ lb. - $\frac{2}{3}$ thl. - $\frac{4}{12}$ lb? fac. $\frac{8}{12}$ thl. oder $\frac{4}{6}$ thl.
Anm. Sprich: 3 in 6 h. i. 2. 2 mahl 4 iſt 8. fac. $\frac{8}{12}$ thl. oder 2 in 12 h. i. 6. fac. $\frac{4}{6}$ thl.

Anmerckungen.

1. Der **Unterſcheid** und **Vortheil** vor n. II. a. u. b. iſt/ wie in a. a. 1. Desgleichen auch der **Grund**/ ausgenommen/ daß hier die beyden Sätze in ratione *minoris* inæqualitatis ſtehen/wenn der **gröſte Nenner** hinten iſt/und in rat. *majoris* inæqu. wenn der **kleinſte** hinten iſt (§. 323. n. 6. a.). Und daher muß es auch **ümgekehrt** hier n. 2. gehen/ wie lit. a. n. 3. und hier n. 3. wie lit. a. n. 2. (§. 323. n. 8 u. 9.).

3. Ex. zur Ubung nach lit. a. u. b. findet man auch n. I. b. a. 3. u. n. II. b. a. 4.

4. **Zuſatz**. Die **Verhältniß** des **erſten** und **andern** oder **dritten** Satzes bey Brüchen von **einerley Nennern** oder **Zählern** durch die Zerfällung zu ſuchen nach §. 586. n. I. b. u. n. II. b. oder durch **Vergleichung der Brüche** (ibid. n. III.) iſt in dieſer Art Exempeln zwar **müglich** aber gar nicht **Vortheilhafftig**. Aber Sect. IV. c. II. wird es folgen.

Ende der dritten Section.

Des

Des andern Abſchnitts
Vierte Section.
Von den Vortheilen der Verhåltniß und der REGUL DE TRI in U. S.
Erſtes Capittel.
Von den Vortheilen der Verhåltniß.

§. 590. Es ſind in dieſem Capittel bey der arithmet. ration und proportion, ingleichen bey der geometr. proportion keine Vortheile nöthig, alſo bleibt allein die geometr. ration übrig.

Erſter Unterſcheid. §. 429.

§. 591. Unter gantzen und Brüchen die geometr. Verhåltniß zu finden.

α. Allgemeiner Vortheil.

1. Richte die gantzen und vermiſchten Zahlen ein ſo haſtu bloſſe Brüche. Daher
2. Suche die Verhåltniß wie §. 586.

β. Beſondere Vortheile.

I. Erſter Fall. Wenn eine gantze Zahl und ein bloſſer Bruch gegeben wird.

a. Erſter Vortheil. Wenn der Zåhler des Bruchs ſeinen Nenner aufhebt. Z. E. $\frac{2}{6}$ u. 4. oder 4 u. $\frac{2}{6}$. V. a.

1. Dividire mit dem Zåhler (2) in den Nenner (6).
2. Mit dem quot. (3) multiplicire die gantze Zahl (4): ſo iſt die Sume (12) die Verhåltniß.

Anm. 1. Der **Grund** iſt: der quotient des **Zählers** in ſeinen **Nenner** zeiget die Verhältniß des **Bruchs** gegen 1 gantzes an (§. 323. n. 2.) (nemlich in ächten Brüchen). Folglich findet man die Verhältniß des Bruchs gegen die gantze Zahl/oder **alle gegebene gantze**/wenn man ſie mit den quotienten multiplicirt. Z. E. Die Verhältniß unter $\frac{2}{6}$ u. 1 iſt 2. . Folglich unter $\frac{2}{6}$ u. 4 iſt 12. d. i. 4 hält $\frac{2}{6}$ 12 mahl in ſich/ und $\frac{2}{6}$ ſteckt in 4 12 mahl.

Anm. 2. Wenn alſo die **gantze Zahl** 1 iſt: ſo iſt der quotient n. 1. ſelbſt ſchon die **Verhältniß**.

b. **Anderer Vortheil.** Wenn der **Zähler** die gantze Zahl aufhebt. Z. E. $\frac{2}{6}$ u. 4. oder 4 u. $\frac{2}{6}$. V. a.

1. Dividire die gantze Zahl (4) mit dem Zähler (2).

2. Den quot. (2) multiplicire mit dem Nenner (6): ſo iſt die Sum̃e (12) die Verhältniß.

Anm. Der **Grund** beſteht darinn. Aus der Anm. lit. a. erkennt man/ daß der **Nahme der Verhältniß** die **vierte Proportional**-Zahl zu dem **Zähler**/ **Nenner** und der **gantzen Zahl** ſey. Z. E. 2 : 4 = 6 : 12. Verglichen mit §. 251. Wenn man alſo mit dem **Zähler** in die **gantze Zahl** dividirt/ ſo findet man die Verhältniß zwiſchen dem **erſten** und **dritten** Satz: und folglich die **vierte** proportional-Zahl/ wenn man damit (weil die gröſte Zahl hinten) den **Nenner** als den **andern Satz** multiplicirt (§. 251. a. 2.).

c. **Dritter Vortheil.** Wenn die gantze Zahl den Zähler aufhebt/ und der quotient den Nenner. Z. E. $\frac{4}{6}$ u. 2. V. a.

1. Dividire mit der gantzen Zahl (2) in den Zähler (4).

2. Mit dem quot. (2) dividire den Nenner (6) ſo iſt der quotient (3) die Verhältniß.

Anm. 1 Der **Grund** iſt wie lit. b. nur weil hier die **gantze Zahl** kleiner iſt: ſo muß man den **Nenner** mit der Verhältniß dividiren (§. 251. a. 2.).

Anm. 2. Wenn der quot. der **gantzen Zahl** in den **Zähler** den **Nenner** nicht aufhübe: ſo bekäme man zur Verhältniß eine **vermiſchte Zahl**. Damit aber iſt uns in praxi nichts gedient (§. 585. a.).

d. Vierter Vortheil. Wenn der Zähler die Summe des Nenners und der gantzen Zahl aufhebt. Z. E. $\frac{4}{6}$ u. 6.

1. Multiplicire die gantze Zahl (6) mit dem Nenner (6).

2. Die Summe (36) dividire durch den Zähler (4) ſo iſt der quotient (9) die Verhältniß.

Anm. 1. Der **Grund** iſt. Wenn man n. 1. die **gantze Zahl** (6) mit dem **Nenner** (6) multiplicirt / ſo iſt die Summe (36) der **Zähler** / welcher entſtünde / wenn man die **gantze Zahl** in einen **Bruch** verwandelte / der den **Nenner** des gegebenen Bruchs (6) haben ſollte / nach §. 330. n. II (hieſſe $\frac{36}{6}$). Folglich darf man die Summe (als den **Zähler**) nur durch den gegebenen **Zähler** (4) dividiren / nach §. 586. n. I,

Anm. 2. Daß der Zähler die Summe juſt ſoll aufheben / wird aus eben der Urſach erfodert / als lit. c. a. 2. angeführet iſt.

e. Fünfter Vortheil. Wenn kein bisheriger Vortheil (nach a. b. c. d.) angehen will.

α. Erſter Fall. Wenn der Bruch hinten ſteht. Z. E. 1. 5 u. $\frac{3}{4}$ oder 2. 8 u. $\frac{3}{5}$. V. a.

1. Zerfälle den NB. Zähler entweder auf den Nenner oder auf die gantze Zahl / wie ſichs am beſten thun läſſet.

Anm. In dem 1ſten Ex. läſſet ſich der Zähler (3) beſſer auf den **Nenner** (4) zerfällen / in dem 2ten aber beſſer auf die **gantze Zahl** (8).

2. Nun haſtu ſo viel beſondere Ex. nach lit. a. oder b. als du Zerfällungs-Zahlen angenommen. Daher verfahre in jedem Fall wie du lit. a. u. b. gelernet haſt.

β. Anderer Fall. Wenn die gantze Zahl hinten ſteht. Z. E. $\frac{3}{4}$ u. 10. V. a.

1. Zerfälle die gantze Zahl in ſolche Zahlen / darunter einige oder alle entweder in den Zähler aufgehen / nach lit. b. oder den Zähler aufheben nach lit c. oder mit dem Nenner eine Summe bringen / die in den Zähler aufgeht nach lit. d.

Anm. Zerfälle 10 in 9 u. 1. ſo geht 9 in 3 auf / und 1 hebt 3 auf lit. c.

2. Nun verfahre mit jeder Zerfällungs-Zahl nach befinden wie lit. b. oder c. oder d.

Anm. Wenn der Bruch oder die gantze Zahl vorne ſteht: ſo findet die Zerfällung nicht ſtatt. denn ſie repræſentiren den erſten Satz der R. de tri. §. 531. n. II. a. 4. auſſer dem Fall geht es wohl an.

II. Anderer Fall. Wenn Brüche oder gantze und vermiſchte Zahlen gegeben werden.

a. Erſter Vortheil. Wenn die vermiſchte Zahl hinten ſteht: ſo ſuche die Verhältniß des Bruchs oder der gantzen Zahl 1. gegen die in der vermiſchten Zahl befindliche gantze Zahl u. 2. gegen den Bruch derſelben (§. 585. oder 591. n. I.) Z. E. 2 thl. - 4 $\frac{2}{3}$ thl.

2 $\frac{1}{3}$

b. An-

b. Anderer Vortheil. Wenn die vermiſchte Zahl vorne ſteht: ſo darf ſie nicht getrennt werden. Daher richte ſie ein/und verfahre denn weiter nach befinden.

Anm. Weil durch die Einrichtung der verm. Zahl allemahl ein **unächter** Bruch entſteht: ſo iſt dabey meiſt wenig Vortheil zu erjagen. es brauchte faſt noch eine eigene Anweiſung: jedoch Kürtze wegen will ich nur den **Grund** oder **Quell** zeigen und es geübten zu weiterm Nachdencken überlaſſen. 1. Wenn man einen **ächten** und **unächten** Bruch oder 2 **unächte Brüche** hat: ſo laſſen ſich beyde auch nachher unter einerley **Nenner** bringen. Hat man aber 2. einen **unächten** Bruch und eine **gantze Zahl**: ſo flieſſen alle **Vortheile** aus der **Verhältniß** des **Zählers** gegen den **Nenner** oder gegen die **gantze Zahl**. Denn der **Nahme** der **Verhältniß** iſt die **vierte** Proportional-**Zahl** zu dem **Zähler Nenner** und der **gantzen Zahl**/ eben wie bisher (in dieſem §. lit. a. b. c. d. e.) von **ächten Brüchen** und **gantzen Zahlen** gezeiget iſt. Dem dencke man ſelbſt weiter nach.

Anderer Unterſcheid. §. 431.

§. 592. Unter gantzen und Brüchen von U. Sorten die geometr. Verhältniß zu finden.

I. **Erſter Fall.** Wenn in jedem Satz nur eine Sorte gegeben wird. Z. E. 2 thl. u. $\frac{2}{3}$ gl. oder $\frac{2}{3}$ thl. und 2 gl.

1. Reſolvire die gröſte Sorte in die kleinſte/ nemlich eine gantze Zahl nach §. 500. einen Bruch nach §. 556.

2. Nun haſtu eine Sorte. daher verfahre nach befinden/ entweder wie in gantzen Zahlen §. 521. u. 522. oder in Brüchen §. 585.

II. **Anderer Fall.** Wenn nur in einem Satz U. Sorten ſtehen/ und zwar

a. **Hinten.** Nim̃ eine Sorte nach der andern vor und ſuche einer jeden ihre Verhältniß gegen den erſten Satz nach befinden / wie in gantzen Zahlen oder in **Brüchen.** Z. E. 2 thl. und 6 thl. $\frac{1}{2}$ gl.

3 $\frac{1}{96}$

b. **Vorne.** Bringe alle Sorten unter einen Nahmen und verfahre ferner nach n. I.

III. **Dritter Fall.** Wenn in beyden Sätzen U. Sorten ſtehen. Z. E. 4 thl. 12 gl. und 6 thl. $18\frac{1}{4}$ gl.

1. Bringe die Sorten des erſten Satzes unter einen Nahmen.

2. Nun verfahre ferner/ wie n. II.

Anm. Alles dieſes hat eine genaue Verwandſchaft mit der Verhältniß in **gantzen Zahlen** mit U. Sorten. §. 532. 533. 534. welches man hiemit vergleichen kann: ſo wird man ſich hoffendlich in alles leicht zu finden wiſſen.

Der vierten Section Anderes Capittel.

Von den Vortheilen der REGUL DE TRI in U. Sorten.

I. Multiplications-Exempel.

Erſter Unterſcheid. §. 437.

§. 593. Wenn im andern und dritten Satz gantze und Brüche ſtehen.

Hiebey

Hiebey gelten alle Vortheile des erſten Unterſcheids der multiplication in U. Sorten von §. 571. bis §. 574.

Anm. Man nehme hiernach alle daſelbſt befindliche Ex. zur Ubung vor, und mache ſie zu multiplications-Ex. der R. de tri wie §. 587. a. b. desgleichen auch die Ex. §. 437. u. 438.

Anderer Unterſcheid. §. 439.

Erſte Aufgabe.

§. 594. Wenn im andern Satz U. Sorten ſtehen.

Hiebey gelten alle Vortheile des andern Unterſcheids der multiplication in U S. §. 575. und 576.

Anm. Man gehe hiernach die daſelbſt befindliche Ex. zur Ubung durch wie §. 587. a. 1.

Andere Aufgabe.

§. 595. Wenn im erſten und dritten Satz nicht einerley Sorte iſt. it. wo im andern und dritten Satz zugleich U. Sorten ſtehen.

Hiebey hält man überhaupt eben die methode, als nach der dritten, vierten und fünften Aufgabe der multiplications-Ex. in gantzen Zahlen §. 540. 541. 542.

Anmerckungen.

1. Es werden die drey berührte Aufgaben hie in eine zuſammen gezogen: ich achte auch unnöthig alle daſelbſt berührte beſondere Fälle hier wieder beſonders durch zu nehmen. Es iſt überhaupt faſt einerley methode, (Z. E. Wo man in gantzen Zahlen reſolvirt, da thut mans hier auch, wo man die Verhältniß ſucht, da thut mans hier auch) bloß daß man hier, wo man mit Brüchen zu thun bekommt, ſolches nach der bey Brüchen gezeigten Art verrichtet.

2. Man nehme hiernach zur Ub. die Ex. §. 439. u. 440. durch und mache auch die §. 540. 541. 542. befindliche Ex. in gantzen Zahlen zu multiplications-Ex. in **Brüchen**. welches geſchehen kann/ wenn man eine oder etliche kleine Sorten des **andern** oder **dritten** Satzes durch die reduction in **Brüche** verwandelt nach §. 340. u. hernachmahls eben das facit ſuchet/ das man in gantzen Zahlen gefunden hat.

II. Diviſions-Exempel.

Erſter Unterſcheid.

§. 596. Wenn im **erſten** und **andern** oder **dritten** Satz gantze und Brüche ſtehen. etc. wie §. 441.

Hiebey gelten alle Vortheile des erſten Unterſcheids der diviſion in U. Sorten nach §. 577. bis 583.

Anm. Man nehme hiernach zur Ub. die daſelbſt befindliche Ex. vor / und mache ſie zu diviſions-Ex. der regul de tri wie §. 588. a. 1. Desgleichen nehme man auch die Ex. §. 441. u. 442. durch.

Anderer Unterſcheid. §. 443.

Erſte Aufgabe.

§. 597. Wenn im **andern** Satz U. Sorten ſtehen.

Hiebey gelten alle Vortheile des andern Unterſcheids der diviſion in U. Sorten nach §. 584.

Anm. Man nehme zur Ub. die daſelbſt befindliche Ex. vor / und mache ſie zu diviſions-Ex. der R. de tri, wie §. 588. a. 1.

Andere Aufgabe.

§. 598. Wenn im erſten und **dritten** Satz/ oder auch im **erſten** und **andern** zugleich U. Sorten ſtehen.

Hie-

Hiebey behält man eben die methode, als nach der andern/ dritten und vierten Aufgabe der diviſions-Ex. in gantzen Zahlen/ nach 544. 545. 546.

Anm. 1. Dis iſt eben ſo zu verſtehen/ als bey den multiplicat. Ex. §. 595. a. 1. geſaget iſt.

Anm. 2. Man nehme zur Ub. die daſelbſt befindliche Ex. vor und verwandele eine oder etliche kleine Sorten des NB. erſten oder andern Satzes in Brüche/ auch wie §. 595. a. 2.

III. Proportions-Exempel.

§. 599. Hiebey ſind ſo wohl im erſten als andern Unterſcheid gar ungemein viele beſondere unterſchiedene Fälle möglich/ ſo daß es zwar nicht unmöglich doch aber viel zu weitläuftig fallen würde/ ſie alle nach der Ordnung beſonders durch zunehmen. Daher wollen wir nur die Haupt-Quellen oder allgemeinẽ Vortheile anzeigen/ und dabey einige der vornehmſten beſondern Vortheile anführen.

Anm. Wer die bisherigen Vortheile ſo wohl in gantzen als gebrochenen Zahlen/ ſonderlich der proportions-Ex. in gantzen Zahlen mit U. Sorten/ wohl gefaſſet hat/ der wird ſich in ſolche generale Anweiſung leicht finden/ und hernach in beſondern Fällen auch die beſondern Vortheile von ſelbſt leicht abſehen u. anbringen können.

Erſter Unterſcheid.

§. 600. Wenn in allen Sätzen nur eine/ und im 1ſten und 3ten Satz einerley Sorte iſt etc. wie §. 445.

a. Allgemeine Vortheile.

I. Erſter Vortheil. Multiplicire den andern

dern u. dritten Satz und die Summe dividire durch den erſten Satz/ ſo vortheilhaftig als du kanſt nach den bisherigen Vortheilen der multiplication u. diviſion in gantzen u. gebrochenen Zahlen/ nachdem es ein jedes Exempel erfodert oder zuläſſet. Z. E.

```
1. 2/6 lb.-18 thl.(3-12 lb.    2. 12 lb. 3)-18 thl.-2/6 lb.
       ─────────      ───────             ─────────
        54   (4 3      -              6 -
       ─────     4             12)──────────────
        216                             , - 12 gl.
       ─────(3
       648 th.
```

Anm. In dem 1ſten Ex. iſt der andere u. dritte Satz multiplicirt nach §. 484. u. die Summe (216 thl.) durch den erſten $\frac{2}{6}$ dividirt nach §. 578. n. II. In dem 2ten Ex. iſt der andere u. dritte multipl. nach §. 571. n. II. a. und das product (6 thl.) durch 12. divid. nach §. 577. n. II.

II. Anderer Vortheil.

1. Suche die Verhältniß des erſten u. andern oder dritten Satzes / ſo vortheilhaftig du kanſt.

2. Mit der Verhältniß NB. multiplicire den übrigen Satz / wenn die beyden Sätze in rat. *majoris* inæqualitatis ſtehen/ u. NB. dividire ihn/ wenn ſie in rat. *minoris* inæqualit. ſtehen / beydes auch ſo vortheilhaftig/ als du kanſt. Z. E.

```
1. 4 lb.-2/3 thl.-8 lb?     2. 8 lb.-4 thl.-2/3 lb?
   ─     ────────  ─           ─     ─   ──────────
   1    f. 4/3 thl. 2           2     1   f. 1/3 thl.
```

Anm. 1. Im 1ſten Ex. iſt die Verhältniß des 1ſten u. 3ten u. im 2ten des 1ſten v. 2ten S. geſucht/ beydes nach §. 523. In dem 1ſten aber iſt mit der Verhältniß (2) der

Bruch

Bruch ($\frac{2}{3}$) multiplicirt nach §. 571. n. I. a. u. im 2ten Ex. dividirt nach §. 577. n. II.

3. $\frac{3}{4}$ lb. - 6 thl. - $\frac{1}{4}$ lb ?　　4. 2 lb. - $\frac{2}{3}$ thl. - 3 lb ?
3) 2 thl.　　3) 1 thl.

Anm. 2. In dem 3ten Ex. iſt die Verhältniß des 1ſten u. 3ten S. geſucht nach §. 586. n. I. u. im 4ten des erſten u. andern S. nach §. 91. n. I. b. u. in beyden Ex. iſt damit dividirt.

Anm. 3. Man gehe nach dieſen beyden Vortheilen alle Ex. §. 445. u. 446 durch/ und laſſe bey jedem alle Vortheile der multiplication u. diviſion it. der Verhältniß anbringen/ die ſich ſchicken wollen.

β. Beſondere Vortheile.

§. 601. Folgende beſondere Vortheile flieſſen theils aus der gemeinen Art/ theils aus den beyden (jetzo gezeigten) allgemeinen Vortheilẽ.

Anm. An ſich ſelbſt importiren manche ſo ſehr viel nicht. weil man ſie aber doch bey andern findet/ und der Grund allen nicht gleich in die Augen fällt: ſo hat man ihn auch dabey noch mit wenigen entdecken wollen.

I. Erſter Fall. Wenn im erſten Satz allein ein Bruch iſt/ und in den übrigen Sätzen gantze Zahlen ſtehen.

a. Erſter Vortheil. Der ſchickt ſich allemahl.

1. Multiplicire einen von beyden Sätzen mit dem Nenner.
2. Die Summe dividire durch den Zähler u.
3. Das facit multiplic. mit dem übrigen Satz.

$\frac{3}{4}$ lb. - 16 thl. (4 - 11 lb? oder $\frac{3}{4}$ lb. - 16 thl. - 11 lb? (4

64　　4　　3) 44 th.

3) 21 thl. 8 gl. (11　　4　　14 t. 16 g (4

234 th. 16 g.　　58 - 16 - (4

234 - 16 -

Anm.

Anm. Dis flieſſet aus der gemeinen Art. Denn an ſtatt daß man den Nenner mit den beyden übrigen Sätzen in einander multiplicirt/ u. endlich die Summe mit dem Zähler dividirt: ſo dividirt man ſo fort die Summe des Nenners u. eines Satzes/ u multiplicirt das facit mit dem übrigen Satz. Der Vortheil iſt/ man hat kleinere Zahlen zu multipliciren u. zu dividiren.

b. Anderer Vortheil. Wenn die differentz des Zählers u. Nenners den Nenner ſelbſt aufhebt. V. a.

1. Dividire mit der differentz in den Nenner.

2. Mit dem quot. dividire einen von beyden übrigen Sätzen ſonderlich den andern.

3. Das facit addire zu demſelbigen Satz/und

4. Die Summe multiplicire mit dem übrigen Satz. Z. E.

$\frac{4}{6}$ lb.-8 thl.-6 lb? oder $\frac{4}{6}$ lb.-8 thl.-6 lb?

add. 2 - 16 gl.	add. 2
10 - 16 gl. (6	8 thl. (8
64 - ſ -	64 thl.

Anm. 1. Die differentz bey $\frac{4}{6}$ iſt 2. 2 in 6 fac. 3.

Anm. 2. Der Grund iſt. Der quotient der differentz in den Zähler zeiget an/ der wie vielte Theil eines gantzen noch fehle/ ehe der Bruch 1 gantzes iſt (Z. E. der quot. 3 zeiget es fehle noch $\frac{1}{3}$ thl. ehe $\frac{4}{6}$ thl. 1 gantzer Thaler iſt). Wenn man alſo damit den andern Satz dividirt/ und das facit dazu addirt: ſo zeiget die Summe/ wie viel 1 gantzes komme. u. alſo iſt es nun in der That ein multiplications-Ex der R. de tri (hieſſe 1 lb - 10 thl. 16 gl?). Folglich darf man ſie nur mit dem übrigen Satz multipliciren §. 262.

c. Dritter Vortheil. Wenn der Zähler eine von beyden gantzen Zahlen aufhebt. V. a.

1. Di-

1. Dividire mit dem Zähler in die gantze Zahl und ſetze den quotienten unter die gantze Zahl.

2. Mit dem quotienten multiplicire den übrigen Satz ſo vortheilhaftig als du kanſt.

3. Die Summe multiplicire noch mit dem Nenner/ auch ſo gut du kanſt. Z. E.

$\frac{2}{3}$ lb. - 9 thl. - 32 lb? (4
36 (4 16 (4 4 4
144 (3
432 thl.

$\frac{6}{12}$ lb. - 48 thl. - 15 lb? (8
3 8
4 120 (3
360 (4
1440 th.

Anmerckungen.

1. In dem erſten Ex. hebt der Zähler den dritten und in dem 2ten den andern Satz auf.

2. Wenn man mit dem Zähler eine gantze Zahl aufhebt/ und mit dem quotienten den Nenner multiplicirt; ſo iſt die Summe die Verhältniß des Bruchs und der gantzen Zahl (§. 591. n. I. b.). Und folglich dürfte damit hier (als in rat. *majoris* inæqualit.) nur der übrige Satz multiplicirt werden (§. 600. n. II.). Weil aber die Summe des quotienten und Nenners meiſtens zuſammengeſetzte Zahlen ausmachen/ die man doch nach der multiplication zerfällen müſte: ſo behält man nur gleich den quot. u. den Nenner als Zerfällungs-Zahlen a part und multiplicirt damit den übrigen Satz nach und nach. ja man kann eine jede/ wo es nöthig iſt/ noch wieder vor ſich zerfällen / wie die Exempel ausweiſen. und darinn beſteht der Vortheil. Wenn aber die Summe eine einzele Zahl iſt : ſo braucht es der Weitläuftigkeit nicht.

3. Wenn der Zähler einer gantzen Zahl gar gleich iſt : ſo wäre der quotient 1. daher darf man in ſolchem Fall den übrigen Satz nur gleich allein mit dem Nenner multipliciren. Z. E.

$\frac{3}{4}$ lb. 3 thl. 16 lb? (4
64 thl.

4. Ge-

4. Geübre werden eben dergleichen **Vortheil** auch anbringen können/ wenn 1. der Zähler ſeinen **Nenner** u. 2. die gantze **Zahl** den **Zähler** aufhebt/ und wo ſonſt dergleichen Vortheile der **Verhältniß** ſtatt finden nach §. 591. n. I a b. c. d. Sonſt iſt noch zu mercken/ es ſey gleich viel/ ob man mit dem quot. oder mit dem **Nenner** zu erſt multiplicirt.

II. Anderer Fall. Wenn im **andern** oder **dritten** Satz allein ein **Bruch** ſteht/ und ſein **Zähler** den **erſten** Satz aufhebt. V. a.

1. Dividire mit dem Zähler den erſten Satz und ſetze den quot. unter den erſten Satz.

2. Mit dem quot. dividire den übrigen Satz.

3. Das facit dividire noch durch den Nenner.

$\frac{4}{2}$ lb. - $\frac{2}{3}$ thl. 2) $\frac{-6}{3}$ lb? 3) $\frac{3}{1\ \text{thl.}}$

$\frac{4}{2}$ lb 2) $\frac{-6}{3}$ thl. $\frac{2}{3}$ lb? 3) $\frac{3}{1\ \text{thl.}}$

Anm. Der **Grund** iſt eben ſo/ als n. I. c. ausgenommen/ daß hier/ weil ratio *minoris* inæqual. iſt/ muß dividirt werden (§. 600. n. II.).

III. Dritter Fall. Wenn im **erſten** und **einem** von den übrigen Sätzen bloſſe **Brüche** ſtehen.

a. **Erſter Vortheil.** Wenn beyde Brüche **einerley** Nenner haben: ſo ſuche die Verhältniß beyder Zähler nach §. 586. n. I. a. b. u. damit operire in den übrigen Satz wie §. 600. n. II.

b. **Anderer Vortheil.** Wenn beyde Brüche **einerley** Zähler haben. ſo ſuche die Verhältniß unter ihren **Nennern** (nach §. 586. n. II. a. b.) und damit operire man wie §. 600. n. II. Z. E.

1. 3 lb. - 3 thl. - 2) 12 lb? 2. 8 lb. - 3 2 thl. - $\frac{8}{9}$ lb?
 4 8 6 thl. 12 32
 1 2   9 10 thl. 16 gl.
   3 42 thl 16 gl.

Anm. Es iſt hiebey wohl zu mercken wo ratio *majoris* u *minoris* inæqualitatis ſey nach §. 586. n. II. a. a. wenn man den erſten Nenner auf den hinterſten zerfällt, wie im 2ten Ex. geſchehen, ſo gehet es bey den Zerfällungs-Zahlen richtig, wie ſonſt, daß da die rat. *majoris* inæqu. iſt, wo hinten die gröſte Zahl iſt, und da *minoris* wo die kleinſte hinten iſt. Zerfällte man aber den hintern Nenner, ſo ginge es alles contrair.

c. **Dritter Vortheil.** Wenn ein Zähler den andern aufhebt. V. a.

1. Hebe beyde Zähler durch den kleinſten gegen einander auf und bemercke die quotienten wie §. 523. n. I.

2. Nimm die beyden quotienten an ſtatt der gegebenen Zähler an, und operire ferner nach gemeiner Art oder nach §. 600. n. I. II. ſo gut du kanſt. Z. E.

1. 3 lb. 8) - 26 th. - 9 lb? 2. 9 lb. - 3 thl. 4) - 26 lb?
 4 3 - 6 gl. 24 24 4 6 - 12 gl.
 1 13 - ſ - 3 3 1 52 thl. ſ gl. (8

Anm. 1. In den beyden Ex. iſt 3 u. 9 gegen einander aufgehoben und an ſtatt $\frac{3}{4}$ u $\frac{9}{24}$ entſtanden $\frac{1}{4}$ u. $\frac{3}{24}$. Hernach iſt im erſten der andere S (26) mit dem hintern Bruch ($\frac{3}{24}$) multiplicirt (nach §. 571. n. II. a.) fac. 3 thl. 6 gl. u. dieſe wieder mit dem erſten Bruch $\frac{1}{4}$ dividirt (nach §. 578. n. II.) fac. 13 thl. Hingegen im 2ten Ex. iſt der dritte

 Satz

Satz (26) mit dem mittlern ($\frac{1}{4}$) multiplicirt (nach §. 571. n. II. a.) fac. 6 thl. 12 gl. u. dis mit dem erſtern $\frac{3}{24}$ dividirt (nach §. 578. n. II.) fac. 52. thl. Man kann aber noch mehr Vortheile der multiplication u. diviſion anbringen/ nach dem es nöthig iſt.

Anm. 2. Der **Grund** iſt. Wenn man zweene **Brüche Zähler** mit **einerley Zahl** dividirt: ſo nehmen ſie nach proportion gleich viel ab (§. 323. n. 9.)/ u. folglich behalten ſie auch **einerley Verhältniß** unter einander. Daher bleibt hier nach dem **aufheben der Zähler** noch eben die **Verhältniß** unter den **beyden Sätzen** und folglich kann man das Ex noch ohne Schaden nach **gemeiner** oder **vortheilhaften Art** elaboriren.

Anm. 3. Man mögte endlich auch beyde Zähler mit einer andern Zahl gegen einander aufheb. n/ aber es iſt vortheilhafter/ wenn der **kleinſte** Zähler den **gröſten** ſelbſt aufhebt. denn ſo bekommt man in einem Satz gewiß 1 zum **Zähler**/ u da darf man allezeit nur mit dem **Nenner** operiren.

Anm. 4. Wenn ein **Nenner** den andern aufhebt: ſo geht **dergleichen Vortheil** zwar auch an. Denn die Brüche nehmen auf die Weiſe auch nach proportion gleich viel zu §. 323. n. 9. und behalten alſo auch **einerley Verhältniß**/ und doch bekömmt man auch **kleinere Zahlen**; allein weil alsdenn **unächte Brüche** entſtehen / ſo hat man dabey weiter keine Vortheile in der multiplication u. diviſion, ohne daß etwa die gemeine operation etwas kürtzer wird.

d. **Vierter Vortheil.** Wenn nicht allein der **Zähler** eines Bruchs den andern aufhebt/ ſondern auch der **Nenner** zugleich des andern ſeinen aufhebt. B. a.

1. Hebe ſo wohl die Zähler als **Nenner** gegen einander auf: ſo bekömmſtu in einem Satz (nemlich wo der **kleinſte Zähler** und **Nenner** iſt) alle mahl $\frac{1}{1}$ oder 1 gantzes.

2. Ste-

2. Stehet nun ſolches $\frac{1}{1}$ im erſten Satz / ſo multiplicire nur den andern und dritten Satz / ſo gut du kanſt.

3. Stehet es aber im andern oder dritten Satz / ſo dividire nur den übrigen Satz durch den erſten / auch ſo gut du kanſt. Z. E.

1.	3 lb. -	2) 26 thl. -	9	2.	9 lb. -	3 thl. -	26 lb ?
	4	13 thl.	24.		24	4	52 thl. (2
	1		3		3	1	
	1		6		6	1	

Anm. 1. In dem erſten Ex. iſt der andere u. dritte Satz multiplicirt nach §. 571. n. II. a. u. im 2ten iſt der dritte durch den erſten dividirt nach §. 578. n. II.

Anm. 2. Der Grund iſt: Durch das Aufheben der Zähler u. Nenner bekommt man kleinere Brüche / die doch eben die Verhältniß haben / als die gegebenen lit. c. a. 2. u. 4. Weil aber in einem Satz $\frac{1}{1}$ oder 1 gantzes kommt: ſo erhält man dadurch ein multiplicat. oder diviſions-Ex der R. de tri, und folglich darf man nur noch allein multipliciren oder dividiren. §. 262.

Anm. 3. Es dürfte eben nicht juſt desjenigen Bruchs Nenner den andern aufheben / deſſen Zähler auch des andern ſeinen aufgehoben / ſondern es könnte auch wechſelsweiſe gehen: aber denn bekäm man in keinem Satz $\frac{1}{1}$ ſondern behielte doch noch ein proportions Ex. doch könnte man ſo dann noch nach §. 600. n. I. oder II. ſeinen Vortheil ſuchen.

NB. Exempel zur Ubung auf alle bisherige Fälle kann man ſich ſelber machen.

Anderer Unterſcheid.

Erſte Aufgabe.

§. 602. Wenn im andern Satz U. Sorten

ſtehen/im erſten u. drittē aber einerley Sorte iſt.

Hiebey gelten alle bisher im erſten Unterſcheid gezeigte Vortheile / ausgenommen.

1. Daß die gantze u. Brüche oder Brüche u. Brüche / daraus der Vortheil bisher gezeigter maſſen flieſſen ſolt / hiebey nur im erſten u. dritten Satz ſtatt finden / und

2. Das man den andern Satz (wo es erfodert wird) müſſe multipliciren nach § 516. oder 576. u. dividiren nach §. 519. oder 584. Z. E.

1. 4 lb. – 2) 3 th. 17 gl. – $\frac{2}{4}$ lb? 2. $\frac{2}{4}$ lb. – 3 thl. 16 gl. (4 – 4 lb?

1 - 20 - (4   14 - 16 - (2

7 - 8 -   39 - 8 -

Anm. 1. Dieſe beyde Ex. gehen nach §. 600. n. I u. ſo wird man ſich auch in die übrigen Vortheile leicht finden können.

Anm. 2. Man nehme hiernach die Ex. aller Vortheile §. 600. u 601. zur Ub. vor/u. mache ſie zu Ex. dieſer Aufgabe/ welches alſo geſchehen kann/ wenn man 1. im andern Satz U. Sorten ſetzet u 2 die gantze u Brüche/ daraus die Vortheile flieſſen ſollen/in den erſten u. dritten Satz ſetzet.

Andere Aufgabe.

§. 603. Wenn im erſten u. dritten Satz U. Sorten ſtehen. Hiebey ſind keine ſonderliche Vortheile/ ohne was aus der methode in gantzen Zahlen flieſſet/ die §. 548. 549. u. 550. gezeiget iſt.

Ende des andern Theils.

Anhang.

Anhang des erſten Buchs.

N.I. Numerations-Tabelle ſ. 15.

t.m.t.mil. od. 1 bil.	hundert t. million	zehn t. million.	tauſend million.	hundert million.	zehn t. m.t od. 1 m	t.mahl t. od. 1 mill	Hundert tauſend	Zehn tauſend	Tauſend.	Hundert.	Zehn.	Eins.	Gültigkeit der Grade.	I.
13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	Grade	II.
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	ſtam̃z null.	III.
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	eins.	
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	zwey.	
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	drey.	
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	vier.	
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	fünf.	
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	ſechs.	
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	ſieben.	
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	acht.	
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	neun.	

Anmerckungen.

I. Von der **Einrichtung** dieſer Tabelle.

Die Tabelle beſteht aus 3 über einand r liegenden Feldern/ welche durch gedoppelte Linien unterſchieden werden/ das **unterſte** (III) hält die 10 **Stamm-Zahlen** nach ihrer Bedeutung und den **Stellen** in ſich/ wie ſie von der **rechten** gegen die **lincke** vor einander ſtehen können. Das **mittelſte** (II) bezeichnet die **Grade** der **Stamm-Zahlen** von der **rechten** gegen die **lincke**. Das **oberſte** (I) zeiget die **Bedeutung** oder **Gültigkeit** der Grade an.

 II. Vom

II. Vom Nutzen dieſer Tabelle. Sie dienet

a. Die rechte Geneſin oder Erwachſung aller möglichen Zahlen aus deu Stamm-Zahlen zu erkennen.

Anm. Zu ſolchem Ende laſſe man die Lernenden mit gantzen Worten ordentlich fortzählen/ eins/ zwey drey u. ſ. w. und indeß zeige man ihnen/wie man nach und nach aus einem Grad in den andern komme/ und wie man damit nach und nach alle Zahl-Wörter ausdrücken könne. Z. E. Mit dem erſten Grad kann man kommen bis 9. mit dem erſten und andern bis 99. mit dem erſten/andern u. dritten bis 999. mit dem erſten/andern/dritten u. vierten bis 9999. u. ſ. w.

b. Zur Ubung des Ausſprechens §. 22. aus einem Grad dieſe/aus andern jene Zahl/laſſe einer jeden ihren Grad bemercken/ und denn aus der Tabelle die Gültigkeit einer jeden Zahl nach ihrem Grad errathen.

c. Zu Ubung des Schreibens §. 25. Z. E. man gebe Anfängern eine gewiſſe Summe mit Zahl-Wörtern/und laſſe den aus der Tabelle errathen/ durch welche Zahlen uud Grad ſie ein jedes Zahl-Wort ausdrucken können.

Anm. 2. Man kann dis alles Spiel-weiſe vornehmen/ das macht Anfängern die Sache leicht und angenehm.

N. II. Gewöhnliche Abbreviaturen. §. 20.

C. oder Ct. heißt Centner.	L. heißt Loth.
Dl. - Pfenning.	M. - Mätze.
D. - Ducaten.	Mlr. - Malter.
Fl. - Gulden	Mr. - Marck.
Kfl - Kaiſer Gulden.	Pf. - Pfenning.
Mfl. - Meißniſche fl.	Pfgw. - Pfenning Gew.
Gl. - Groſchen.	Qv. - Qventlein.
Gr. - Gran.	Schl. - Scheffel.
Hlr. - Heller.	St. - Stein.
Hlgw. - Heller-Gewicht.	Thl. - Thaler.
Jr. - Jahr.	Vl. - Viertheil.
K. - Kanne.	Wl. - Winſpel.
Lb. - Pfund.	

Anm.

Anm. In geſchriebenen Rechnungen braucht man allerley andere verzogene Abbreviaturẽ/die man ex uſu zu lernen hat.

N. III. Römiſche Zahlen. §. 27.

I. Die Römer brauchen folgende 7 Charactere (Zeichen) oder Buchſtaben.

I bedeutet 1. V bed. 5. X bed. 10 L - 50, C - 100. D - 500. M bedeutet 1000.

Anm. An ſtat D findet man auch wohl I) u. an ſtatt M auch CI).

II. Damit man durch dieſe 7 Buchſtaben alle Zahlen ſchreiben/ u die dadurch ausgedruckte Zahlen ausſprechen könne: ſo mercke man folgende 4 Regeln.

1. Wenn einerley Zeichen etliche mahl unmittelbar hinter einander herſteht: ſo muß man ſeine Bedeutung ſo viel mahl addiren/ als es da ſteht.

Anm 1. Dis geſchicht eigentlich nur bey ſolchen/die man etliche mahl nehmen kann/ ehe ſie eines andern Zeichens Bedeutung erreichen/ nemlich bey I.X.C. aber nicht leicht bey L.u.D. denn L. 2 mahl macht C. u D. 2 mahl macht M

Anm. 2. Die gewöhnlichen Fälle ſind.

II	heißt	2.	XX	heißt	20.	CC	heißt 200.
III	-	3.	XXX	-	30.	CCC	- 300.
IIII	-	4.	XXXX	-	40.	CCCC	- 400.

2. Wenn eine oder mehr kleinere Zeichen allein hinter einer gröſſern ſtehen/ ſo muß man ihre Bedeutung zu der gröſſern addiren. Z. E.

VI	h.	6.	XV	h.	15.	LV	h.	55.	CI	h.	101.
VII	-	7.	XVI	-	16.	LX	-	60.	CV	-	105.
VIII	-	8.	XVII	-	17.	LXV	-	65.	CX	-	110.
VIIII	-	9.	XVIII	-	18.	LXX	-	70.	CXV	-	115.

3. Wenn kleinere Zeichen vor gröſſeren ſtehen: ſo muß ihre Bedeutung ſubtrahirt werden.

Anm. Dis geſchicht eigentlich nur bey I. X. u. C. Z. E.

IV h. 4. IIX h. 8. IX h 9 XL h. 40 XC h. 90. CD h. 400.

4. Wenn kleinere Zeichen zwiſchen gröſſern mitten inne ſtehen: ſo ſind ſie zu den letztern zu rechnen und ihre Bedeu-

deutung davon zu ſubtrahiren/ die **vörderſten** aber gelten vor ſich. Z. E. XIV h. 14. XIIX h. 18. XIX h. 19. XXIX h. 29. LIX h. 59 CIX h. 109. CXIV h. 114.

III. Damit man nun die Gleichheit mit den Ziffern §. 4. ſehe: ſo mercke man folgendes.

1. Den **erſten Grad** (oder die vniteten) **drückt man aus** durch I u. V.

Anm. Nemlich I h 1. II h. 2. III h. 3. IV h. 4 V h. 5. VI h. 6. VII h 7. VIII (oder IIX) h 8. VIIII oder IX h. 9.

2. Den **andern Grad** (oder die decades) druckt man aus durch X u. L.

Nemlich. X h. 10. XX h. 20. XXX h. 30. XL h. 40. L h 50. LX h 60. LXX h. 76. LXXX h. 80. LXXXX (oder XC) h. 90.

3. Den **dritten Grad** (oder die Centurias) **drückt** man aus durch C u. D.

Anm Nemlich. C h. 100. CC h. 200. CCC h. 300. CCCC (oder CD) h 400. D h. 500. DC h. 600. DCC h. 700. DCCC h. 800. DCCCC h. 900.

4. Den **vierten** u. die folgenden Grad (oder die tauſend) druckt man aus durch M und durch die vorigen **drey** Grad/ wenn man dieſe vor der M ſetzt. Z. E. M h. 1000. IIM h. 2000 IIIM h. 3000 etc. XM h. 10000. CM h. 100000. MM h. t. mahl t. u. ſ. w.

Anm. Wenn alſo vor M **kleinere Zeichen** ſtehen: ſo wird ihre Bedeutung nicht ſubtrahirt wie n. I. n. 3. ſondern ſie zeigen ſchlechthin an/ wie **vielmahl die Bedeutung** M vorhanden ſey/ wiewohl man dis vor alters lieber mit gantzen **Zahl-Wörtern** ausgedruckt hat.

N. IV. Additions-Tabelle. §. 37.

1 und 1
ist 2.

2 und 1 2
iſt 3. 4.

3 und 1 2 3
iſt 4. 5. 6.

4 und 1 2 3 4
iſt 5. 6. 7. 8.

5 und 1 2 3 4 5
iſt 6. 7. 8. 9. 10.

6 und 1 2 3 4 5 6
iſt 7. 8. 9. 10. 11. 12.

7. und 1

7 und	1	2	3	4	5	6	7		
iſt	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.		
8 und	1	2	3	4	5	6	7	8	
iſt	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	
9 und	1	2	3	4	5	6	7	8	9
iſt	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.

Anmerckungen.

Es iſt weder bey dieſer noch den folgenden Tabellen die Meinung/ daß man die Jugend ſolche in der Stille auswendig lernen laſſe/ ſondern Lehrer bringen ſie ihr durch fleißiges Fragen bey.

N. V. Subtractions-Tabelle. §. 52.

2 von	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
bleibt	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
3 von	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
bleibt	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
4 von	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
bleibt	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
5 von	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
bleibt	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
6 von	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
bleibt	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
7 von	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
bleibt	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
8 von	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
bleibt	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
9 von	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
bleibt	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.

N. VI. Multiplications-Tabelle.

Oder das kleine ein mahl eins §. 71.

1 mahl 1 iſt 1	3 mahl 9 iſt 27	6 mahl 7 iſt 42
2 - 2 - 4	3 - 10 - 30	6 - 8 - 48
2 - 3 - 6	4 - 4 - 16	6 - 9 - 54
2 - 4 - 8	4 - 5 - 20	6 - 10 - 60
2 - 5 - 10	4 - 6 - 24	7 - 7 - 49
2 - 6 - 12	4 - 7 - 28	7 - 8 - 56
2 - 7 - 14	4 - 8 - 32	7 - 9 - 63
2 - 8 - 16	4 - 9 - 36	7 - 10 - 70
2 - 9 - 18	4 - 10 - 40	8 - 8 - 64
2 - 10 - 20	5 - 5 - 25	8 - 9 - 72
3 - 3 - 9	5 - 6 - 30	8 - 10 - 80
3 - 4 - 12	5 - 7 - 35	9 - 9 - 81
3 - 5 - 15	5 - 8 - 40	9 - 10 - 90
3 - 6 - 18	5 - 9 - 45	10 - 10 - 100
3 - 7 - 21	5 - 10 - 50	10 - 100 - 1000
3 - 8 - 24	6 - 6 - 36	

Anm. Das groſſe 1 mahl 1 ſuche im Anhange des andern Buchs.

N. VII. Diviſions-Tabelle. §. 98.

1 in 1 habe ich 1 m.	2 - 14 - 7	3 - 12 - 4
2 - 2 - 1	2 - 16 - 8	3 - 15 - 5
2 - 4 - 2	2 - 18 - 9	3 - 18 - 6
2 - 6 - 3		3 - 21 - 7
2 - 8 - 4	3 - 3 - 1	3 - 24 - 8
2 - 10 - 5	3 - 6 - 2	3 - 27 - 9
2 - 12 - 6	3 - 9 - 3	

4-4 -	1	6-6 -	1	8-8 -	1
4-8 -	2	6-12 -	2	8-16 -	2
4-12 -	3	6-18 -	3	8-24 -	3
4-16 -	4	6-24 -	4	8-32 -	4
4-20 -	5	6-30 -	5	8-40 -	5
4-24 -	6	6-36 -	6	8-48 -	6
4-28 -	7	6-42 -	7	8-56 -	7
4-32 -	8	6-48 -	8	8-64 -	8
4-36 -	9	6-54 -	9	8-72 -	9
5-5 -	1	7-7 -	1	9-9 -	1
5-10 -	2	7-14 -	2	9-18 -	2
5-15 -	3	7-21 -	3	9-27 -	3
5-20 -	4	7-28 -	4	9-36 -	4
5-25 -	5	7-35 -	5	9-45 -	5
5-30 -	6	7-42 -	6	9-54 -	6
5-35 -	7	7-49 -	7	9-63 -	7
5-40 -	8	7-56 -	8	9-72 -	8
5-45 -	9	7-63 -	9	9-81 -	9

N. VIII. Tabelle von Gültigkeit der gewöhnlichſten Sorten. §. 122.

Claſſ. I. Müntz-Sorte.

1 Pfenning gilt 2 Hlr.
1 Groſchen - 12 Pf.
1 Thaler - 24 Gl.
1 Kſl. - 16 Gl.
1 Mſl. - 21 Gl.

Claſſ. II. Gewichts-S.

1. Kram-Gewicht.

1 Pfgw. macht 2 Hlrgw.
1 Qventlein - 4 Pfgw.
1 Loth - 4 Qv.
1 Pfund - 32 L.
1 leichter St. - 11 lb.
1 ſchwerer St. - 22 lb.
1 Centner - 110 lb.

2. Silber- und Gold-Gewicht.

1 Gran macht 3 Grän.

1 Ka

1 Karath - 4 Gran.
1 Loth - 6 Gran.
1 Marck - 16 L. oder 24 Karath.

3. Apothecker-Gewicht.

1 lb. wiegt 24 L. od. 12 Unzē
1 Unze - 2 Loth.
1 Drachma - 3 Scrupel.
1 Scrupel - 20 Gran.

Claſſ. III. vom Maaß.

1. Korn-Maaß.

1 Viertheil hält 4 Mätzē
1 Scheffel - 16 M.
1 Malter - 12 Schl.
1 Winſpel - 24 Schl.

2. Bier-Maaß.

1 Kanne hält 2 Nöſſel.
1 Tonne - 75 Kannen.
1 Viertheil - 2 Tonnen.
1 Faß - 2 Viertheil.
1 Gebräude - 18 Faß.

3. Wein-Maaß.

1 Stübgen hält 4 Kañen
1 Eimer - 16 Stübgen.
1 Faß - 5 Eimer.
1 Fuder - 12 Eimer.

Claſſ. IV. Hauffen oder zählende Waaren.

1 Dutzend ſind 12 Stück.
1 Mandel - 15 St.
1 Stiege - 20 St.
1 Schock - 60 St.
1 Decher (Leder) 10 St.
1 Ballē (Papier) 10 Rieß.
1 Rieß - 20 Bücher.
1 Buch - 25 Bogen.
1 Saum - 22 Tücher.
1 Tuch - 32 Ellen.

Cl. V. Das Zeit-Maaß.

1 gemein Jahr hat 52 Wochen 1 Tag oder 365 Tage.
1 Schalt-Jahr hat 52 Wochen 2 Tage.
1 Monath hat 4 Wochen
1 Woche 7 Tage.
1 Tag 24 Stunden.
1 Stunde 60 Minuten.
1 Minute 6 Secunden.

N. IX.

N. IX. Vortheilhafte Tabelle.

Die vornehmſten Müntz-Sorten im Kopf zu reſolviren und zu reduciren §. 499.

Erſte Columne	Andere Colum.	Dritte Colum.
1 gl. iſt 12 pf.	9 gl. iſt 108 pf.	17 gl. iſt 204 pf
2 gl. - 24 pf.	10 gl. - 120 pf.	18 gl. - 216 pf.
3 gl. - 36 pf.	11 gl. - 132 pf.	19 gl. - 228 pf
4 gl. - 48 pf.	12 gl. - 144 pf.	20 gl. - 240 pf
5 gl. - 60 pf.	13 gl. - 156 pf.	21 gl. - 252 pf
6 gl. - 72 pf.	14 gl. - 168 pf.	22 gl. - 264 pf.
7 gl. - 84 pf.	15 gl. - 180 pf.	23 gl. - 276 pf.
8 gl. - 96 pf.	16 gl. - 192 pf.	24 gl. - 288 pf.
Reſt 4 pf.	Reſt 8 pf.	25 gl. oder 1 th. 1 gl. iſt 300 pf.

Anmerckungen vom Nutzen dieſer Tabelle.

Dieſe Tabelle dienet.

I. Zur reſolution der Groſchen in Pfennige.

1. Man lerne nur allein auswendig/ was die gl. von 1 bis 8 an pf. ausmachen/ wie ſie in der erſten Columne nach einander herab ſtehen. Wenn man das fertig weiß/ ſo hat man gewonnen. Nemlich

2. Weil 8 gl. juſt 100 weniger 4 pf. ausmachen/ ſo bringen die gl. von 9 bis 16 im andern hundert eben die Zahlen weniger 4 pf. wieder/ die im erſten hundert da geweſen/ wie die andere Columne der Tabelle ausweiſet. Man mercke alſo nur/ die wie vielte Zahl eine ſolche in der Ordnung nach 8 ſey/ und mit welcher Zahl der erſten Columne ſie corre-

ſpon-

ſpondirt. Z. E. 12 gl. 12 iſt nach 8 die 4te Zahl und correſpondirt alſo mit 4 in der erſten columne 4 gl aber machte 48 pf. Folglich bringt 12 gl. 148 weniger 4 pf d. i. 144 pf. it. 14 gl. 14 iſt die 6te Zahl nach 8. 6 gl. iſt 72 pf. ergo 14 gl gibt 172 ÷ 4 pf. d. i. 168 pf. u. ſ. w.

3. Weil 16 gl. juſt 200 weniger 8 pf. machen: ſo bringen die gl von 17 bis 24 im dritten hundert eben die Zahlen ÷ 8 pf. wieder / die im erſten hundert geweſen. Z. E. 19 gl. iſt die 3te Zahl nach 16 gl. 3 gl. war 36 pf. ergo iſt 19 gl. 236 ÷ 8 pf. d. i. 228 pf. u. ſ. w.

4. Weil 25 gl. oder 1 thl. 1 gl. juſt 300 pf iſt: ſo mercke nur

a. So vielmahl 1 thl. 1 gl. zu reſolviren ſind: ſo viel mahl 300 pf. ſetze voraus / und

b. Was über volle 1 thl. 1 gl. da iſt / das reſolvire ſeiner Ordnung nach, wie n. 1. 2. 3. gezeiget iſt. Z. E. Du ſollteſt 30 gl. reſolviren: Sprich / 25 gl. iſt 300 pf. 25 von 30 bleiben 5 gl. 5 gl. machen 60 pf. Summa 360 pf. u. ſ. w.

II. Zur reduction der Pfennige in Groſchen.

1. Lerne nur aus der erſten columne die pf. von 12 bis 100 reduciren / ſo iſt das übrige alles leicht. Nemlich

2. Weil 100 pf. juſt 8 gl. und 4 pf. machen: ſo machen die pf. im andern hundert allemahl ſo viel gl über 8 gl. aus / als ſie im erſten hundert vor ſich gemacht und noch 4 pf. drüber. Z. E. 148 pf. ſprich: 48 pf. ſind 4 gl. Folglich machen 148 pf. 4 gl. über 8 gl. d. i. 12 gl. und 4 pf. u. ſ. w.

3. Im dritten hundert machen ſie ſo viel gl. über 16 aus / als im erſten hundert und 8 pf. drüber. Z. E. 248 pf. macht 4 gl. über 16 gl. iſt 20 gl. und 8 pf. drüber. u ſ w.

4. 300 pf. machen juſt 25 gl. oder 1 thl. 1 gl. So oft nun volle 300 pf gegeben werden / ſo vielmahl 1 thl 1 gl. nimmt man / was aber nicht volle 300 macht / das reducirt man / wie jetzo n. 1. 2. 3. gezeiget iſt. Z. E. 1300 pf. da ſind 4 mahl volle 300 pf. gegeben / macht 4 mahl 1 thl. 1. gl. d. i. 4 thl. 4 gl.

4 gl. dazu kommt noch 100 pf. iſt 8. gl. 4 pf. Summa 4 thl. 12 gl. 4 pf. u. ſ. w.

III. Zur reſolution der Thaler in Gl. wenn man die Groſchen fertig in Pf. reſolviren kann. Nemlich weil 1 thl. 24 gl. und alſo noch einmahl ſo viel gl. macht als 1 gl. pf. macht: ſo nimmt man nur gleich im Gemüthe noch einmahl ſo viel gl. als thaler gegeben ſind/ und was die an pf. machen/ das machen die thaler an gl. Z. E. 8 thl. ſprich 16 gl. machen 192 Pf. ergo machen 8 thl. auch 192 gl. aus.

IV. Zur reduction der gl. in thlr. wenn man die pf. fertig in gl. reduciren kann. Nemlich eine Anzahl gl. macht juſt nur halb ſo viel thl/ als ſie an gl. machen würde/ wenn ſie pf. bedeutete. Z. E. 300 gl. ſprich: 300 pf. ſind 25 gl. ergo ſind 300 gl. auch 12 thl. 12 gl.

V. Zur reſolution der gl. in Kfl. und der reſolution der Kfl. in gl. Nemlich

1. Man lerne nur erſt Kfl. zu thl. und thl. in Kfl verwandeln/ welches leicht iſt. Denn 10 thl. machen allemahl juſt 15 Kfl. und 15 Kfl. machen 10 thl. aus.

2. Will man nun Kfl. in gl. reſolviren: ſo mache man die Kfl erſt zu thl. nach n. 1. und die thl. zu gl. nach n. III. will man gl. in Kfl. reduciren/ ſo mache man die gl. erſt zu thl. nach n. IV. und die thl. endlich zu Kfl. nach n. 1.

N. X.

N. X. Tabelle von der Zerfällung kleinerer Sorten auf gröſſere §. 514. n. III. a. 7.

I. Pfennige auf Groſchen.

1. Grade Theile.

1 pf.	2 pf.	3 pf.	4 pf.	6 pf.
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

2. Ungrade Theile.

5 pf	7 pf.	8 pf.	9 pf.	10 pf.	11 pf.
4 1	6 1	6 2	6 3	6 4	6 4 1

II. Groſchen auf Thaler.

1. Grade Theile.

1 gl.	2 gl.	3 gl.	4 gl.	6 gl.	8 gl.	12 gl.
$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

2. Ungrade Theile.

5 gl	7.	9.	10.	11.	13.	14.	15	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.
4 1	6 1	6 3	6 4	8 3	12 1	12 2	12 3	12 4	12 4 1	12 6	12 6 1	12 8	12 8 1	12 8 2	12 8 8

III. Groſchen auf Rfl.

Grade Theile ſind.

1 gl.	2 gl.	4 gl.	8 gl.
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

IV. Loth auf Pfund.

Grade Theile ſind.

1 L.	2 L.	4 L.	8 L.	16 L.
$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

V. Pfund auf Centner.

Grade Theile ſind.

1 lb.	2 lb.	5 lb.	10 lb.	22 lb.	55 lb.
$\frac{1}{110}$	$\frac{1}{55}$	$\frac{1}{22}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$

Ende des erſten Buchs.

Staats-Bibliothek Bamberg

489532/214

8967345/252

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Wagner, Friedrich,

Friederich Wagners gründliche und vollständige Anweisung zur Arithmetic
darin so wohl die gemeine als practische Art also abgehandelt ist, daß
nicht allein Regeln und Exempel gegeben, sondern auch von allem der rechte
Grund und raison gezeiget worden ; nebst einer Vorrede von der Gelegenheit
und Absicht, und von dem rechten Gebrauch dieses Buchs, zum gemeinen

Halle 1721

Bamberg, Staatsbibliothek -- Bip.Ma.o.7
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11434177-7
VD18 1126425X-003